

Научная статья

УДК 681.5.08

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-1-12-16>

Оценка точности алгоритмов обработки апостериорных результатов измерений, полученных от троированных измерительных каналов

Павел Валерьевич Власов^{1✉}, Федор Иванович Храпов², Александр Андреевич Жуков^{3✉}

^{1, 2, 3} Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Московская область, Россия

¹pvlasov@vniiftri.ru ✉, ²hrapov@vniiftri.ru, ³zhukov_aa@vniiftri.ru ✉

Аннотация. Рассмотрена задача оценки условных (уточнённых) доверительных границ погрешности измерений по апостериорной информации о результатах измерений. Проведён сравнительный анализ точности различных алгоритмов обработки апостериорных результатов измерений, полученных с помощью трёх однотипных измерительных каналов. Рассмотрены алгоритмы обработки результатов трёх равноточных измерений по среднему арифметическому и медианному значениям, а также по среднему арифметическому максимального и минимального значений. В качестве апостериорной информации использованы три параметра: отношение разности между максимальным и минимальным значениями результатов трёх измерений к показателю точности измерительного канала; отношение минимального к максимальному значению из двух разностей – максимальное и медианное или медианное и минимальное значения из трёх результатов измерений; произведение указанных выше двух параметров. Первый параметр характеризует относительный разброс, второй – равномерность рассеивания результатов трёх измерений, третий – плотность и, как и второй, равномерность рассеивания. Для трёх параметров найдены граничные значения, относительно которых условные доверительные границы погрешности алгоритмов больше или меньше доверительных границ безусловной погрешности этих алгоритмов. С точки зрения показателей точности обосновано применение того или иного алгоритма обработки трёх равноточных измерений в зависимости от закона распределения их погрешности. Предложены соотношения для оценки показателей точности результатов обработки этих измерений.

Ключевые слова: параллельные равноточные измерения, избыточная измерительная информация, обработка апостериорной информации, алгоритмы обработки, погрешность измерения, плотность распределения вероятностей, условная вероятность, условные доверительные границы, имитационное моделирование

Для цитирования: Власов П. В., Храпов Ф. И., Жуков А. А. Оценка точности алгоритмов обработки апостериорных результатов измерений, полученных от троированных измерительных каналов // Измерительная техника. 2022. № 1. С. 12–16. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-1-12-16>

Evaluation of the accuracy of processing algorithms for a posteriori measurement results obtained from tripled measuring channels

Pavel V. Vlasov^{1✉}, Fedor I. Khrapov², Alexander A. Zhukov^{3✉}

^{1, 2, 3} Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering Measurements, Mendeleev, Moscow region, Russia

¹pvlasov@vniiftri.ru ✉, ²hrapov@vniiftri.ru, ³zhukov_aa@vniiftri.ru ✉

Abstract. The problem of assessing the conditional (refined) confidence limits of the measurement error using a posteriori information about the measurement results is considered. A comparative analysis of the accuracy of various algorithms for processing a posteriori measurement results obtained using three measuring channels of the same type is carried out. Algorithms for processing the results of three equally accurate measurements by the arithmetic mean and median values, as well as by the arithmetic mean of the maximum and minimum values are considered. Three parameters were used as a posteriori information: the ratio of the difference between the maximum and minimum values of the results of three measurements to the accuracy indicator of the measuring channel; the ratio of the minimum to the maximum value of the two differences – the maximum and median or median and the minimum value of the three measurement results; product of the above two parameters. The first parameter characterizes the relative spread, the second – the uniformity of the scattering of the results of three measurements, the third – the density and uniformity of the scattering of the results of three measurements. For three parameters, boundary values are found, relative to which the conditional confidence limits of the error of the algorithms are greater or less than the confidence limits of the unconditional error of these algorithms. From the point of view of accuracy indicators, the use of one or another algorithm for processing three equally accurate measurements is justified, depending on the distribution law of their error. Relationships are proposed for assessing the accuracy of the results of processing these measurements.

Keywords: parallel equal-precision measurements, a posteriori information about measurement results, algorithms for processing redundant measurement information, conditional confidence limits of measurement error, scattering diagram, probability distribution density of measurement error, simulation modeling

Введение. В настоящее время практически любое сложное техническое устройство в составе имеет средства измерений (измерительные системы), основной задачей которых является получение объективной информации о состоянии (параметрах) управляемого процесса или технического состояния объекта. Критическим фактором является достоверность полученной измерительной информации об особо важных параметрах. Достоверность можно увеличивать путём повышения избыточности измерительной информации (структурной, топологической, временной) [1–4]. Одним из способов повышения структурной избыточности является дублирование или троирование измерительных систем (измерительных каналов). Преимуществом троирования является возможность получать достоверную измерительную информацию даже при выходе из строя одного из каналов. При избыточной измерительной информации задачей, обратной повышению достоверности (надёжности) результатов измерений, является увеличение их точности [3–5]. При решении задачи повышения точности в отличие от повышения достоверности в основном используют только априорную информацию. Такой подход позволяет оценить безусловные доверительные границы погрешности измерений, но после получения результатов измерений оценка доверительных границ погрешности измерений может быть уточнена как в меньшую, так и в большую сторону.

В работе [1] на примере измерительной системы уровня заправки баков ракет-носителей, содержащей три однотипных измерительных канала, проведён сравнительный анализ точности двух алгоритмов обработки результатов трёх равноточных измерений. При сравнении в качестве «эталонного» алгоритма рассмотрен общепринятый в метрологии порядок обработки результатов измерений по среднему арифметическому трёх измеренных значений (алгоритм 1), а в качестве альтернативы – алгоритмы обработки по медианному значению трёх результатов измерений (приоритетный в ракетно-космической отрасли) (алгоритм 2) и по среднему арифметическому максимального и минимального значений трёх измерений (алгоритм 3).

Так как в алгоритме 2 в качестве результата измерений используется только один измерительный канал, а в алгоритме 3 – два канала, то обычно за безусловные доверительные границы погрешности алгоритмов 2 и 3 принимают соответственно $\pm\Delta_{0,95}$; $\pm(\Delta_{0,95}/1,41)$, где $\Delta_{0,95}$ – доверительные границы погрешности измерительного канала. При определении условных доверительных границ погрешности алгоритмов 2, 3 учитывается только результат измерений с медианным или с максимальным и минимальным значениями соответственно. Условные границы меньше безусловных. Таким образом, апостериорная информация позволяет уточнить оценку погрешности измерений.

Цель настоящей работы – выполнить сравнительный анализ точности трёх алгоритмов в зависимости от апостериорной информации об относительном разбросе и (или) равномерности рассеивания результатов трёх измерений.

Постановка задачи. Требуется сравнить показатели точности трёх алгоритмов при апостериорной информации

об относительном разбросе D и равномерности рассеивания m результатов трёх измерений:

$$\begin{cases} D = (c - a) / \Theta; \\ m = \frac{\min\{(c - b), (b - a)\}}{\max\{(c - b), (b - a)\}}; \\ a \leq b \leq c; \\ \Theta = \sigma \text{ или } \Theta = \Delta, \end{cases}$$

где D – отношение разницы между максимальным и минимальным значениями из трёх полученных результатов измерений к среднему квадратическому отклонению (СКО) σ нормального распределения или половине интервала Δ равномерного распределения погрешности измерительных каналов; m – отношение минимального значения к максимальному значению из двух разностей: максимальное и медианное или медианное и минимальное значений из трёх результатов измерений.

Под показателями точности будем понимать доверительные границы при вероятности 0,95 суммарной погрешности алгоритма.

Согласно теории вероятностей [6] указанная задача сводится к отысканию границ, при которых условная вероятность нахождения погрешности рассматриваемого алгоритма в этих границах равнялась бы 95 %, а в качестве условия выбирается наступление события, описываемого одним из двух выражений:

$$X - dX \leq D \leq X + dX; \quad (1)$$

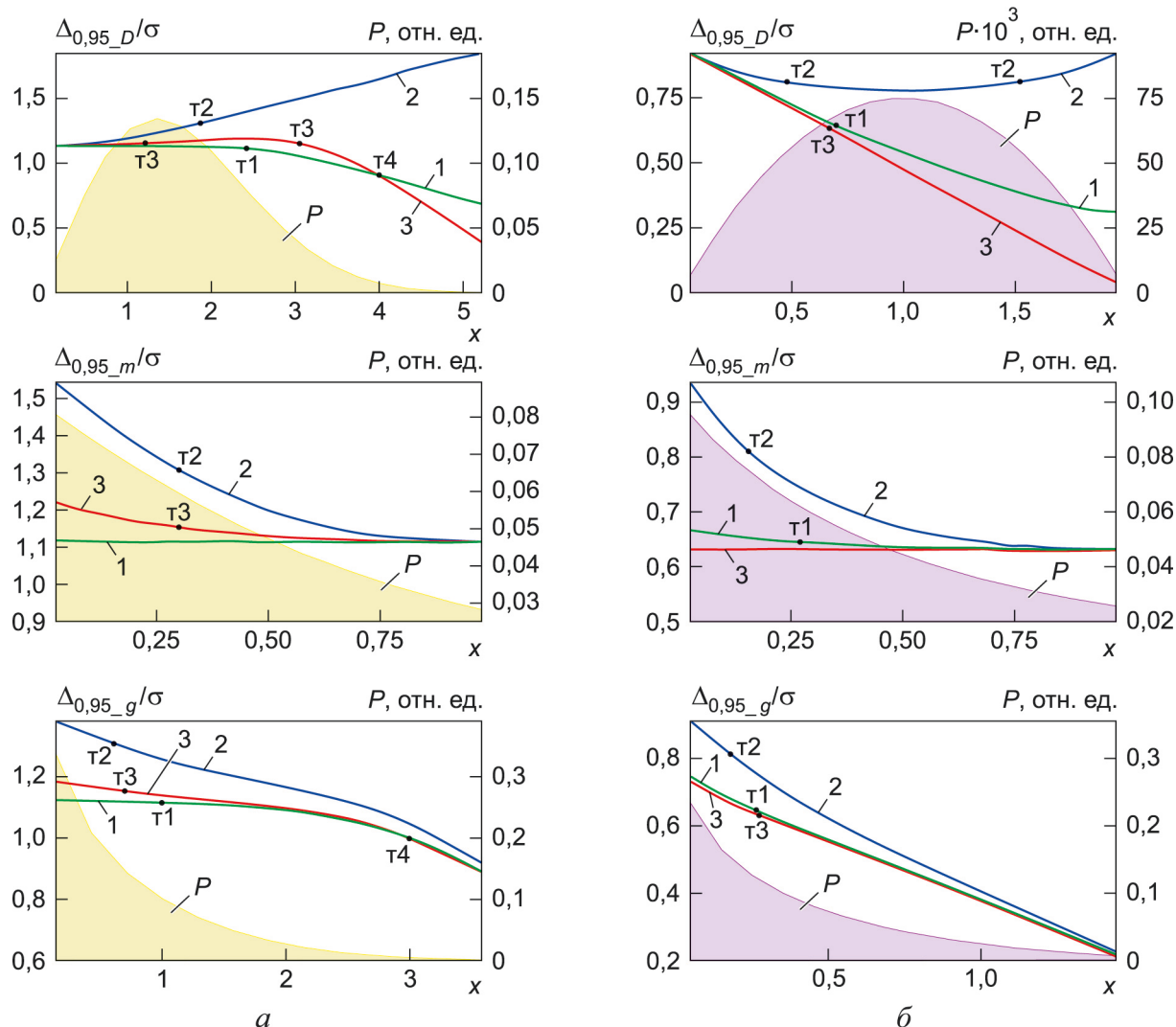
$$X - dX \leq m \leq X + dX. \quad (2)$$

Порядок решения задачи. В качестве программно-математического аппарата для реализации метода Монте-Карло и статистической обработки полученных результатов моделирования выбрана среда разработки Rstudio (Rstudio: [сайт]. <https://www.rstudio.com/>) для языка программирования R (The Comprehensive R Archive Network: [сайт]. <https://cran.r-project.org/>) [7–8]. При имитации погрешностей трёх измерительных каналов сгенерированы три независимые последовательности по 10^7 случайно распределённых элементов. Выбраны нормальный (математическое ожидание $M = 0$; СКО $\sigma = 1$) и равномерный (интервал $\pm\Delta$; $M = 0$; $\Delta = 1$) законы распределения. Для нормального распределения дополнительно проведена отбраковка по уровню 3σ (имитация проверки измерительных каналов с пределами допускаемой погрешности по уровню 3σ).

Для каждой тройки сгенерированных погрешностей были вычислены соответствующие им результаты обработки по трём алгоритмам и значения D , m . Далее из всего массива данных взята выборка 20 последовательностей, удовлетворяющих условию (1) или (2). Значения X , dX заданы в соответствии с соотношением:

$$\begin{cases} dX = \frac{\max_{i=1...10^7}[Y_i] - \min_{i=1...10^7}[Y_i]}{20}; \\ X_j = [j + 0,5]dX; \quad j = 0...19, \end{cases}$$

где Y соответствует D или m .



Условная вероятность P (закрашенная область) и относительные доверительные границы $\Delta_{0,95}$ алгоритмов 1–3 (кривые 1–3 соответственно) в зависимости от интервала $[X-dX; X+dX]$ возможных значений параметров D, m, g при нормальном (а) и равномерном (б) законах распределения погрешностей измерительных каналов: τ_1 – τ_3 – точки равенства условных и безусловных доверительных границ алгоритмов 1–3; τ_4 – точка равенства условных доверительных границ алгоритмов 1 и 3

Conditional probability P (shaded area) and relative confidence limits $\Delta_{0,95}$ of algorithms 1–3 (curves 1–3, respectively) depending on the interval $[X-dX; X+dX]$ of possible values of parameters D, m, g with normal (a) and uniform (b) laws of error distribution of measuring channels:

τ_1 – τ_3 – points of equality of conditional and unconditional confidence boundaries of algorithms 1–3; τ_4 – point of equality of conditional confidence boundaries of algorithms 1 and 3

Таблица 1

Доверительные границы $\Delta_{0,95}$ безусловной погрешности алгоритмов 1–3

Закон распределения	Измерительный канал	Алгоритм		
		1	2	3
Нормальный (усечённый)	$\pm 1,94\sigma$	$\pm 1,115\sigma$	$\pm 1,308\sigma$	$\pm 1,154\sigma$
Равномерный	$\pm 0,95\Delta$	$\pm 0,645\Delta$	$\pm 0,811\Delta$	$\pm 0,632\Delta$

Для каждой j -й выборки оценивались вероятность события, удовлетворяющего условиям (1) или (2), и симметричные

границы, в пределах которых находилось 95 % элементов от этой выборки.

На основании полученных в табличной форме зависимостей условной вероятности и доверительных границ алгоритмов от выбранных параметров D, m были построены графики (рисунок). На графики нанесены точки, соответствующие полученным в [1] априорным доверительным (при вероятности 0,95) границам $\Delta_{0,95}$ погрешности алгоритмов 1–3 (табл. 1).

Результаты предварительного анализа зависимости доверительных границ $\Delta_{0,95}$ погрешности алгоритмов 1–3 от значений параметров $D, m, g = Dm$ приведены в табл. 2.

Для алгоритма 2 зависимости доверительных границ его погрешности от параметров D, m разнонаправлены, поэтому

Таблица 2

Зависимость доверительных границ $\Delta_{0,95}$ погрешности алгоритмов 1–3 от параметров D, m, g

Параметр	Зависимость		
	Алгоритм 1	Алгоритм 2	Алгоритм 3
Нормальный (усечённый) закон распределения			
D	Сильная, отрицательная	Сильная, положительная	Сильная, в основном отрицательная
m	Практически не зависит	Сильная, отрицательная	Умеренная, отрицательная
g	Сильная, отрицательная	Сильная, отрицательная	Сильная, отрицательная
Равномерный закон распределения			
D	Сильная, отрицательная	Умеренная, U-образная	Сильная, отрицательная, практически линейная
m	Практически отсутствует	Сильная, отрицательная	Слабая, отрицательная
g	Сильная, отрицательная, практически линейная	Сильная, отрицательная	Сильная, отрицательная, практически линейная

Таблица 3

Условные и безусловные доверительные границы погрешности алгоритмов 1–3 для нормального закона распределения

Параметр	$d_{\text{и}}$	$P_c, \%$	$(\Delta_{0,95}^{\text{усл}} - \Delta_{0,95}) / \Delta_{0,95}, \%$
Алгоритм 1			
D	0...2,42 2,42...6,00	87 13	1,6...0 0...-38
m	0...1	100	0*
g	0...1 1...6	79 21	0,8...0 0...-44
Алгоритм 2			
D	0...1,87 1,87...6,00	60 40	-13...0 0...-41
m	0...0,3 0,3...1,0	42 58	18...0 0...-15
g	0...0,61 0,61...6,00	68 32	5,7...0 0...-51
Алгоритм 3			
D	0...1,20 1,20...3,05 3,05...6,00	45 47 8	-1,8...0 0...3,1...0 0...-66
m	0...0,3 0,3...1,0	42 58	5,8...0 0...3,5
g	0...0,7 0,7...6,0	69 31	2,6...0 0...46

дополнительно оценены условная вероятность и доверительные границы алгоритмов для обобщающего параметра g (см. рисунок).

Сравнительный анализ. В табл. 3, 4 приведены результаты сравнения условных $\Delta_{0,95}^{\text{усл}}$ и безусловных $\Delta_{0,95}$ доверительных границ погрешности алгоритмов соответственно для нормального (усечённого) и равномерного законов распределения погрешности измерительных каналов; $d_{\text{и}}$ – диапазон изменений параметра; P_c – вероятность события; $(\Delta_{0,95}^{\text{усл}} - \Delta_{0,95}) / \Delta_{0,95}$ – отношение разности условных и безусловных доверительных границ погрешности алгоритмов к безусловным доверительным границам (примечание: 0* – колебания не превышают по модулю 0,3 %). Для всех алгоритмов при вероятности априорной информации 100 % доверительные границы $\Delta_{0,95}$ см. в табл. 1.

Таблица 4

Условные и безусловные доверительные границы погрешности алгоритмов 1–3 для равномерного закона распределения

Параметр	$d_{\text{и}}$	$P_c, \%$	$(\Delta_{0,95}^{\text{усл}} - \Delta_{0,95}) / \Delta_{0,95}, \%$
Алгоритм 1			
D	0...0,7 0,7...2,0	28 72	42...0 0...-52
m	0...0,27 0,27...1,00	40 60	3,5...0 0...-2
g	0...0,27 0,27...2,00	55 45	16...0 0...-78
Алгоритм 2			
D	0...0,48 0,48...1,52	60 40	-13...0 0...-4,3...0
m	1,52...2,00 0...0,16	42 58	0...13 15...0
g	0,16...1,00 0...0,18	68 32	0...-22 12...0
Алгоритм 3			
D	0...0,67 0,67...2,00	29 71	45...0 0...-94
m	0...1	100	0*
g	0...0,28 0,28...2,00	55 45	16...0 0...-78

При нормальном законе распределения погрешности измерительных каналов лучшими показателями точности практически всегда обладает алгоритм 1. При $D > 4$ или $g > 3$ лучшие по сравнению с алгоритмами 1, 2 показатели точности имеет алгоритм 3, но вероятность наступления такого события – выполнение требований к параметрам D, g – крайне низкая (не превышает 1,5 %).

При равномерном законе распределения погрешности измерительных каналов лучшими показателями точности обладает алгоритм 3, при этом показатели практически не зависят от параметра m и практически линейно зависят от параметра D :

$$\pm \Delta_{0,95_D}^{a3} = \pm [0,9676 - 0,0468D], \quad (3)$$

где $\Delta_{0,95_D}^{a3}$ – условные относительные доверительные границы алгоритма 3 при вероятности 0,95 в зависимости от параметра D .

Зависимости доверительных границ погрешности алгоритмов 1, 3 при учёте значения параметра g практически равнозначны и тоже могут быть линеаризованы:

$$\pm \Delta_{0,95_g}^{a1,3} = \pm [\Delta_{0,95} + (42 - 4g + 8g^2 - 2g^3) \cdot 10^{-4}], \quad (4)$$

где $\Delta_{0,95_g}^{a1,3}$ – условные относительные доверительные границы алгоритмов 1, 3 при вероятности 0,95 в зависимости от параметра g ; $\Delta_{0,95} = 1,115$ – значение верхней относительной безусловной (априорной) доверительной границы погрешности алгоритма 1.

Заключение. Результаты моделирования показали, что фактические (условные) и априорные доверительные границы погрешности алгоритмов 1–3 могут существенно отличаться друг от друга как в большую, так и в меньшую сторону. При нормальном распределении погрешности измерительных каналов наилучшими показателями точности обладает алгоритм 1, а при равномерном – алгоритм 3. При равномерном распределении погрешности измерительных каналов условных доверительных границ погрешности алгоритмов 1, 3 можно оценивать с использованием аппроксимированных зависимостей (3), (4).

Список источников

1. Гамм А. З., Колосок И. Н. Обнаружение грубых ошибок телеизмерений в электроэнергетических системах. Новосибирск: Наука, 2000. 149 с.
2. Храпов Ф. И., Власов П. В. Повышение достоверности результатов измерений в распределенных многоканальных информационно-измерительных системах // Вестник метролога. 2017. № 4. С. 9–15.
3. Анищенко В. А. Надёжность и точность троированных измерений аналоговых технологических переменных // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2017. № 2. С. 108–117. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-2-108-117>
4. Власов П. В., Храпов Ф. И., Субота Л. С., Черёмина Е. М. Сравнительная оценка точности и робастности различных алгоритмов обработки информации от троированных измерительных каналов // Измерительная техника. 2019. № 9. С. 9–15. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-9-9-15>

5. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений. СПб.: Профессионал, 2010. 192 с.
6. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2007.
7. Шипунов А. Б., Балдин Е. М., Волкова П. А., Коробейников А. И., Назарова С. А., Петров С. В., Суфиянов В. Г. Наглядная статистика. Используем R! М.: ДМК Пресс, 2012. 298 с.
8. Роберт И. Кабаков. R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R: Пер. с англ. Полины А. Волковой. М.: ДМК Пресс, 2014. 588 с.

References

1. Gamm A. Z., Kolosok I. N., *Obnaruzhenie grubyh oshibok teleizmerenij v jelektrounergeticheskikh sistemah [Detection of gross measurement errors in electric power systems]*, Novosibirsk, Nauka Publ., 2000, 149 p. (In Russ.)
2. Hrapov F. I., Vlasov P. V., *Povyshenie dostovernosti rezul'tatov izmerenij v raspredelennyh mnogokanal'nyh informacionno-izmeritel'nyh sistemah, Vestnik metrologa*, 2017, no. 4, pp. 9–15. (In Russ.)
3. Anishchenko V. A., *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*, 2017, vol. 60, no. 2, pp 108–117. (In Russ.) <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-2-108-117>
4. Vlasov P. V., Khrapov F. I., Subota L. S., Cheremina E. M., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 9, pp. 754–761. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01691-1>
5. Mironovskij L. A., Slaev V. A., *Algoritmy ocenivaniya rezul'tata treh izmerenij [Algorithms for evaluating the result of three measurements]*, Saint Petersburg, Professional Publ., 2010, 192 p. (In Russ.)
6. Ventcel' E. S., Ovcharov L. A., *Teorija verojatnostej i ejo inzhenernye prilozhenija [Probability theory and its engineering applications]*, Moscow, Vysch. Shkola Publ., 2007, 298 p. (In Russ.)
7. Shipunov A. B., Baldin E. M., Volkova P. A., Korobejnikov A. I., Nazarova S. A., Petrov S. V., Sufijanov V. G., *Nagljadnaja statistika. Ispol'zuem R! [Visual statistics. Use R!]*, Moscow, DMK Press, 2012, 298 p. (In Russ.)
8. Robert I. Kabakoff, *R in Action. Data analysis and graphics with R*, N. Y., Manning Publications Co, 2012, 450 p.

Статья поступила в редакцию 22.11.2021; одобрена после рецензирования 29.11.2021; принята к публикации 30.11.2021.
The article was submitted 22.11.2021; approved after reviewing 29.11.2021; accepted for publication 30.11.2021.