

Измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром

Вячеслав Филиппович Фатеев¹, Фёдор Радиевич Смирнов²✉, Сергей Сергеевич Донченко³

^{1, 2, 3} Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Московская обл., Россия

¹generalfat@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0001-7902-0212>

²frsmirnov@vniiftri.ru ✉, <http://orcid.org/0000-0003-1504-9192>

³donchenko_ss@vniiftri.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1867-4834>

Аннотация. Впервые исследован квантовый нивелир на эффекте замедления времени с использованием наземных линий связи. Квантовый нивелир предназначен для измерений разности гравитационных потенциалов и ортометрических высот. Теоретически описан дуплексный режим измерений при двух встречных радиоканалах. Экспериментально измерен эффект замедления с применением односторонней радиоперелинии, реализованной на волоконно-оптической линии связи. Для измерений использованы стационарные и мобильные (перемещаемые) квантовые водородные часы с относительными нестабильностями $(0,5-0,7) \cdot 10^{-15}$ и $1 \cdot 10^{-15}$ соответственно. Установлено, что в эксперименте гравитационное красное смещение частоты между используемыми часами имеет две составляющих: красное смещение частоты задающего генератора часов и классическое красное смещение в радиоканале. По результатам измерений вычислена высота перемещения перемещаемых квантовых водородных часов $(-34,0 \pm 0,8)$ м при действительной высоте -34 м.

Ключевые слова: квантовый нивелир, эффект замедления времени, гравитационное смещение частоты, квантовые водородные часы

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-11023.

Для цитирования: Фатеев В. Ф., Смирнов Ф. Р., Донченко С. С. Измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром // Измерительная техника. 2022. № 2. С. 22–27. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-2-22-27>

Measuring the effect of gravitational time dilation in a duplex ground-based quantum level

Vyacheslav F. Fateev¹, Fedor R. Smirnov²✉, Sergey S. Donchenko³

^{1, 2, 3} Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering Measurements, Mendeleevo, Moscow region, Russia

¹generalfat@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0001-7902-0212>

²frsmirnov@vniiftri.ru ✉, <http://orcid.org/0000-0003-1504-9192>

³donchenko_ss@vniiftri.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1867-4834>

Abstract. For the first time, the possibility of measuring the difference in gravitational potentials and orthometric heights using a quantum level based on the gravitational effect of time dilation using ground communication lines is considered. The duplex mode of measurements using two opposite radio channels is theoretically described. The deceleration effect was experimentally measured using a one-way radio link implemented on a fiber-optic link. For measurements, stationary and relocatable quantum hydrogen clocks with relative instability, respectively, $(0,5-0,7) \cdot 10^{-15}$ and $1 \cdot 10^{-15}$ were used. It was found that in the experiment the gravitational redshift of the frequency between the clocks used has two components: the redshift of the clock master oscillator frequency and the classical redshift in the radio channel. Based on the measurement results, the altitude of the relocated quantum hydrogen clock was calculated, which was (-34.0 ± 0.8) m at the actual altitude -34 m.

Keywords: quantum level, time dilation effect, gravitational frequency shift, quantum hydrogen clock

Введение. В основе геодезических измерений с помощью квантовых нивелиров лежит гравитационный эффект замедления времени Эйнштейна [1]. Известны эксперименты с квантовыми нивелирами, в которых для измерения разности гравитационных потенциалов и соответствующей разности

ортометрических высот используются высокостабильные переносимые водородные квантовые часы [2–4]. В этих экспериментах измерения расхождений шкал времени квантовых часов, разнесённых на большие расстояния, выполнялись с помощью сигналов глобальных навигационных спутниковых

систем (ГНСС). Это существенно упрощает конструкцию квантового нивелира, однако не обеспечивает необходимой точности: погрешность измерения расхождения шкал времени зависит от расстояния между квантовыми часами и составляет сотни пикосекунд. В этой связи представляет интерес оценка возможностей квантового нивелира при одностороннем и дуплексном режимах измерений с использованием наземных линий радиосвязи.

Цель настоящего исследования – измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром.

Схема квантового нивелира. Будем считать, что оборудование квантового нивелира расположено на поверхности Земли на разных высотах (рис. 1). На нулевой высоте (этаж 6) располагаются стационарные квантовые водородные часы *КЧВ-С*, подключённые к входу *Вх1* первого (основного) измерителя интервалов времени *ИИБ-1*. На высоте $-H$ относительно *КЧВ-С* располагаются мобильные (перебазиремые) квантовые водородные часы *КЧВ-М*, подключённые к входу *Вх2* измерителя *ИИБ-2*. В режиме начальной калибровки двое квантовых часов устанавливаются рядом на нулевой высоте (рис. 1, а). Для измерения разности гравитационных потенциалов в режиме пространственного разнесения часов используются два радиоканала *РК-1*, *РК-2*, соединяющие соответственно *КЧВ-М* и *ИИБ-1*, *КЧВ-С* и *ИИБ-2* (рис. 1, б). Радиоканалы

могут быть реализованы на основе радиокабельных линий, а также на основе волоконно-оптических линий связи *ВОЛС-1*, *ВОЛС-2*.

Исходные релятивистские соотношения. Обозначим τ_0 , τ_M соответственно шкалы времени стационарных (базовых) и мобильных (стандартов времени) часов (*ШВ-0* и *ШВ-М* соответственно). Эти шкалы времени реализованы в виде последовательности импульсов частотой 1 Гц, найденной путём деления частот задающих генераторов используемых часов на необходимое число раз. Начальную взаимную относительную расстройку частот следования импульсных последовательностей *ШВ-0* и *ШВ-М* f_0 , $f_{M.T}$ представим в виде отношения

$$\Delta f_{M.T}/f_0 = (f_{M.T} - f)/f_0,$$

где индекс «м.т» обозначает начальную расстройку частот, вызванную техническим несовершенством задающих генераторов мобильных атомных часов или специально введённой начальной расстройкой. Приведённая формула справедлива как для используемых последовательностей импульсов частотой около 1 Гц, так и для частот задающих генераторов базовых и мобильных часов (около 10 МГц).

Для упрощения релятивистских соотношений примем, что используемые часы в достаточной степени термостабилизированы и влиянием изменений температуры на интервале

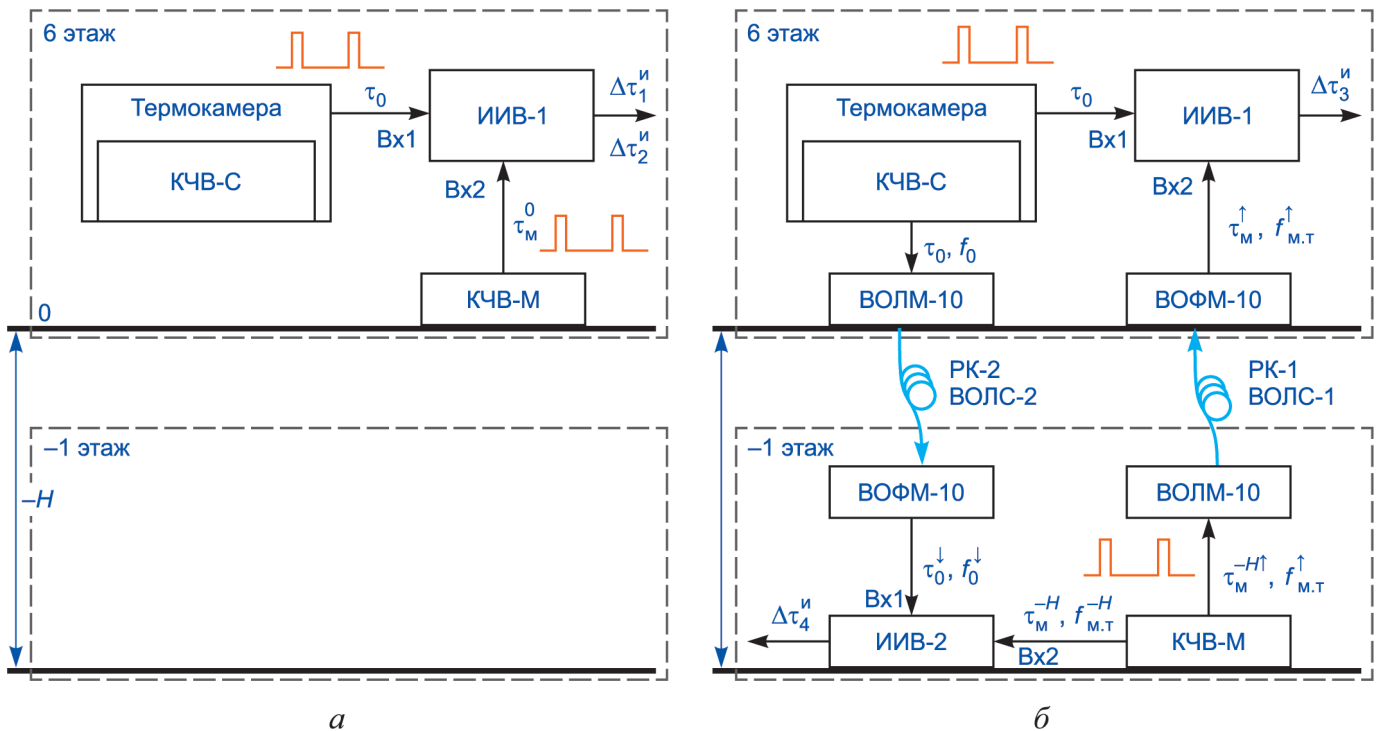


Рис. 1. Схема дуплексного нивелира:

ИИБ-1, *ИИБ-2* – измерители интервалов времени; *КЧВ-С*, *КЧВ-М* – соответственно стационарные и мобильные квантовые водородные часы; *ВОЛМ-10*, *ВОФМ-10* – волоконно-оптические лазерные и фотоприёмные модули соответственно; *РК-1*, *РК-2* – радиоканалы; *ВОЛС-1*, *ВОЛС-2* – волоконно-оптические линии связи

Fig. 1. Scheme of a duplex level:

TIM – time interval meters; *QHC-S*, *QHC-M* – stationary and mobile quantum hydrogen clocks; *FOLM-10*, *FOPM-10* – fiber optic laser and photodetector modules; *RC-1*, *RC-2* – radio channels; *FOCL-1*, *FOCL-2* – fiber optic communication lines

измерений можно пренебречь. Влиянием нестабильности частот задающих генераторов на интервале измерения также пренебрежём. В этих условиях шкалы времени мобильных и стационарных часов в виде последовательности импульсов частотой 1 Гц связаны следующим релятивистским соотношением [5]:

$$\tau_m = \tau_0 + \Delta\tau_k + C\Delta\tau_0 + \Delta\tau_0 \Delta f_{гр}/f_0, \quad (1)$$

где $\Delta\tau_k = \tau_{м.к} - \tau_{0к}$ – начальное расхождение по времени одноимённых секундных меток шкал $\tau_{0к}$, $\tau_{м.к}$ на момент их взаимной калибровки; $\Delta\tau_0 = \tau_0 - \tau_{0к}$ – интервал текущего времени относительно начального момента времени $\tau_{0к}$; $C = (f_{м.т}^0 - f_0)/f_0 = \Delta f_{м.т}^0/f_0$ – коэффициент начальной (технической) относительной расстройки частот следования импульсов шкал времени мобильных и базовых часов, соответствующий нулевой разности их высот; $\Delta f_{гр}/f_0 = (f_{м.т} - f_0)_{гр}/f_0$ – относительная расстройка частот последовательностей импульсов обеих шкал времени, соответствующая относительной расстройке частот задающих генераторов обоих часов, вызванная гравитационным смещением частоты вследствие ненулевой разности высот размещения квантовых часов или распространением импульсов шкал времени по высоте вдоль радиоканала или ВОЛС.

Этапы измерений в квантовом нивелире.

Этап 1 – начальная калибровка. Два квантовых стандарта времени устанавливаются рядом на нулевой высоте (см. рис. 1, а), при этом гравитационное смещение начальной разности частот в силу нулевой разности высот часов отсутствует, т. е. $\Delta f_{гр} = 0$. На оба входа ИИВ-1, расположенного на этой же высоте, подаются импульсные последовательности шкал времени τ_0 , τ_m^0 частотой около 1 Гц. С учётом формулы (1) измеряемые разности шкал времени на выходе ИИВ-1 $\Delta\tau_1^H$, $\Delta\tau_2^H$, соответствующие начальному моменту при $\Delta\tau_0 = 0$ и моменту времени окончания интервала калибровки $\Delta\tau_0^K$, запишем как

$$\left. \begin{aligned} \Delta\tau_1^H &= (\tau_m^0 - \tau_0)_1^H = \Delta\tau_k + \sigma_\tau^H; \\ \Delta\tau_2^H &= (\tau_m^0 - \tau_0)_2^H = \Delta\tau_k + C(\tau_0 - \tau_{0к}) + \sigma_\tau^H, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где σ_τ^H – случайная погрешность калибровки.

Из формулы (2) следует коэффициент относительной начальной технической расстройки

$$C = \frac{\Delta\tau_2^H - \Delta\tau_1^H}{\Delta\tau_0^K} + \sigma_\tau^K. \quad (3)$$

Этап 2 – перемещение КЧВ-М в точку измерений (на высоту $-H$) и соединение входов-выходов радиоканалов РК-1 и РК-2 с соответствующими выходами часов и входами ИИВ-1, ИИВ-2 (см. рис. 1, б). С учётом формулы (1) определим шкалу КЧВ-М в точке на высоте $-H$:

$$\tau_m^{-H} = \tau_0 + \Delta\tau_k + C\Delta\tau_0 + \Delta\tau_0 (f_{м.т}^{-H} - f_{м.т}^0)_{гр}/f_0, \quad (4)$$

где $f_{м.т}^0$, $f_{м.т}^{-H}$ – частоты задающего генератора КЧВ-М в точках на нулевой высоте и высоте $-H$ соответственно.

Согласно общей теории относительности соотношение между шкалами времени (интервалами собственного, или измеряемого, времени) неподвижных часов определяется разностью потенциалов гравитационного поля Земли φ_m^0 , φ_m^{-H} при размещении часов в точках с разными высотами. Для данного случая соотношение имеет вид [4]:

$$\frac{\tau_m^{-H}}{\tau_m^0} = 1 - \frac{\varphi_m^{-H} - \varphi_m^0}{c^2},$$

где c – скорость света; $\varphi_m^0 = \mu/R_3$; $\varphi_m^{-H} = \mu/(R_3 - H)$; μ – геоцентрическая гравитационная постоянная; R_3 – расстояние до центра Земли в точке установки опорных часов на нулевой высоте (радиус Земли); $-H$ – ортометрическая высота нижних часов относительно верхних (центробежными потенциалами в силу малой разности высот в планируемом эксперименте пока пренебрежём).

Эта формула определяет эффект замедления времени Эйнштейна: нижние часы, которые находятся в гравитационном поле Земли с большим по абсолютной величине потенциалом, замедляются (отстают), т. е. $\tau_m^{-H} - \tau_m^0 \leq 0$.

Кроме того, известно [6], что собственные (измеряемые) частоты задающих генераторов пары квантовых часов соотносятся прямо пропорционально интервалам собственного времени. Это означает, что уменьшение показаний шкалы собственного времени нижних часов сопровождается прямо пропорциональным уменьшением собственной частоты их задающего генератора:

$$\frac{\tau_m^{-H}}{\tau_m^0} = 1 - \frac{\varphi_m^{-H} - \varphi_m^0}{c^2} = 1 - \frac{\Delta\varphi}{c^2} = 1 - \frac{gH}{c^2} = \frac{f_{м.т}^{-H}}{f_{м.т}^0}, \quad (5)$$

где $\Delta\varphi = gH$; $g = \mu/R_3^2 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения в гравитационном поле Земли вблизи точки измерений на нулевой высоте.

Отсюда находим частоту импульсов ШВ-М в нижней точке:

$$f_{м.т}^{-H} = f_{м.т}^0 \left(1 - \frac{gH}{c^2} \right) = (f_0 + \Delta f_{м.т}^0) \left(1 - \frac{gH}{c^2} \right) \approx f_0 \left(1 - \frac{gH}{c^2} \right), \quad (6)$$

где учтено, что $\Delta f_{м.т}^0 \ll f_0$. Как и ожидалось, частота следования импульсов шкалы КЧВ-М при замедлении времени уменьшилась на гравитационное красное смещение.

Гравитационный эффект смещения частоты задающих генераторов атомных часов применительно к спутниковым часам исследовал Н. Эшби [7]. В настоящее время для компенсации этого эффекта в значение частоты задающих генераторов бортовых спутниковых часов всех типов ГНСС (ГЛОНАСС, GPS, GALILEO и др.) перед запуском заранее вносят корректирующее смещение с обратным знаком. В частности, для ГЛОНАСС относительная корректирующая поправка составляет $(-4,36 \cdot 10^{-10})$ [8], для GPS эта поправка равна $(-4,4647 \cdot 10^{-10})$ [7]. В настоящее время исследуется гравитационный эффект замедления в бортовых шкалах времени навигационных спутников GALILEO [9, 10] с точки зрения повышения точности его измерения.

Далее последовательность секундных импульсов шкалы КЧВ-М τ_m^{-H} с частотой задающего генератора $f_{м.т}^{-H}$ (6) подаётся на вход РК-1 и поступает на вход Вх2 ИИВ-1.

При передаче импульсной последовательности по радиоканалу «вверх» на вход Вх2 ИИБ-1 дополнительно возникает классический эффект гравитационного красного смещения частоты в радиоканале. Применительно к данному случаю, отношение интервалов собственного времени и собственных частот электромагнитной волны на концах трассы её распространения вверх (показано стрелками) определяется соотношением [4]:

$$\frac{\tau_M^{-H\uparrow}}{\tau_M^{0\uparrow}} = 1 - \frac{\varphi_M^{-H} - \varphi_M^0}{c^2} = 1 - \frac{gH}{c^2} = \frac{f_{M,T}^{0\uparrow}}{f_{M,T}^{-H\uparrow}}. \quad (7)$$

Соотношение (7) отличается от соотношения (5) тем, что собственные (измеряемые) частоты вдоль трассы волны связаны с интервалами собственного времени вверх и вниз обратно пропорциональной зависимостью. Однако в основе по-прежнему лежит эффект замедления времени Эйнштейна. Отсюда следует выражение для частоты импульсной последовательности на входе Вх2 ИИБ-1:

$$f_{M,T}^{0\uparrow} = f_{M,T}^{-H\uparrow} (1 - gH/c^2) \approx f_0 (1 - 2gH/c^2).$$

Здесь релятивистское красное смещение частоты имеет удвоенное значение, поскольку красное смещение частоты задающего генератора мобильных квантовых часов, возникающее при перемещении их вниз, складывается с классическим красным смещением частоты радиоизлучения при передаче его по радиоканалу вверх.

В результате выражение для шкалы времени КЧВ-М, составленной на вход Вх2 ИИБ-1, имеет вид

$$\tau_M^{0\uparrow} = \tau_0 + \Delta\tau_K - \tau_{TP}^{\uparrow} + (C - 2gH/c^2)\Delta\tau_0, \quad (8)$$

где $\tau_{TP}^{\uparrow}$ – задержка шкалы на трассе распространения в ВОЛС1.

С помощью ИИБ-1 измеряется рассогласование шкал времени $\tau_M^{0\uparrow}$ и τ_0 , которое в соответствии с (8) находят как

$$\Delta\tau_3^H = \tau_M^{0\uparrow} - \tau_0 = \Delta\tau_K - \tau_{TP}^{\uparrow} + (C - 2gH/c^2)\Delta\tau_0 + \sigma_{\tau}^H. \quad (9)$$

Одновременно на вход Вх2 ИИБ-2 подаётся последовательность импульсов ШВ $\tau_{M,T}^{-H}$, определяемая формулой (4), а на вход Вх1 ИИБ-2 – импульсная последовательность ШВ τ_0 , прошедшая через РК-2 и обозначенная $\tau_0^{\downarrow}$.

С учётом формулы (7) выражение (4) для шкалы τ_M^{-H} запишем в виде

$$\tau_M^{-H} = \tau_0 + \Delta\tau_K + (C - gH/c^2)\Delta\tau_0, \quad (10)$$

где произведением $\Delta f_{M,T}^0 gH/c^2$ пренебрежём, поскольку $\Delta f_{M,T}^0 \ll f_0$.

Шкалу времени $\tau_0^{\downarrow}$ на выходе РК-2 определим на основе формулы (1):

$$\tau_0^{\downarrow} = \tau_0 - \tau_{TP}^{\downarrow} + \Delta\tau_0 (f_0^{\downarrow} - f_0)/f_0, \quad (11)$$

где $f_0^{\downarrow}$ – частота импульсной последовательности ШВ КЧВ-С, снимаемой с выхода РК-2 (вниз).

Частоту $f_0^{\downarrow}$ найдём из соотношения (7) путём формальной замены обозначений частот импульсной последовательности в нижней и верхней точках РК-1: $f_{M,T}^{-H\uparrow} \rightarrow f_0^{\downarrow}$, $f_{M,T}^{0\uparrow} \rightarrow f_0$. На основе этого получим равенство $f_0^{\downarrow} = f_0 (1 + gH/c^2)$, откуда следует окончательный вид выражения (11):

$$\tau_0^{\downarrow} = \tau_0 - \tau_{TP}^{\downarrow} + \Delta\tau_0 gH/c^2. \quad (12)$$

На основе соотношений (10), (12) разность шкал времени, измеряемую с помощью ИИБ-2, определим как

$$\Delta\tau_4^H = \tau_M^{-H} - \tau_0^{\downarrow} = \Delta\tau_K + \tau_{TP}^{\downarrow} + (C - 2gH/c^2)\Delta\tau_0 + \sigma_{\tau}^H, \quad (13)$$

где член $-2gH/c^2$ означает относительное гравитационное красное смещение частоты, которое включает красное смещение частоты задающего генератора мобильных квантовых часов, возникающее при перемещении их вниз, а также классическое фиолетовое смещение частоты радиоизлучения при передаче его по ВОЛС-2 сверху вниз.

Далее суммируем результаты измерений (9), (13) и получим формулу, где эффекты гравитационного красного смещения в двух каналах измерения складываются:

$$\Delta\tau_{\Sigma}^H = \Delta\tau_3^H + \Delta\tau_4^H = 2\Delta\tau_K + (\tau_{TP}^{\downarrow} - \tau_{TP}^{\uparrow}) + (2C - 4gH/c^2)\Delta\tau_0 + \sqrt{2}\sigma_{\tau}^H.$$

С учётом результата измерения интервала калибровки (2), а также условия $\tau_{TP}^{\uparrow} = \tau_{TP}^{\downarrow}$ что вполне достижимо при встречной передаче импульсных последовательностей ШВ-0 и ШВ-М по одной и той же ВОЛС, окончательно получим

$$\Delta\tau_{\Sigma}^H = \Delta\tau_3^H + \Delta\tau_4^H - 2\Delta\tau_1^H = (2C - 4gH/c^2)(\tau_0 - \tau_0^K) + \sqrt{3}\sigma_{\tau}^H.$$

Из приведённой выше формулы находят искомую ортометрическую высоту H и соответствующую разность потенциалов $\Delta\varphi = gH$ между точками размещения атомных часов. При этом все измерения, выполняемые ИИБ-1 и ИИБ-2, принимают равноточными, а коэффициент технической расстройки C определяется формулой (3).

При соблюдении условия $\Delta\tau_K + (\tau_{TP}^{\downarrow} - \tau_{TP}^{\uparrow}) \approx \text{const}$ наиболее простое решение заключается в вычислении производной $\Delta\tau_{\Sigma}^H$ по текущему времени τ_0 :

$$d(\Delta\tau_{\Sigma}^H)/d\tau_0 = 2C - 4gH/c^2 + \sigma_{\text{пр}},$$

где второй член в правой части определяет относительное значение гравитационного красного смещения частоты; $\sigma_{\text{пр}}$ – погрешность вычисления производной.

Отсюда найдём высоту и разность потенциалов

$$H = \frac{c^2}{4g} \left(2C - \frac{d}{d\tau_0} \Delta\tau_{\Sigma}^H + \sigma_{\text{пр}} \right); \quad \Delta\varphi = gH.$$

Состав оборудования и результаты эксперимента. Эксперимент проходил в одном здании, где на 6 этаже (нулевой уровень) установлены базовые квантовые часы КЧВ-С, а на

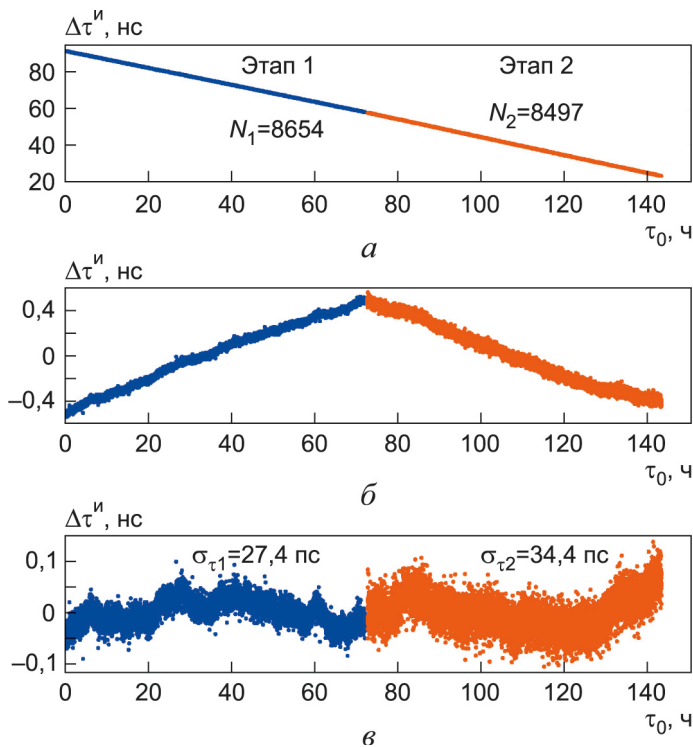


Рис. 2. Результаты измерений:
а – общий график рассогласования шкал времени; б – расхождение шкал без линейной составляющей; в – случайные погрешности оценки расхождения шкал часов для двух этапов эксперимента

Fig. 2. Results of measurements:
а – a general graph of the time scale mismatch; б – divergence of scales without a linear component; в – random errors in estimating the clock's timescale difference for two stages of the experiment

–1 этаже (на высоте –34 м) – перебазируемые часы КЧВ-М. Схема измерений соответствует рис. 1, однако используется лишь одно плечо с ИИБ-1 и радиоканал на основе ВОЛС-1. В качестве стационарных (базовых) квантовых часов КЧВ-С использовали активный водородный стандарт частоты и времени Ч1-1003М, расположенный в термокамере с суточными вариациями температуры не более 0,1 °С. Относительная суточная нестабильность частоты задающего генератора Ч1-1003М в таких условиях составляет $(0,5-0,7) \cdot 10^{-15}$. В качестве мобильных (возимых) квантовых часов применяли перевозимый активный водородный стандарт частоты и времени ПКЧ-Н (ЗАО «Время-Ч», Россия) с суточной нестабильностью около $1 \cdot 10^{-15}$. В качестве ИИБ-1,2 служили измерители интервалов времени Keysight 53230A (Keysight, США), причём ИИБ-1 устанавливали на нулевом уровне (нулевой высоте) вблизи КСЧ-С, а ИИБ-2 – на этаже –1 на высоте –34 м. Шкалы времени обоих квантовых часов имеют вид последовательности секундных меток, следующих с частотой 1 Гц. Для передачи секундных меток использовали одномодовое оптическое волокно типа SMF-28 с рабочей длиной волны 1310 нм. Для модуляции и демодуляции оптической несущей импульсными последовательностями частотой 1 Гц, снимаемых с КЧВ-С и КЧВ-М, применяли лазерные и фотоприёмные модули ВОЛМ-10 и ВОФМ-10. Импульсы шкал времени от КЧВ-С и КЧВ-М подавали на входы

Вх1 и Вх2 соответственно ИИБ-1. Разность шкал времени измеряли с периодом 1 раз в 30 секунд.

Эксперимент проводили в два этапа. На этапе 1 начальной калибровки в точке на нулевой высоте рядом устанавливали стационарный и мобильный квантовые стандарты времени и ИИБ-1, на оба входа которого подавали импульсные последовательности частотой около 1 Гц, реализующие шкалы времени τ_0 и τ_m^0 . Согласно формуле (2) измеряемая текущая калибровочная разность шкал времени $\Delta\tau_k^и$ составила

$$\Delta\tau_k^и = \Delta\tau_k + C\Delta\tau_0 + \sigma_{\tau}^к. \quad (14)$$

Количество накопленных 30-секундных измерений за трое суток (72 ч) на этапе 1 составило $N_1=8645$. Графики изменения рассогласования шкал подвижных и стационарных квантовых часов в текущем времени для двух этапов приведены на рис. 2: общая картина (рис. 2, а); графики, в которых для наглядности устранена единая для всего цикла измерений линейная составляющая (рис. 2, б); случайные отклонения расхождений шкал времени для двух этапов эксперимента, а также оценки средне-квадратичных погрешностей измерений $\sigma_{\tau 1}$, $\sigma_{\tau 2}$ (рис. 2, в).

Поделив обе части уравнения (14) на интервал измерений $\Delta\tau_0$ при условии $\Delta\tau_k = \text{const}$, получим скорость изменения измеряемого интервала:

$$\Delta\dot{\tau}_k^и \approx \Delta\tau_k^и / \Delta\tau_0 = C + \sigma_{\tau 1} / \Delta\tau_0, \quad (15)$$

где $\sigma_{\tau 1}=0,027$ нс – случайная погрешность измерения разности времени на этапе 1 – этапе калибровки.

По результатам статистической обработки текущих измерений на этапе 1 средняя скорость изменения взаимного смещения шкал времени КЧВ-С и КЧВ-М составила $\Delta\dot{\tau}_и^к = (-11,096 \pm 0,027)$ нс/сут.

На этапе перемещения вниз на высоту –34 м часов КЧВ-М и подключения ВОЛС к выходу КЧВ-М и входу ИИБ-1 измеряли текущее рассогласование ШВ на входах ИИБ-1 с учётом формулы (9):

$$\Delta\tau_{\text{ВОЛС}}^и = \tau_m^0 - \tau_0 = \Delta\tau_k - \tau_{\text{тр}}^{\uparrow} + (C - 2gH/c^2)\Delta\tau_0 + \sigma_{\tau 2}. \quad (16)$$

Поделив обе части уравнения (16) на интервал измерений $\Delta\tau_0$ при условии $\Delta\tau_k - \tau_{\text{тр}}^{\uparrow} = \text{const}$, получим скорость изменения интервала

$$\Delta\dot{\tau}_{\text{ВОЛС}}^и = C - 2gH/c^2 + \sigma_{\tau 2} / \Delta\tau_0, \quad (17)$$

где $\sigma_{\tau 2}=0,034$ нс согласно рис 2, в.

По результатам статистической обработки текущих измерений в количестве $N_2=8497$ на интервале трое суток на этапе 2 эксперимента (см. рис. 2, б) средняя скорость изменения взаимного смещения двух шкал времени, определяемая формулой (17), составила $\Delta\dot{\tau}_{\text{ВОЛС}}^и = (-11,743 \pm 0,034)$ нс/сут. С учётом равнозначности измерений на этапах 1 и 2 ($\sigma_{\tau 1} = \sigma_{\tau 2} \approx 0,031$ нс = σ_{τ}) из уравнений (17) и (15) получим искомую разность производных (16) и (15):

$$\Delta\dot{\tau}_{\text{ВОЛС}}^и - \Delta\dot{\tau}_к^и = -2gH/c^2 + \sqrt{2}\sigma_{\tau} / \Delta\tau_0. \quad (18)$$

Примем во внимание скорости изменения рассогласований и получим

$$\Delta \dot{\tau}_{\text{ВОЛС}}^{\text{И}} - \Delta \dot{\tau}_{\text{К}}^{\text{И}} = (-7,5 \pm 0,17) \cdot 10^{-15}.$$

Из формулы (18) при тех же исходных данных найдём измеряемое значение высоты мобильных часов: $H_{\text{и}} = (-34,0 \pm 0,8)$ м.

Заключение. Впервые проведена оценка возможностей квантового нивелира, основанного на эффекте замедления времени и использующего наземные линии связи при одностороннем и дуплексном режимах измерений. Аналитически определён и экспериментально измерен суммарный эффект замедления времени в дуплексной измерительной линии с использованием односторонней радиолнии, реализованной на основе ВОЛС, а также стационарных и перебазированных квантовых водородных часов с относительными нестабильностями соответственно $(0,5-0,7) \cdot 10^{-15}$ и $1 \cdot 10^{-15}$. Экспериментально установлено, что на входе измерителя временных интервалов удваивается гравитационное красное смещение частоты. Вычисленная по результатам измерений высота перемещения квантовых водородных часов составила $H_{\text{и}} = (-34,0 \pm 0,8)$ м при действительной высоте -34 м.

Список источников

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
2. Фатеев В. Ф., Сысоев В. П., Рыбаков Е. А. Экспериментальное измерение гравитационного эффекта замедления времени с помощью перевозимых квантовых часов // Измерительная техника. 2016. № 4. С. 41–43. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2016-4-41-43>
3. Фатеев В. Ф., Жариков А. И., Сысоев В. П., Рыбаков Е. А., Смирнов Ф. Р. Об измерении разности гравитационных потенциалов Земли с помощью перевозимых квантовых часов // ДАН. 2017. Т. 472. № 2. С. 206–209.
4. Фатеев В. Ф., Рыбаков Е. А. Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах // ДАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 496. № 1. С. 41–44.
5. Фатеев В. Ф. Релятивистская метрология околоземного пространства-времени. Монография. Менделеево: ВНИИФТРИ, 2017. 439 с.
6. Одуан К., Гино Б. Измерение времени. Основы GPS. / Пер. с англ. Ю. С. Домнина под ред. В. М. Татаренкова с дополнением (глава 10) М. Б. Кауфмана. М.: Техносфера, 2002. 400 с.

7. Ashby N., Relativity in the Global Positioning System, *Living Reviews in Relativity*, 2003, vol. 6, pp. 1–42.

8. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2 (редакция 5.1). 2008. URL: https://russianspacesystems.ru/wp-content/uploads/2016/08/ICD_GLONASS_rus_v5.1.pdf (дата обращения: 28.12.2021).

9. Herrmann S., Finke F., Lulf M., et. al., Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit, December 24, 2018. URL: <https://arxiv.org/pdf/1812.09161.pdf> (дата обращения: 28.12.2021).

10. Delva P., Puchades N., Schönemann E., et. al, *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, 231101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.231101>

References

1. Landau L. D., Lifshic E. M., *Teoriya polya*, Moscow, Nauka Publ., 1967, 460 p. (In Russ.)
2. Fateev V. F., Sysoev V. P., Rubakov E. A., *Measurement Techniques*, 2016, vol. 59, no. 4, pp. 402–404. <https://doi.org/10.1007/s11018-016-0979-0>
3. Fateev V. F., Zharikov A. I., Sysoev V. P., Rubakov E. A., Smirnov F. R., *Doklady Earth Sciences*, 2017, vol. 472, pt. 1, pp. 91–94. <https://doi.org/10.1134/S1028334X17010147>
4. Fateev V. F., Rybakov E. A., *Doklady Physics*, 2021, vol. 66, pt. 1, pp. 17–19. <https://doi.org/10.1134/S1028335820110038>
5. Fateev V. F., *Relyativistskaya metrologiya okolozemnogo prostanstva-vremeni: monografiya*, Mendeleev, VNIIFTRI Publ., 2017, 439 p. (In Russ.)
6. Oduan K., Gino B., *Izmerenie vremeni. Osnovy GPS*, Translated from Eng. Yu. S. Domnin, ed. V. M. Tatarenkov, with an addendum (Pt. 10) M. B. Kaufman, Moscow, Tekhnosfera Publ., 2002, 400 p. (In Russ.)
7. Ashby N., Relativity in the Global Positioning System, *Living Reviews in Relativity*, 2003, vol. 6, pp. 1–42.
8. GLONASS Interface control document, Edition 5.1, 2008, available at: https://russianspacesystems.ru/wp-content/uploads/2016/08/ICD_GLONASS_rus_v5.1.pdf (accessed: 28.12.2021).
9. Herrmann S., Finke F., Lulf M., et. al., Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit, December 24, 2018, available at: <https://arxiv.org/pdf/1812.09161.pdf> (accessed: 28.12.2021).
10. Delva P., Puchades N., Schönemann E., et. al., *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, 231101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.231101>

Статья поступила в редакцию 20.12.2021; одобрена после рецензирования 28.12.2021; принята к публикации 30.12.2021.
The article was submitted 20.12.2021; approved after reviewing 28.12.2021; accepted for publication 30.12.2021.