

Выбор опорных окружностей при анализе круглости деталей подшипников качения

Олег Владимирович Захаров¹✉, Константин Георгиевич Пугин²

¹ Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина, Саратов, Россия

² Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

^{1,2} Пермский государственный аграрно-технологический университет им. акад. Д. Н. Прянишникова, Пермь, Россия

¹zov20@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-6186-6375>

²123zzz@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1768-8177>

Аннотация. Рассмотрена актуальная производственная проблема уменьшения погрешности измерения круглости деталей подшипников качения. Обоснован выбор опорных окружностей при анализе круглости указанных деталей. В качестве критериев выбраны физическая интерпретируемость, минимальное значение круглости, надёжность и производительность алгоритма расчёта круглости. Измерены внутренние и наружные поверхности колец и шариков радиального однорядного подшипника на кругломере и координатно-измерительной машине. Рассчитаны значения круглости деталей подшипников по четырём опорным окружностям (наименьших квадратов, минимальной зоны, минимальной описанной, максимальной вписанной). Установлено, что расчёт по окружности минимальной зоны обеспечивает минимальное значение круглости. Для оценки распределения круглости деталей партии подшипников проведено статистическое моделирование методом Монте-Карло и разработана методика, позволяющая на основе гармонического анализа выявить параметры и смоделировать распределения амплитуд и начальных фаз гармоник профиля деталей в партии с учётом корреляции. По результатам статистического моделирования установлено, что минимальные среднеарифметическое значение и стандартное отклонение круглости имеет окружность минимальной зоны. Для расчёта центра окружности минимальной зоны применён надёжный и производительный численный алгоритм минимизации функционала в виде ширины минимальной зоны. Расчёт по окружности минимальной зоны для наружного и внутреннего колец подшипника позволил минимизировать зазор между ними. С учётом всех критериев для анализа круглости колец и шариков подшипников качения рекомендовано выбирать окружность минимальной зоны.

Ключевые слова: измерение, круглость, опорная окружность, шариковый подшипник качения, статистическое моделирование

Для цитирования: Захаров О. В., Пугин К. Г. Выбор опорных окружностей при анализе круглости деталей подшипников качения // Измерительная техника. 2022. № 2. С. 14–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-2-14-21>

The choice of reference circles when analysis the roundness of parts for ball bearings

Oleg V. Zakharov¹✉, Konstantin G. Pugin²

¹ Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia

² Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

^{1,2} Perm State Agro-Technological University named after Academician D. N. Pryanishnikov, Perm, Russia

¹zov20@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-6186-6375>

²123zzz@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1768-8177>

Abstract. The scientific rationale for the choice of reference circles in the analysis of the roundness of rolling bearing parts is presented. The selection criteria were: physical interpretability, minimum roundness, reliability and performance of the calculation algorithm. The measurement of the inner and outer surfaces of the rings and balls of a single-row radial bearing was carried out on a roundness testers and a coordinate measuring machine. The values of roundness are calculated using four reference circles: least squares, minimum zone, minimum circumscribed, maximum inscribed. It was found that the calculation along the minimum zone circle provides the minimum value of roundness. Statistical Monte-Carlo modeling was carried out to assess the distribution of roundness in a batch of bearings. For this, a technique has been developed that allows, on the basis of harmonic analysis, to identify the distribution parameters of the amplitudes and initial phases of the harmonics of the profile of parts, and then to simulate the distribution in the batch into account the correlation. The results of statistical modeling have confirmed that the minimum zone circle has the minimum value of roundness in terms of the arithmetic mean and standard deviation. A numerical algorithm for minimizing the functional in the form of the width

of the minimum zone was applied to calculate the center of the minimum zone circle. In the area of performance of the objective function, there is one local minimum. The algorithm has proven to be reliable and efficient. Taking into account all the criteria, it is recommended to use the minimum zone circle for the analysis of the roundness of the rings and balls of rolling bearings.

Keywords: measurement, roundness, reference circle, ball bearing, statistical modeling

Введение. К деталям подшипников качения предъявляют высокие требования по точности формы. Примерно 70 % деталей машин, в том числе подшипников качения, содержат круговые поверхности, их сечением является окружность. Поэтому одним из наиболее распространённых на практике показателей погрешности формы является круглость, характеризующая отличие извлечённой окружной линии (круглограммы) от опорной окружности. Допуски круглости составляют для колец от 1,5 до 10 мкм, а для шариков от 0,1 до 1 мкм. В связи с этим измерение и анализ круглости – актуальная задача.

Различные методы измерения круглости (методы диаметров, хорд, радиусов, декартовых координат) имеют недостатки. Метод диаметров (двухточечный метод согласно ISO 4291:1985 “Methods for the assessment of departure from roundness – Measurement of variations in radius”) непригоден для измерения круглости деталей с нечётной огранкой. Метод хорд (трёхточечный метод по ISO 4291:1985) реализуется в виде комбинаций призм и датчиков линейных перемещений и имеет существенную методическую погрешность [1, 2]. Радиусный метод реализован в измерительных приборах типа кругломеров. Различают две разновидности кругломеров: с поворотным столом и с образцовым вращением шпинделя. Применение первого кругломера целесообразно для измерения круглости, эксцентриситета, соосности, перпендикулярности. Кругломеры с образцовым вращением шпинделя считаются наиболее точными и используются в качестве эталонных, но и они не лишены недостатков. Погрешности центрирования и нивелирования значительно влияют на получаемые результаты. Сложность заключается в том, что после центрирования искажается равномерность углового расположения точек профиля. Применение упрощённых алгоритмов компенсации с помощью гармонического анализа позволяет частично решить эту проблему [3].

Метод декартовых координат реализован в координатно-измерительных машинах, которые обладают большой универсальностью, позволяют построить полную геометрическую модель детали и затем определить все геометрические характеристики в виде размеров, формы, месторасположения, ориентации и биения. С совершенствованием координатно-измерительных машин стало возможно контролировать высокоточные подшипники качения [4]. Использование сканирующих методов повышает производительность координатно-измерительных машин в десятки раз. В последние годы для измерения круглости начали применять оптические [5] и лазерные [6, 7] методы.

Измерению и анализу круглости посвящено большое число исследований [1, 8, 9]. Однако до сих пор актуальны задачи измерения отдельных деталей, например цилиндров [10] и отверстий [11] малого диаметра, обечаек

цементных печей [12], коленчатых валов [13], незамкнутых поверхностей [14, 15]. Форма деталей нормируется исходя из их функционального назначения в механизме или приборе. Поэтому в методах анализа круглости необходимо учитывать принцип работы измерительных приборов, особенности размеров и точность детали или технологии её изготовления. Для подшипников качения круглость отдельных деталей влияет на зазор в узле и шумность работы. Вместе с тем отсутствие исследований, позволяющих обоснованно выбрать опорную окружность при измерении, представляет собой серьёзную производственную проблему.

Цель работы – предложить научно обоснованный выбор опорных окружностей на основе эвристического анализа, результатов измерения деталей подшипника и статистического моделирования.

Постановка задачи. ГОСТ 520-2011 «Подшипники качения. Общие технические условия» не регламентирует методы, приборы и методики выполнения измерения круглости. Геометрическая точность колец задаётся параметрами непостоянства диаметра, диаметра в единичной плоскости и среднего диаметра. Отдельные вопросы регламентируют другие стандарты. В ГОСТ 25256-2013 «Подшипники качения. Допуски. Термины и определения» даны термины допусков геометрической точности формы деталей подшипников, включающие круглость, овальность, огранку, сферичность, волнистость. В то же время в ГОСТ ISO 15241-2014 «Подшипники качения. Обозначения физических величин», ГОСТ 10058-90 «Подшипники радиальные шариковые однорядные для приборов. Технические условия» такие параметры не приведены. Для приборных подшипников разработана методика выполнения измерения круглости в диапазоне от 0,2 мкм до 2 мм (ГОСТ 58868-2020 «Подшипники качения приборные. Отклонение от круглости поверхностей деталей. Методика выполнения измерений»). Указано, что при выполнении измерений применяют кругломеры или аналогичные средства измерения, предназначенные для измерений отклонений формы и расположения поверхностей вращения, с пределом допускаемой относительной погрешности определения круглости не более 12 %.

В ГОСТ 3722-2014 «Подшипники качения. Шарикоподшипники. Технические условия», ГОСТ 32932-2014 «Подшипники качения. Шарикоподшипники керамические» для шариков указан допуск на сферичность и рекомендовано в качестве опорной выбирать сферу наименьших квадратов. Средний диаметр шарика определяют как среднееарифметическое значение наибольшего и наименьшего единичных диаметров шарика, а непостоянство диаметра как их разность. Единичные диаметры измеряют при вращении шарика. Для шариков диаметром не более 6 мм, а также для шариков степеней точности G3 и G5 допустимо измерять единичные диаметры

без вращения, но не менее чем в трёх произвольных диаметральных плоскостях. Наибольшее значение круглости в каждой из трёх единичных центральных плоскостей принимают в качестве значения сферичности.

При извлечении данных необходимо использовать определённый процесс фильтрации, также может потребоваться дополнительная фильтрация извлечённых данных. Дополнительный фильтр может быть линейным (гауссов, сплайн, вейвлет) или нелинейным (например, морфологический). Тип фильтрации влияет на фактическое значение круглости. Некоторые особенности измерения деталей подшипников рассмотрены в работах [16–18].

Авторы настоящего исследования рассматривали четыре опорные окружности: наименьших квадратов, минимальной зоны, минимальная описанная, максимальная вписанная. Критериями сравнения опорных окружностей принимали физическую интерпретируемость, надёжность алгоритма расчёта и затраты машинного времени, минимальное значение круглости. Для расчёта центра опорных окружностей использовали наиболее распространённые на практике алгоритмы. Результаты измерений обрабатывали с помощью стандартного программного обеспечения измерительных приборов и разработанной программы в среде MATLAB. Для получения статистически устойчивых результатов разработали методику статистического моделирования на основе метода Монте-Карло.

Математические модели опорных окружностей. Опорные кривые являются идеализацией геометрически точной детали. Поэтому опорная кривая для сечения круговой поверхности должна иметь форму окружности. Другой подход на основе прилегающих и облегающих предложен в работе [19]. Понятие облегающей впервые было введено в работе [20]. Иногда используются термины «центр профиля», «центр сечения». По мнению авторов настоящей статьи, для анализа круглости целесообразно применять только стандартное понятие – центр опорной окружности.

Ключевой задачей всех методов измерения круглости является определение центра опорной окружности. При решении этой задачи круглость находится однозначно. Стандарт ISO 4291:1985 устанавливает методику определения круглости путём измерения отклонений размеров радиуса с помощью инструментов контактного действия (щупов). Круглость оценивается от центра одной из четырёх опорных окружностей: наименьших квадратов (least squares, LS), минимальной зоны (minimum zone, MZ), минимальной описанной (minimum circumscribed, MC), максимальной вписанной (maximum inscribed, MI). У каждой из опорных окружностей может быть собственное приложение.

Если извлечённый профиль (круглограмма) является геометрически правильной окружностью, то центры всех опорных окружностей совпадают. В реальности центры опорных окружностей не совпадают и, как следствие, не совпадают оценки круглости. Наименьшее значение круглости даёт окружность минимальной зоны. Окружность наименьших квадратов даёт оценку круглости больше примерно на 5 %, а описанная и вписанная окружности – на 10 % [1].

Окружность наименьших квадратов LS. Центр окружности LS определяется так, чтобы сумма квадратов локальных отклонений круглости была минимальной. Окружность LS исторически первой применялась для кругломеров. Физическая аналогия для метода наименьших квадратов заключается в том, что отклонение в каждой точке может быть представлено в виде эластичной ленты, натяжение которой зависит от квадрата длины. В результате минимизируется «энергия» системы. Алгоритм наименьших квадратов вычислительно стабилен и не чувствителен к выбросам.

Расчёт декартовых координат x_{01} , y_{01} центра O_{01} окружности LS (рисунок а) по декартовым координатам x_i , y_i точек профиля осуществляется на основе функционала:

$$F_1 = \min \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{01})^2 + (y_i - y_{01})^2} - r_0 \right\},$$

где r_0 – радиус окружности LS.

Центр окружности LS определяется однозначным образом. Данные усредняются, что уменьшает вероятность выбросов. Круглость Δ_1 определяется как разность максимального $r_{1\max}$ и минимального $r_{1\min}$ радиусов: $\Delta_1 = r_{1\max} - r_{1\min}$. Положение центра наименьших квадратов можно вычислить с помощью простого явного уравнения, приведённого в приложении F стандарта ISO 4291:1985:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i; \quad x_{01} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x_i r_i; \quad y_{01} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i r_i,$$

где R – радиус средней окружности, r_i – полярный радиус точек профиля, n – число точек профиля.

Согласно исследованиям [3] указанные выше формулы из ISO 4291:1985 справедливы только для центрированных круглограмм. Таким образом, применение центрированных круглограмм ограничивается радиусным методом при достаточно точном центрировании. В действительности погрешности формы детали на круглограмме отсчитываются не от опорной окружности, а от лимаконы [1]. Погрешности, возникающие при неточном центрировании, рассмотрены в работах [21–23].

Окружности минимальной зоны MZ. Окружности минимальной зоны представляют собой две концентрические окружности, охватывающие профиль и имеющие наименьшую разность их радиусов. Минимальная зона соответствует минимальному допуску круглости Δ_2 . Поскольку результат определяется по пикам и впадинам, алгоритм минимальной зоны может быть чувствителен к выбросам.

Расчёт декартовых координат x_{02} , y_{02} центра O_{02} окружностей MZ (рисунок б) осуществляется на основе функционала

$$F_2 = \min \left\{ \max \sqrt{(x_i - x_{02})^2 + (y_i - y_{02})^2} - \min \sqrt{(x_i - x_{02})^2 + (y_i - y_{02})^2} \right\}.$$

Минимизация функционалов F_1 , F_2 выполняется методами нелинейной оптимизации. Конкретный метод оптимизации,

используемый в программном обеспечении координатно-измерительных машин и кругломеров, производители не указывают. В разработанной программе [24] использован метод Ньютона. Известны эвристические алгоритмы, уменьшающие временные затраты при поиске окружности минимальной зоны [25, 26]. Однако их эффективность проверена на ограниченном числе примеров и в настоящее время не может считаться общепризнанной.

Минимальная описанная окружность МС. Минимальная описанная окружность представляет собой окружность наименьшего радиуса r_{3min} , которая может располагаться вокруг профиля (рисунок в). Соответствует минимальному кольцевому калибру, в который входит вал. Минимизация радиуса окружности сводит к минимуму площадь между окружностью и профилем. Окружность МС должна касаться трёх или двух точек профиля. Результат определяется по пикам и впадинам, поэтому алгоритм чувствителен к выбросам.

Максимальная вписанная окружность МІ. Максимальная вписанная окружность представляет собой окружность наибольшего радиуса r_{4max} , которая может быть вписана в профиль (рисунок г). Окружность МІ не является уникальной (например, для эллипса Кассини), однако на практике данная форма отверстия встречается исключительно редко. Как правило, круглограмму такого вида получают при большом увеличении отклонений радиуса профиля относительно радиуса опорной окружности.

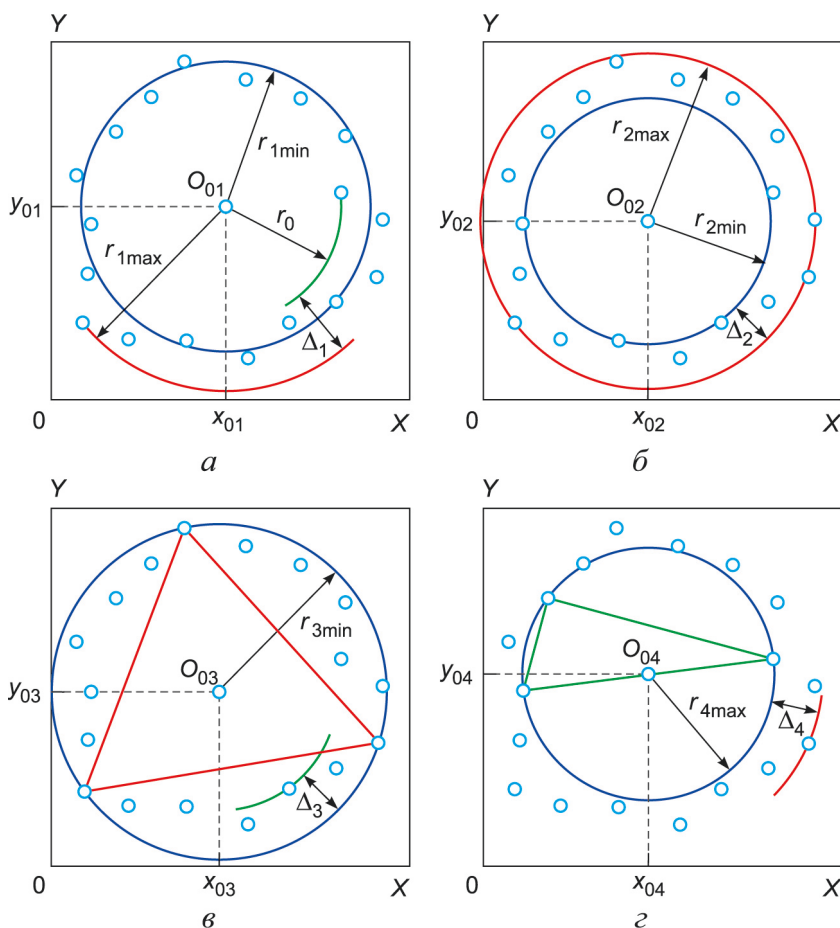
Для расчёта координат центров (x_{03}, y_{03}) и (x_{04}, y_{04}) окружностей соответственно МС и МІ используют вычислительные алгоритмы на основе выпуклых оболочек, диаграммы Вороного, линейного алгоритма Megiddo. Это связано с тем, что простейший алгоритм, рассматривающий каждую окружность, определяемую точками касания для МС и МІ, требует слишком большого числа вычислительных итераций – порядка n в четвёртой степени для числа n измеренных точек. Однако этот алгоритм неприменим на практике, если число точек составляет сотни или тысячи. Выпуклая оболочка используется для удаления избыточных точек с целью сокращения вычислительных затрат. Однако её применение не всегда эффективно. Если все точки являются вершинами выпуклой оболочки, то число итераций этого алгоритма составляет порядка n^2 . Алгоритмы с использованием диаграммы Вороного позволяют получить число итераций $n \log n$.

Линейный алгоритм был предложен N. Megiddo [27] и до сих пор может считаться наиболее производительным. Другим известным решением задачи построения окружностей МС, МІ являются эвристические алгоритмы, использующие определённые свойства расположения точек профиля [26, 28, 29]. Однако в настоящее время ни один из эвристических алгоритмов

не получил строгого математического обоснования и не может считаться общепризнанным.

Измерение круглости деталей подшипников. В настоящей работе изучали один из наиболее распространённых подшипников – однорядный шариковый радиальный подшипник 6-180206А. Измеряли его наружное и внутреннее кольца и шарик. Оценивали круглость наружного и внутреннего диаметров колец и сферичность шарика по трём сечениям. Традиционно на подшипниковых заводах используют кругломеры. Поэтому основным средством измерений выбран прецизионный кругломер Talyrond 130 (Taylor Hobson, Великобритания) и дополнительным – координатно-измерительная машина DEA GLOBAL Performance (Hexagon Metrology S.p.A., Италия). При анализе круглости для внутренних диаметров не применяли окружность МС, а для наружных поверхностей – окружность МІ.

Предел погрешности шпинделя кругломера Talyrond 130 при измерении круглости составляет $\pm 0,025$ мкм. Пределы допускаемой относительной погрешности измерений круглости ± 3 %. Использовали щуп радиусом 1 мм. Настройку кругломера производили без фильтров. При измерении



Опорные окружности наименьших квадратов, минимальной зоны, минимальная описанная, максимальная вписанная – а–г соответственно

Reference circles least squares, minimum zone, minimum described, maximum inscribed (a–d)

Таблица 1

Результаты измерений круглости деталей подшипника

Опорная окружность	Кругломер					КИМ*			
	$\Delta_{НК}^H$, мкм	$\Delta_{НК}^B$, мкм	$\Delta_{ВК}^H$, мкм	$\Delta_{ВК}^B$, мкм	$\Delta_{ш}$, мкм	$\Delta_{НК}^H$, мкм	$\Delta_{НК}^B$, мкм	$\Delta_{ВК}^H$, мкм	$\Delta_{ВК}^B$, мкм
LS	7,89	7,94	7,10	6,00	0,20	7,95	7,45	6,47	5,88
MZ	6,38	7,14	6,34	5,10	0,18	6,51	7,01	6,22	4,97
MC	6,51	—	6,94	—	0,21	6,64	—	7,02	—
MI	—	8,35	—	5,44	—	—	7,93	—	5,35

*КИМ – координатно-измерительная машина

Таблица 2

Смоделированные значения круглости деталей подшипника

Опорная окружность	Наружная поверхность		Внутренняя поверхность	
	CA3, мкм	CO, мкм	CA3, мкм	CO, мкм
LS	6,25	0,32	7,31	0,36
MZ	5,72	0,25	6,60	0,28
MC	6,03	0,59	—	—
MI	—	—	7,40	0,75

круглости применяли фильтр с верхней границей полосы пропускания 15. Алгоритмическая фильтрация выполнена фильтром 2RC с фазовой коррекцией. Результаты измерения приведены в табл. 1. Здесь и далее введены следующие обозначения: $\Delta_{НК}^H$, $\Delta_{НК}^B$ – круглости соответственно наружного и внутреннего диаметров наружного кольца; $\Delta_{ВК}^H$, $\Delta_{ВК}^B$ – круглости соответственно наружного и внутреннего диаметров внутреннего кольца; $\Delta_{ш}$ – сферичность шарика.

Паспортная погрешность координатно-измерительной машины DEA GLOBAL Performance $E_{L,MPE}=1,7+L/333$ мкм и $MPE_P=1,9$ мкм (ГОСТ Р ИСО 10360-2-2017 «Характеристики изделий геометрические. Приёмочные и перепроверочные испытания координатно-измерительных машин. Координатно-измерительные машины, применяемые для измерения линейных размеров»). Разрешающая способность измерительной системы 0,039 мкм. Для механической фильтрации использовали измерительный щуп сферической формы TP200 Renishaw радиусом 2 мм. Дополнительную фильтрацию не применяли. Круглость определяли по 36 точкам профиля. Установку кольца на стол координатно-измерительной машины выполняли по базовому торцу. Круглость (сферичность) шариков не измеряли, так как погрешность средства измерений превышала допуск на соответствующий параметр детали. Результаты измерений также приведены в табл. 1.

Моделирование круглости деталей подшипников. Для получения статистически устойчивых результатов авторы настоящей статьи разработали методику статистического моделирования на основе метода Монте-Карло. Статистическое моделирование анализа круглости включает следующие этапы: определение параметров распределения

амплитуд и начальных фаз гармоник на основе гармонического анализа круглограмм; корреляционный анализ указанных распределений; генерирование случайных чисел и их преобразование в необходимые законы распределения амплитуд и начальных фаз гармоник в партии деталей. Для моделирования профилей деталей подшипника применяли методику [3], а также исходные данные, полученные в течение нескольких лет на АО «ЕПК Саратов» с помощью кругломера Talyrond 130. Для полученных профилей деталей подшипника определяли значения круглости и рассчитывали статистические параметры деталей подшипников в партии.

Анализ круглости по полученным профилям выполняли в разработанной программе в среде MATLAB. В качестве метода минимизации использовали многопараметрический метод Ньютона, в котором на каждой итерации численно рассчитывается вторая производная целевой функции. Поиск минимума завершали при выполнении одного из условий: число итераций более 100; уменьшение шага по координатам до 10^{-8} . Алгоритм оптимизации имеет хорошую сходимость. Достаточно 50–70 итераций; время расчётов 0,1–0,3 с.

При моделировании принимали, что партия составляет 200 деталей подшипников. Рассматривали внутреннюю и наружную поверхности кольца. Для каждого профиля по 360 точкам рассчитывали значения круглости при использовании четырёх опорных окружностей LS, MZ, MC, MI. Установили, что круглость в партии деталей можно описать нормальным законом распределения. Поэтому для статистической оценки можно использовать среднеарифметическое значение (CA3) и стандартное отклонение (CO). Результаты статистического моделирования круглости приведены в табл. 2.

Анализ результатов измерений и моделирования. Все измеренные параметры колец и шариков подшипника находились в пределах допуска. Значения круглости наружного и внутреннего диаметров наружного кольца были близки (при этом круглость наружного диаметра внутреннего кольца примерно на 1 мкм больше, чем круглость внутреннего диаметра). Это можно объяснить особенностями технологии финишной обработки кольца.

Если принять результаты измерений на кругломере за эталонные и сравнить с ними результаты измерений на координатно-измерительной машине, то можно сделать следующий вывод. Круглость наружных и внутренних цилиндрических поверхностей, измеренная на координатно-измерительной

машине, в среднем на 5 % меньше, чем измеренная на кругломере. Это можно объяснить дискретизацией профиля и механической фильтрацией. При измерениях с помощью координатно-измерительной машины использовалось меньшее число точек профиля и щуп с большим радиусом (по сравнению с кругломером). Круглость наружных и внутренних поверхностей тора, измеренная на координатно-измерительной машине, в среднем на 3 % меньше, чем при измерениях на кругломере. Это можно объяснить погрешностью сечения тора и погрешностью компенсации радиуса щупа.

Объективным критерием выбора опорных окружностей является минимальное значение круглости. Для деталей подшипников установлены жёсткие допуски на круглость, поэтому завышенное значение при измерении может привести к увеличению процента брака. Установлено, что наименьшее значение круглости соответствует окружности MZ. При измерении на кругломере окружность LS даёт большее значение круглости 11,1–23,7 %. Значение 11,1 % характерно для шариков. Окружность MC даёт большее по сравнению с MZ значение круглости 9,5–20,4 %. Для окружности MI значение круглости лежит в интервале 6,7–16,9 %. При измерении на координатно-измерительной машине окружность LS даёт большее по сравнению с MZ значение круглости 4,0–22,1 %. Для окружностей MC и MI значения круглости составляют 2,0–12,9 % и 7,6–11,8 % соответственно. Таким образом, соотношение между значениями круглости для разных опорных окружностей слабо зависит от средства измерений.

Выявлено, что для внутренней поверхности характерно большее значение круглости по абсолютному значению и размаху. Окружность MZ даёт наименьшие CA3 и CO. Окружность LS имеет большее (по сравнению с окружностью MZ) CA3 на 9,3 и 10,8 % для наружной поверхности и внутренней поверхностей соответственно, при этом CO больше на 28 и 28,6 % для наружной и внутренней поверхностей соответственно. Окружность MC по сравнению с окружностью MZ имеет большие CA3 на 10,1 % и CO в 2,36 раза. Окружность MI по сравнению с окружностью MZ имеет большее CA3 на 12,1 % и CO в 2,68 раза. Таким образом, окружность MC по сравнению с окружностью LS даёт меньшее значение круглости по CA3 для наружной поверхности и большее значение для внутренней поверхности. CO во всех случаях больше для окружностей MC, MI. Поэтому можно сделать вывод, что опорные окружности MC, MI менее устойчивы к выбросам.

Опорные окружности следует интерпретировать с физической точки зрения. Описанную и вписанную окружности традиционно рассматривают как сопрягаемую деталь идеальной формы в посадках с зазором. Окружность минимальной зоны может рассматриваться как траектория движения или след пересечения двух поверхностей. Окружность наименьших квадратов лучше отражает прессовую посадку, так как в первом приближении описывает распределение материала. В работе [30] показано, что для точных деталей подшипников различия между центрами опорных окружностей и центром масс сечения невелики. Для подшипника важнейшим параметром является зазор. Наружное и внутреннее кольца подшипников обладают погрешностью формы, и окружность минимальной

зоны позволяет найти зону взаимодействия колец как сумму двух минимальных зазоров. Поэтому выбор окружности минимальной зоны в качестве опорной для деталей подшипника является предпочтительным.

Надёжность результатов вычисления погрешности окружности наименьших квадратов и минимальной зоны выше надёжности результатов вычисления погрешностей описанной и вписанной окружностей. Многочисленные расчёты по реальным данным и результатам моделирования показали, что при минимизации функционалов F_1 , F_2 целевая функция имеет один локальный минимум. Поэтому можно использовать метод безусловной оптимизации. В качестве такого метода выбран метод второго порядка Ньютона. По вычислительным затратам расчёт центров окружностей наименьших квадратов и минимальной зоны примерно равны. Линейные алгоритмы для поиска центра минимальной описанной и максимальной вписанной окружностей показали сравнимое время при числе точек на профиле не более 50. При большем числе точек затраты времени линейно увеличиваются и производительность уменьшается.

Заключение. Проведённые исследования позволяют рекомендовать для анализа круглости колец и шариков подшипников окружность минимальной зоны. Основным преимуществом является меньшее значение круглости: среднеарифметическое значение меньше на 9–10 %, стандартное отклонение меньше на 28–29 % по сравнению с окружностью наименьших квадратов. Это позволяет менее жёстко нормировать допуск на круглость и соответственно уменьшить процент брака на производстве. Несмотря на то, что центр окружности минимальной зоны определяется по впадинам и выступам, алгоритм расчёта слабо чувствителен к выбросам. Это подтверждается минимальным значением стандартного отклонения при статистическом моделировании. Использование окружностей минимальной зоны для анализа круглости наружных и внутренних поверхностей колец позволяет минимизировать зазор в подшипнике. При поиске центра окружности для минимизации функционала применялся безусловный метод оптимизации – метод второго порядка Ньютона. С вычислительной точки зрения алгоритм зарекомендовал себя как надёжный и производительный: достаточно 50–70 итераций; время расчётов не превышает 0,3 с.

Список источников

1. Уайтхауз Д. Метрология поверхностей. Принципы, промышленные методы и приборы. М.: ИД Интеллект, 2009. 472 с.
2. Захаров О. В., Кочетков А. В. Минимизация систематической погрешности при бесцентровом измерении круглости деталей // Метрология. 2015. № 4. С. 20–28.
3. Захаров О. В., Бржозовский Б. М. О точности центрирования при измерении на кругломерах // Измерительная техника. 2006. № 11. С. 20–22.
4. Гречников Ф. В., Резчиков А. Ф., Захаров О. В. Итерационный метод коррекции радиуса сферического щупа мобильных координатно-измерительных машин при контроле поверхностей вращения // Измерительная техника. 2018. № 4. С. 21–24. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-4-21-24>

5. Mekid S., Vacharanukul K., *Measurement*, 2011, vol. 44, iss. 4, pp. 762–766.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2011.01.011>
6. Zhou Y., Li Q., Chu L., Ma Y., Zhang J., *Meas. Sci. Technol.*, 2020, vol. 31, 065002.
<https://doi.org/10.1088/1361-6501/ab6ecd>
7. Заякин О. А., Манухин А. В., Ростов А. А. Экспериментальный лазерный кругломер, исследование основной погрешности измерений // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2017. № 6. С. 184–188.
8. Zakharov O. V., Bobrovskij I. N., Kochetkov A. V., *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 963–968.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.071>
9. Печенин В. А., Болотов М. А., Рузанов Н. В., Грачев И. А., Щербаков И. А. Модель сопряжения деталей с коническими поверхностями // СТИН. 2017. № 3. С. 28–33.
10. Stone J., Muralikrishnan B., Sahay C., *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 2011, vol. 116, no. 2, pp. 573–587. <http://dx.doi.org/10.6028/jres.116.006>
11. Chen Y.-L., Machida Y., Shimizu Y., Matsukuma H., Gao W., *CIRP Annals*, 2018, vol. 67, pp. 535–538.
<https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.04.009>
12. Хуртасенко А. В., Шрубченко И. В., Тимофеев С. П. Методика определения формы наружной поверхности качения опор технологических барабанов // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. 2015. № 3. С. 85–89.
13. Chybowski L., Nozdrzykowski K., Grządziel Z., Jakubowski A., Przetakiewicz W., *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, iss. 14, 4722. <https://doi.org/10.3390/app10144722>
14. Грачев И. А., Болотов М. А., Печенин В. А., Кудашов Е. В. Сравнительный анализ вариантов моделирования реальной геометрии поверхностей деталей ГТД / Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020). Самара, 26–29 мая 2020 года. Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы. В 4-х томах. Под ред. В. А. Соболева. Т. 3. Самара: Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С. П. Королева, 2020. С. 627–637.
15. Cao Zhi-min, Wu Yun, Han Jian, *Meas. Sci. Technol.*, 2017, vol. 28, 105017. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aa770f>
16. Yang Liu, Ziyue Wu, Tancheng Xie, Yanwei Xu, *Proceedings of the 7th International Conference on Education, Management, Computer and Society, Advances in Computer Science Research (EMCS 2017)*, ACSR, 2017, vol. 61, pp. 396–402.
<https://doi.org/10.2991/emcs-17.2017.78>
17. Viitala R., Gruber G., Hemming B., Widmaier T., Tammi K., Kuosmanen P., *Precision Engineering*, 2019, vol. 55, pp. 59–69.
<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2018.08.007>
18. Viitala R., Widmaier T., Hemming B., Tammi K., Kuosmanen P., *Precision Engineering*, 2018, vol. 54, pp. 118–130.
<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2018.05.008>
19. Марков Б. Н., Меликова О. Н., Педь С. Е. Разработка алгоритмов и программ построения опорных окружностей для анализа отклонений от круглости // Измерительная техника. 2019. № 2. С. 35–38.
<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-2-35-38>
20. Шевелева Г. И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. М.: Станкин, 1999. 494 с.
21. Никольский А. А., Королев В. В. Точный метод измерений на кругломерах формы поперечных сечений сложного профиля без предварительного центрирования // Измерительная техника. 2011. № 6. С. 24–29.
22. Shi S., Kuschmierz R., Zhang G., Lin J., Czarske J., Qu J., *Measurement*, 2020, vol. 155, 107530.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.107530>
23. Adamczak S., Stepień K., Kmiecik-Softysiak U., *Procedia Engineering*, 2017, vol. 192, pp. 4–9.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.06.001>
24. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2014612744. Расчёт отклонений от круглости деталей / П. Ю. Бочкарев, О. В. Захаров, В. В. Шалунов, Е. П. Решетникова. Опубл. 6.03.2014.
25. Rossi A., Lanzetta M., *Measurement*, 2013, vol. 46, pp. 2251–2258. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.03.025>
26. Calvo R., Gómez E., *Measurement*, 2015, vol. 73, pp. 211–225. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.04.009>
27. Megiddo N., *SIAM J. Comput.*, 1983, vol. 12, no. 4, pp. 759–776. <https://doi.org/10.1137/0212052>
28. Li X., Zhu H., Guo Z., Liu Y., *Review of Scientific Instruments*, 2020, vol. 91, 025105. <https://doi.org/10.1063/1.5141146>
29. Liu F., Xu G., Liang L., Zhang Q., Liu D., *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, vol. 65, no. 12, pp. 2787–2796. <https://doi.org/10.1109/TIM.2016.2601003>
30. Гебель И. Д. Выбор базовой окружности при измерении формы профиля тел вращения // Измерительная техника. 1971. № 10. С. 20–24.

References

1. Whitehouse David J., *Handbook of Surface and Nanometrology*, Second Edition, CRC Press – Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2010, 975 p.
2. Zakharov O. V., Kochetkov A. V., *Measurement Techniques*, 2016, vol. 58, no. 6, pp. 1317–1321.
<https://doi.org/10.1007/s11018-016-0892-6>
3. Zakharov O. V., Brzhozovskii B. M., *Measurement Techniques*, 2006, vol. 49, no. 11, pp. 1094–1097.
<https://doi.org/10.1007/s11018-006-0242-1>
4. Grechnikov F. V., Rezhnikov A. F., Zakharov O. V., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 4, pp. 347–352.
<https://doi.org/10.1007/s11018-018-1432-3>
5. Mekid S., Vacharanukul K., *Measurement*, 2011, vol. 44, iss. 4, pp. 762–766. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2011.01.011>
6. Zhou Y., Li Q., Chu L., Ma Y., Zhang J., *Meas. Sci. Technol.*, 2020, vol. 31, 065002. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ab6ecd>
7. Zayakin O. A., Manukhin A. V., Rostov A. A., Pilot laser roundness meter, research for the main measurement error, *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*, 2017, no. 6, pp. 184–188. (In Russ.)
8. Zakharov O. V., Bobrovskij I. N., Kochetkov A. V., *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 963–968.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.071>

9. Pechenin V. A., Bolotov M. A., Ruzanov N. V., Grachev I. A., Shcherbakov I. A., *Russian Engineering Research*, 2017, vol. 37, pp. 739–743. <https://doi.org/10.3103/S1068798X17080135>
10. Stone J., Muralikrishnan B., Sahay C., *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 2011, vol. 116, pp. 573–587. <http://dx.doi.org/10.6028/jres.116.006>
11. Chen Y.-L., Machida Y., Shimizu Y., Matsukuma H., Gao W., *CIRP Annals*, 2018, vol. 67, pp. 535–538. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.04.009>
12. Khurtasenko A. V., Shrubchenko I. V., Timofeev S. P., Metodika opredeleniya formy naruzhnoi poverkhnosti kacheniya opor tekhnologicheskikh barabanov, *Vestnik V. G. Shukhova BGTU*, 2015, no. 3, pp. 85–89. (In Russ.)
13. Chybowski L., Nozdrzykowski K., Grządziel Z., Jakubowski A., Przetakiewicz W., *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, iss. 14, 4722. <https://doi.org/10.3390/app10144722>
14. Grachev I. A., Bolotov M. A., Pechenin V. A., Kudashov E. V., Kharin K. E., *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2021, vol. 1745, 012087. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1745/1/012087>
15. Cao Zhi-min, Wu Yun, Han Jian, *Meas. Sci. Technol.*, 2017, vol. 28, 105017. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aa770f>
16. Yang Liu, Ziyue Wu, Tancheng Xie, Yanwei Xu, *Proceedings of the 7th International Conference on Education, Management, Computer and Society, Advances in Computer Science Research (EMCS 2017)*, ACSR, 2017, vol. 61, pp. 396–402. <https://doi.org/10.2991/emcs-17.2017.78>
17. Viitala R., Gruber G., Hemming B., Widmaier T., Tammi K., Kuosmanen P., *Precision Engineering*, 2019, vol. 55, pp. 59–69. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2018.08.007>
18. Viitala R., Widmaier T., Hemming B., Tammi K., Kuosmanen P., *Precision Engineering*, 2018, vol. 54, pp. 118–130. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2018.05.008>
19. Markov B. N., Melikova O. N., Ped' S. E., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 2, pp. 134–138. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01597-y>
20. Sheveleva G. I., *Teoriya formoobrazovaniya i kontakta dvizhushchikhsya tel*, Moscow, MGTU Stankin, 1999, 494 p. (In Russ.)
21. Nikolskii A. A., Korolev V. V., *Measurement Techniques*, 2011, vol. 54, no. 6, pp. 640–649. <https://doi.org/10.1007/s11018-011-9779-8>
22. Shi S., Kuschmierz R., Zhang G., Lin J., Czarske J., Qu J., *Measurement*, 2020, vol. 155, 107530. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.107530>
23. Adamczak S., Stepień K., Kmiecik-Sołtysiak U., *Procedia Engineering*, 2017, vol. 192, pp. 4–9. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.06.001>
24. Svidetel'stvo o gos. registratsii programmy dlya EVM no. 2014612744, Raschet otklonenii ot kruglosti detalei, P. Yu. Bochkarev, O. V. Zakharov, V. V. Shalunov, E. P. Reshetnikova, 6.03.2014. (In Russ.)
25. Rossi A., Lanzetta M., *Measurement*, 2013, vol. 46, pp. 2251–2258. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.03.025>
26. Calvo R., Gómez E., *Measurement*, 2015, vol. 73, pp. 211–225. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.04.009>
27. Megiddo N., *SIAM J. Comput.*, 1983, vol. 12, no. 4, pp. 759–776. <https://doi.org/10.1137/0212052>
28. Li X., Zhu H., Guo Z., Liu Y., *Review of Scientific Instruments*, 2020, vol. 91, 025105. <https://doi.org/10.1063/1.5141146>
29. Liu F., Xu G., Liang L., Zhang Q., Liu D., *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, vol. 65, no. 12, pp. 2787–2796. <https://doi.org/10.1109/TIM.2016.2601003>
30. Gebel I. D., *Measurement Techniques*, 1971, vol. 14, no. 10, pp. 1485–1492. <https://doi.org/10.1007/BF00981832>

Статья поступила в редакцию 08.11.2021; одобрена после рецензирования 21.12.2021; принята к публикации 24.12.2021.
The article was submitted 08.11.2021; approved after reviewing 21.12.2021; accepted for publication 24.12.2021.