

Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений

Андрей Александрович Костоглотов¹, Иван Викторович Калиенко²,
Алексей Сергеевич Корнев³, Сергей Валерьевич Лазаренко⁴✉

^{1, 2, 4} Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

¹kostoglotov@icloud.com, <https://orcid.org/0000-0003-4006-2436>

²kalienco@yandex.ru

⁴lazarenkov@icloud.com ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7533-2822>

³ Главный научный метрологический центр Министерства обороны РФ, Мытищи, Московская обл., Россия, lexxkorban@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2445-6323>

Аннотация. Исследована проблема уменьшения погрешностей измерений радиолокационных станций. Решена задача повышения точности радиолокационных измерений дальности и угла места за счёт компенсации систематических погрешностей. Построены математические модели систематических погрешностей измерений в виде полиномиальных уравнений второй и третьей степени для случая прямолинейного движения летательного аппарата. На основе анализа решений указанных уравнений с использованием математического моделирования синтезированы алгоритмы компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений дальности и угла места. Представлены рекомендации и ограничения применения предложенных алгоритмов. Результаты исследования будут полезны при калибровке радиолокационных станций.

Ключевые слова: систематическая погрешность, измерительный процесс, математическое моделирование, радиолокационные измерения

Для цитирования: Костоглотов А. А., Калиенко И. В., Корнев А. С., Лазаренко С. В. Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 59–64. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-59-64>

Synthesis of algorithms for compensating systematic errors based on the construction of polynomial mathematical models of radar measurements

Andrey Aleksandrovich Kostoglotov¹, Ivan Viktorovich Kalienko²,
Alexey Sergeevich Kornev³, Sergey Valerievich Lazarenko⁴✉

^{1, 2, 4} Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

¹kostoglotov@icloud.com, <https://orcid.org/0000-0003-4006-2436>

²kalienco@yandex.ru

⁴lazarenkov@icloud.com ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7533-2822>

³ Main Scientific Metrology Center of the Ministry of Defense of Russia, Mytishchi, Moscow region, Russia, lexxkorban@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2445-6323>

Abstract. The problem of reducing measurement errors of radar stations is investigated. The problem of increasing the accuracy of radar measurements of range and elevation by compensating for systematic errors with the construction of their mathematical models in the form of polynomial equations of the second and third degree for the case of rectilinear motion of the aircraft is solved. Based on the analysis of the solutions of these equations using mathematical modeling, algorithms for compensating for systematic errors in radar measurements of range and elevation are synthesized. Recommendations and restrictions on the use of the proposed algorithms, which will be useful in the calibration of radar stations, are presented.

Keywords: systematic error, measuring process, mathematical modeling, radar measurements

Введение. При обработке данных измерений применяются различные методы, эффективность которых определяется прежде всего положенными в их основу метрологическими моделями [1, 2]. Построение указанных моделей позволяет разрешить противоречие между сложностью и адекватностью получаемых математических выражений. Для исключения случайной составляющей погрешности измерений и повышения точности радиолокационных станций (РЛС) при синтезе алгоритмов обработки данных чаще всего используются кинематические модели, где входной измерительный сигнал (ускорение) нередко представляется [3] в виде белого гауссова шума. Использование процесса Маркова как модели ускорения [3] сопровождается гипотезой об отклонении объекта от нормальной траектории в результате медленного разворота, противострельбового манёвра или атмосферной турбулентности. Модель Берга [4] соответствует гипотезе о координированном развороте, где неизвестные возмущения рассматриваются как цветной шум, однако подлежащих определению параметров здесь больше, чем в модели Зингера [5]. Для определения параметров моделей применяется процедура расширения пространства состояний, что приводит к увеличению сложности соответствующих вычислительных процедур [7]. Поэтому задача синтеза алгоритмов обработки данных на основе построения математических моделей радиолокационных измерений остается актуальной.

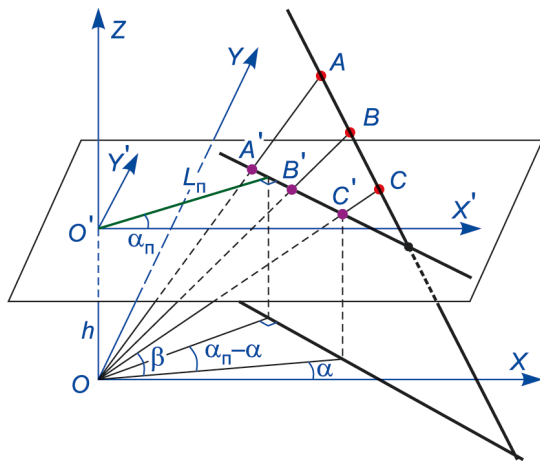


Рис. 1. Модель измерительного процесса угла места: O – начало координат декартовой системы координат $OXYZ$; h – расстояние между параллельными плоскостями OXY и $O'X'Y'$; L_p , α_n – длина и азимут перпендикуляра, проведенного из точки O' к прямой линии $A'C'$ соответственно; α , β – азимут и угол места точек прямой AC соответственно; A , B , C – точки, где проводятся измерения параметров движения летательного аппарата; A' , B' , C' – проекции точек A , B , C на плоскость $O'X'Y'$

Fig. 1. Elevation angle measuring process model: O – the origin of the Cartesian coordinate system $OXYZ$; h – the distance between the parallel planes OXY and $O'X'Y'$; L_p , α_n – the length and azimuth of the perpendicular drawn from the point O' to the straight line $A'C'$, respectively; α , β – the azimuth and elevation angle of the points of the straight line AC , respectively; A , B , C – points where measurements of aircraft motion parameters are carried out; A' , B' , C' – projections of points A , B , C onto the $O'X'Y'$ plane

В ряде случаев для точных измерений РЛС применяются одномерные кинематические модели [8], построенные для априорно известного характера движения летательного аппарата. Например, при калибровке РЛС в целях исключения систематической составляющей погрешности измерений решается обратная измерительная задача [9] для случая прямолинейного закона движения эталонной радиолокационной цели [10]. Адекватность соответствующей математической модели измерительного процесса обеспечивается на основе использования высокоионизированного лазерного канала как прямолинейной эталонной радиолокационной цели [11]. Отклонение лазерного сфокусированного луча от первоначального направления на расстоянии 3 км до фокальной плоскости незначительно (порядка 1 см на вертикальной трассе и 3 см – на горизонтальной). Фокусировка луча приводит к возникновению ряда очагов пробоя, располагающихся друг за другом на одной прямой линии. В указанном случае для компенсации систематических погрешностей требуется построить математическую модель радиолокационных измерений с учетом характера движения летательного аппарата и набора измеряемых величин.

В настоящей работе приняты следующие допущения: случайная составляющая погрешности измерений исключена; наблюдаемый объект движется прямолинейно; существует возможность измерить [12, 13] углы места, азимуты и дальности.

Цель исследования – синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей для повышения точности радиолокационных измерений угла места и дальности.

Построение математических моделей погрешностей измерений в форме полиномиальных уравнений на основе анализа модели измерительного процесса. Пусть РЛС находится в начале декартовой системы координат $OXYZ$. Плоскость $O'X'Y'$ параллельна плоскости OXY , как представлено на рис. 1. Прямая AC – траектория радиолокационной цели. Перпендикуляр к прямой линии $A'C'$ (пересечение плоскостей ACO , $O'X'Y'$) опишем следующим выражением:

$$L_n = h \cos(\alpha - \alpha_n) / \tan \beta,$$

где $h = |OO'|$ – расстояние между параллельными плоскостями OXY и $O'X'Y'$; L_n , α_n – длина и азимут перпендикуляра, проведенного из точки O' к прямой линии $A'C'$, соответственно; α , β – азимут и угол места точек прямой AC соответственно.

Предположим, что в точке A сделано первое измерение азимута и угла места (α_1 , β_1), в точке B – второе измерение азимута и угла места (α_2 , β_2). Тогда при наличии систематической погрешности в измерениях РЛС по углу места $\Delta\beta$ определим длину указанного перпендикуляра как

$$L_n = \frac{h \cos(\alpha_1 - \alpha_n)}{\tan(\beta_1 - \Delta\beta)} = \frac{h \cos(\alpha_2 - \alpha_n)}{\tan(\beta_2 - \Delta\beta)},$$

поэтому

$$\tan \alpha_n = \frac{\tan(\beta_1 - \Delta\beta) \cos \alpha_2 - \tan(\beta_2 - \Delta\beta) \cos \alpha_1}{\tan(\beta_2 - \Delta\beta) \sin \alpha_1 - \tan(\beta_1 - \Delta\beta) \cos \alpha_2}. \quad (1)$$

Проведём третье измерение азимута и угла места (α_3, β_3) в точке С, запишем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} & \frac{\operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_2 - \operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta)\cos\alpha_1}{\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta)\sin\alpha_1 - \operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_2} = \\ & = \frac{\operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_3 - \operatorname{tg}(\beta_3 - \Delta\beta)\cos\alpha_1}{\operatorname{tg}(\beta_3 - \Delta\beta)\sin\alpha_1 - \operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Решив выражение (2) относительно $\operatorname{tg} \Delta \beta$, получим полином третьей степени

$$a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c \operatorname{tg} \Delta \beta - d = 0, \quad (3)$$

где

$$a = \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \beta_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \\ + \operatorname{tg} \beta_2 \operatorname{tg} \beta_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} b = & (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 \operatorname{tg} \beta_3) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ & + (\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \beta_3 - \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 \operatorname{tg} \beta_3) \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + \\ & + (\operatorname{tg} \beta_3 + \operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 \operatorname{tg} \beta_3) \sin(\alpha_3 - \alpha_1); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} c = & [1 - \operatorname{tg} \beta_3 (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2)] \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ & + [1 - \operatorname{tg} \beta_2 (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_3)] \sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \\ & + [1 - \operatorname{tg} \beta_1 (\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \beta_3)] \sin(\alpha_2 - \alpha_3); \end{aligned} \quad (6)$$

$$d = \operatorname{tg} \beta_3 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \operatorname{tg} \beta_2 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + \operatorname{tg} \beta_2 \sin(\alpha_3 - \alpha_2) + \operatorname{tg} \beta_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_3). \quad (7)$$

Решив кубическое уравнение, определим значение постоянных систематических погрешностей по углу места $\Delta\beta$ в явном виде. Так как в уравнениях (2)–(7) присутствуют только разности углов азимута, результаты расчётов не будут зависеть от систематической погрешности по азимуту.

Полином (3) – математическая модель погрешности радиолокационных измерений угла места.

Аналогично построим математическую модель погрешности радиолокационных измерений дальности с использованием модели измерительного процесса, представленной на рис. 2. Пусть радиолокационная станция находится в начале координат. Любая точка прямой линии должна удовлетворять уравнению прямой в полярных координатах

$$r \cos(\varphi - \alpha) = p, \quad (8)$$

где $r=|OR|$ – расстояние от центра координат до точки R ;
 $p=|OP|$, φ – постоянные величины.

Уравнение (8) выполняется для разных точек, принадлежащих указанной прямой линии, поэтому, если соответствующие дальности r_1, r_2 получены с некоторой систематической погрешностью Δr , то для удовлетворения соответствующего равенства необходимо учесть систематическую постоянную погрешность Δr измерения дальности.

Действительное значение дальности r_d получим, если к измеренному значению дальности $r_{\text{и}}$ добавим пока неизвестное значение постоянной систематической погрешности:

$$r_d = r_n + \Delta r; \quad r_d = r_n - \Delta r. \quad (9)$$

Если измеренное с систематической постоянной погрешностью значение дальности меньше действительного значения, то для расчёта погрешности результат поправки прибавим к измеренному значению дальности. Тогда уравнение (8) с учётом (9) примет вид

$$(r_1 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_1) = (r_2 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_2). \quad (10)$$

По двум измерениям невозможно определить смещение, вызванное постоянной систематической погрешностью по дальности. Для этого необходимо третье измерение, как показано на рис. 2, где сохранены принятые ранее обозначения, а цифры 1, 2, 3 после R используются для различия трёх точек, соответствующих действительным значениям дальностей.

Согласно рис. 2 при отсутствии постоянной систематической погрешности по дальности точки R_1 , R_2 , R_3 строго лежат на одной прямой линии. При возникновении систематической погрешности по дальности в соответствующих точках условие прямой линии не выполняется и указанные точки не лежат на одной прямой.

Как и при построении математической модели погрешности радиолокационных измерений угла места, для компенсации постоянной систематической погрешности $\Delta\gamma$ необходимо

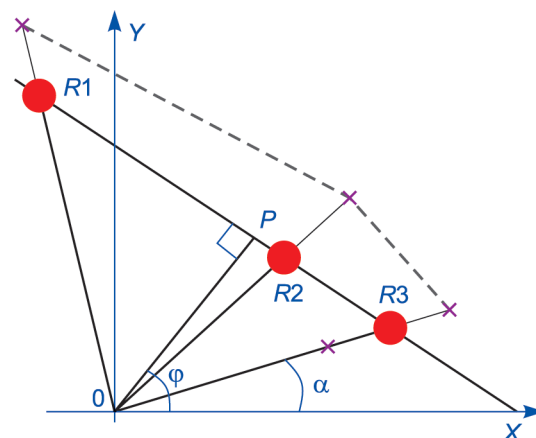


Рис. 2. Модель измерительного процесса дальности:
 OP – перпендикуляр из начала координат к прямой линии $R1R3$; φ – угол наклона; символом «х» обозначено смещение результата измерения от действительного значения на величину систематической погрешности; $R1, R2, R3$ – точки, соответствующие действительным значениям дальностей

Fig. 2. Range measuring process model:
 OP – the perpendicular from the origin to the straight line $R1R3$; φ – the angle of inclination; the symbol “ x ” denotes the offset of the measurement result from the actual value by the value of the systematic error; $R1$, $R2$, $R3$ – points corresponding to the actual range values

три измерения, поэтому уравнение (10) преобразуем к следующему виду:

$$(r_1 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_1) = (r_3 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_3)$$

и выведем следующие формулы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(r_1 + \Delta r) \cos \alpha_1 - (r_2 + \Delta r) \cos \alpha_2}{(r_2 + \Delta r) \sin \alpha_2 - (r_1 + \Delta r) \sin \alpha_1}; \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(r_1 + \Delta r) \cos \alpha_1 - (r_3 + \Delta r) \cos \alpha_3}{(r_3 + \Delta r) \sin \alpha_3 - (r_1 + \Delta r) \sin \alpha_1}. \quad (12)$$

Учтём, что φ – постоянная величина. Приравняем (11) к (12) и решим полученное уравнение относительно постоянной систематической погрешности Δr . После преобразования выведем математическую модель погрешности радиолокационных измерений дальности Δr

$$e(\Delta r)^2 + l\Delta r + m = 0, \quad (13)$$

где

$$e = \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + \sin(\alpha_3 - \alpha_1); \quad (14)$$

$$l = (r_1 + r_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (r_2 + r_3) \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + (r_1 + r_3) \sin(\alpha_3 - \alpha_1); \quad (15)$$

$$m = r_1 r_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + r_2 r_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + r_1 r_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_1). \quad (16)$$

Алгоритмы компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений. Использование (3), (13) для обработки результатов измерений требует анализа их решений. Реализация алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности связана с уравнением третьей степени (3), имеющим три корня.

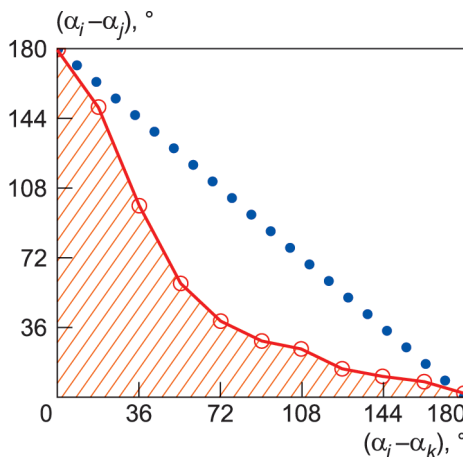


Рис. 3. Область значений с отрицательным дискриминантом: для красных точек рассчитано нулевое значение дискриминанта; $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ – азимуты, соответствующие i -му, j -му и k -му измерениям

Fig. 3. Range of values with a negative discriminant: for red dots, the zero value of the discriminant is calculated; $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ – the azimuths corresponding to the i -th, j -th and k -th measurements

Если дискриминант такого уравнения отрицательный, то уравнение имеет один действительный и два комплексно сопряжённых корня. Действительный корень рассчитывается по формуле Кардано [14]. На основе математического моделирования рассчитана область значений, где дискриминант отрицателен – ниже сплошной линии на рис. 3.

Если дискриминант равен нулю, то уравнение (3) имеет два различных действительных корня. В таком случае для определения корней можно предложить следующий способ.

После дифференцирования найдём корни квадратного уравнения

$$3a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + 2b \operatorname{tg} \Delta \beta + c = 0$$

и определим координаты точек минимума и максимума кубической параболы

$$a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c \operatorname{tg} \Delta \beta - d = 0.$$

Если значение трёхчлена в одной из этих точек равно нулю, то уравнение имеет два действительных корня, т. е. дискриминант равен нулю. Если оба значения трёхчлена в точках экстремума одного знака, то дискриминант отрицателен.

При положительном дискриминанте значения трёхчлена в точках минимума и максимума имеют различные знаки. Один из корней кубического уравнения лежит между точками экстремумов. Второй и третий лежат на числовой оси левее и правее этого интервала. В указанных двух интервалах первая и вторая производные сохраняют определённый знак. Поэтому для определения корней уравнения с любой требуемой точностью можно воспользоваться приближёнными методами решения уравнений, например методом хорд и методом касательных.

Остается неизвестным, какой из корней уравнения (3) соответствует значению $\operatorname{tg} \Delta \beta$. Для решения указанной неопределённости используем метод наименьших квадратов при решении системы n уравнений

$$\begin{cases} a_1(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_1(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_1 \operatorname{tg} \Delta \beta - d_1 = 0; \\ a_2(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_2(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_2 \operatorname{tg} \Delta \beta - d_2 = 0; \\ \dots \dots \dots \\ a_n(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_n(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_n \operatorname{tg} \Delta \beta - d_n = 0. \end{cases}$$

При синтезе алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности необходимо иметь в виду, что квадратное уравнение второй степени имеет два корня. Выбор решения сделали на основе анализа результатов математического моделирования. Выбрали тот корень квадратного уравнения (13), который из дискриминанта входит в уравнение со знаком «плюс». Аналитическое исследование выражений (13)–(16) не позволило получить правило выбора знака дискриминанта, однако в соответствии с результатами математического моделирования только использование его неотрицательных значений позволяет получить систематическую погрешность по дальности.

В уравнения алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности входят

коэффициенты e , l , m , которые рассчитываются через разности синусов. Следовательно, результаты расчётов не зависят от систематических погрешностей по углу, что является особенностью разработанного алгоритма компенсации постоянной систематической погрешности радиолокационных измерений дальности.

Систематические погрешности угловых измерений в предложенном алгоритме взаимно исключаются при нахождении разности синусов.

Математическое моделирование и анализ результатов. Зададим исходные данные для математического моделирования следующим образом:

$$x_s = k_x t_s + x_0, \quad y_s = k_y t_s + y_0, \quad z_s = k_z t_s + z_0,$$

где k_x , k_y , k_z – угловые коэффициенты прямых, в совокупности с действительными числами x_0 , y_0 , z_0 задающие траекторию цели; t_s – моменты времени, в которые измеряют параметры движения; $s = \overline{1, 3}$.

Преобразуем декартовы координаты и найдём угол места для каждой из трёх точек.

Синусы разностей азимутальных измерений определим по следующим выражениям

$$\sin(\alpha_1 - \alpha_2) = (y_1 x_2 - y_2 x_1) (\sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2})^{-1};$$

$$\sin(\alpha_2 - \alpha_3) = (y_2 x_3 - y_3 x_2) (\sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2})^{-1};$$

$$\sin(\alpha_3 - \alpha_1) = (y_3 x_1 - y_1 x_3) (\sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3})^{-1}.$$

Поскольку значения азимута вычисляют из разности, они не зависят от постоянной систематической погрешности по углу места. В рамках исследования в моделируемые действительные значения углов места введём постоянную систематическую погрешность, тогда измеряемые углы места β_s рассчитываются так: $\tilde{\beta}_s = \beta_s + \Delta\beta$. Измерения угла места с систематической погрешностью смоделируем согласно следующим формулам:

$$\tilde{\beta}_1 = \beta_1 + \Delta\beta \frac{z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} + \operatorname{tg} \Delta\beta}{1 - z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \operatorname{tg} \Delta\beta};$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1};$$

$$\tilde{\beta}_2 = \beta_2 + \Delta\beta \frac{z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2} + \operatorname{tg} \Delta\beta}{1 - z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2} \operatorname{tg} \Delta\beta};$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2};$$

$$\tilde{\beta}_3 = \beta_3 + \Delta\beta \frac{z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} + \operatorname{tg} \Delta\beta}{1 - z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} \operatorname{tg} \Delta\beta};$$

$$\operatorname{tg} \beta_3 = z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3}.$$

Функционирование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по углу места смоделируем следующим образом. По измерениям угла места рассчитаем коэффициенты кубического полинома a , b , c , d

Таблица 1

Параметры траектории движения

s	t	x	y	z
1	-1	0	5	10
2	0	10	5	0
3	1	2	2	2

Таблица 2

Расчёт систематической погрешности измерения угла места

s	$\operatorname{tg} \beta_s$	$\Delta \beta_s, ^\circ$	$\operatorname{tg} \tilde{\beta}_s$	$\operatorname{tg} \Delta \beta_s$
1	0,200	2,000	0,237	0,035
2	0,283	2,000	0,321	0,035
3	0,200	2,000	0,237	0,035

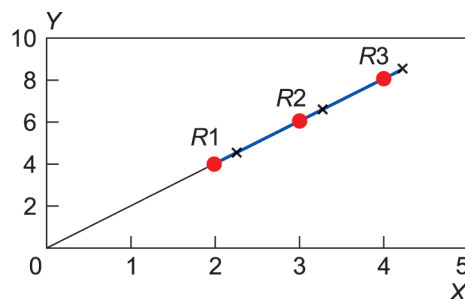


Рис. 4. Ограничение на использование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности при прохождении траектории объекта через начало координат: символом «х» обозначено смещение результата измерения от действительного значения на систематическую погрешность

Fig. 4. Restriction on the use of the algorithm for compensating systematic errors of radar measurements in range when the object's trajectory passes through the origin of coordinates: the symbol "x" indicates the offset of the measurement result from the actual value by the systematic error

в соответствии с (4)–(7). Далее по полученному решению кубического уравнения (3) определим значение систематической погрешности по углу места как функции тангенса $\operatorname{tg} \Delta\beta_s$.

При математическом моделировании приняли, что $k_x = 5$; $x_0 = 5$; $k_y = -5$; $y_0 = 5$; $k_z = 0$; $z_0 = 2$. Рассчитанные коэффициенты составили $a = 0,051$; $b = 0,308$; $c = 0,380$; $d = 0,014$. Параметры траектории движения сведены в табл. 1.

Результаты расчётов систематических погрешностей измерения угла места представлены в табл. 2.

Математическое моделирование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности показало результаты, аналогичные полученным в ходе моделирования алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по углу места.

Использование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности ограничено в случае движения объекта прямо на средство измерений (рис. 4). Все точки имеют одинаковое значение угла места, поэтому в (14)–(16) тригонометрические функции обращаются в ноль и предложенный алгоритм становится неработоспособным. Указанное обстоятельство необходимо учитывать как при калибровочных работах с использованием эталонной прямолинейной цели в виде высокоионизированного лазерного канала, так и при обработке результатов измерений реальной цели.

Заключение. Исследование измерительного процесса радиолокационных измерений угла места привело к построению математической модели погрешности измерений, которая

отличается от известных коэффициентами при полиноме третьей степени. Это позволило синтезировать алгоритм компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений угла места, функционирование которого не требует измерений дальности.

Использование предложенной математической модели погрешности радиолокационных измерений дальности в форме полинома второго порядка обеспечило синтез алгоритма компенсации систематических погрешностей. Однако указанный алгоритм неработоспособен в случае прохождения прямолинейной траектории движения объекта через начало координат – точку расположения средства измерений.

Достоверность полученных результатов подтверждена математическим моделированием.

Применение синтезированных алгоритмов компенсации систематических погрешностей требует предварительного исключения случайной составляющей погрешности измерений.

Список источников

1. Сирая Т. Н. Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели // Измерительная техника. 2018. № 1. С. 9–14. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-1-9-14>
2. Цветков Э. И. Основы математической метрологии. СПб.: Политехника, 2005. 510 с.
3. Бар-Шалом Я., Ли Х. Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы: Пер. с англ. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. Кн. 2. 239 с.
4. Singer R. A., Behnke K. W., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, vol. AES-7, no. 1, pp. 100–110. <https://doi.org/10.1109/TAES.1971.310257>
5. Li X. R., Jilkov V. P., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, vol. 39, no 4, pp. 1333–1364. <https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261132>
6. Xianghui Yuan, Feng Lian, Chongzhao Han, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, 649276. <https://doi.org/10.1155/2014/649276>
7. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы о стационарности гамильтониана гиперповерхности переключения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. № 2. С. 121–125. <https://doi.org/10.7868/S0033849417020061>
8. Богачев А. С., Меркулов В. И., Чернов В. С., Загребельный И. Р. Математические модели относительного движения воздушных объектов в процедурах наблюдения в авиационных бортовых РЛС // Журнал радиоэлектроники: сетевой журнал. 2018. № 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.2.8>
9. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Негладкий анализ в задачах обработки измерительной информации // Измерительная техника. 2009. № 2. С. 6–11. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-6-20-24>
10. Убоженко Д. Ю., Закутаев А. А., Ширококов В. В. Исследование вопросов унификации калибровочного обеспечения

квантово-оптических и радиолокационных средств // Известия ТулГУ. Технические науки. 2021. № 6. С. 244–250. <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2021-6-244-250>

11. Качурин Л. С. Физические основы воздействия на атмосферные процессы. Ленинград: Гидрометеиздат, 1990. 462 с.
12. Радиотехнические системы. Под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Академия, 2008. 592 с.
13. Справочник по радиолокации. В 2-х книгах. Т. 2.: Пер. с англ. под общей ред. В. С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 680 с.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. СПб: Лань, 2010. 608 с.

References

1. Siraya T. N., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, pp. 9–16. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1380-y>
2. Cvetkov E. I., *Osnovy matematicheskoy metrologii [Fundamentals of mathematical metrology]*, St. Petersburg, Politehnika Publ., 2005, 510 p. (In Russ.)
3. Y. Bar-Shalom, X. R. Li, *Multitarget-Multisensor Tracking, Principles and Techniques*, Storrs, CT, YBS Publishing, 1995.
4. Singer R. A., Behnke K. W., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, vol. AES-7, no. 1, pp. 100–110. <https://doi.org/10.1109/TAES.1971.310257>
5. Li X. R., Jilkov V. P., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, vol. 39, no 4, pp. 1333–1364. <https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261132>
6. Xianghui Yuan, Feng Lian, Chongzhao Han, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, 649276. <https://doi.org/10.1155/2014/649276>
7. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2017, vol. 62, no. 2, pp. 123–127. <https://doi.org/10.1134/S1064226917020061>
8. Bogachev A. S., Merkulov V. I., Chernov V. S., Zagrebelskiy I. R., *Journal of Radio Electronics*, 2018, no. 2. (In Russ.) <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.2.8>
9. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., *Measurement Techniques*, 2009, vol. 52, pp. 117–124. <https://doi.org/10.1007/s11018-009-9246-y>
10. Ubozhenko D. Yu., Zakutaev A. A., Shirobokov V. V., *Izvestiya Tula State University*, 2021, no. 6, pp. 244–250. (In Russ.) <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2021-6-244-250>
11. Kachurin L. S., *Fizicheskie osnovy vozdejstviya na atmosferynye processy [Physical basis of impact on atmospheric processes]*, Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1990, 462 p. (In Russ.)
12. *Radiotekhnicheskie sistemy [Radio engineering systems]*, ed. by Yu. M. Kazarinova, Moscow, Akademiya Publ., 2008, 592 p. (In Russ.)
13. *Spravochnik po radiolokaci [Handbook of Radar]*, vol. 2, ed. by V. S. Verba, Moscow, Tekhnosfera Publ., 2014, 680 p. (In Russ.)
14. Bronshteyn I. N., Semendyaev K. A., *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchihsya vtuzov [Handbook of Mathematics for Engineers and University Students]*, St. Petersburg, Lan' Publ., 2010, 608 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 04.03.2022; одобрена после рецензирования 09.03.2022; принята к публикации 13.03.2022.
The article was submitted 04.03.2022; approved after 09.03.2022; accepted for publication 13.03.2022.