

Системные аспекты теории измерительных задач

Сергей Фёдорович Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия, miei-metrolog@yandex.ru

Аннотация. Описаны две проблемы, сопутствующие выделению теории измерительных задач из теории измерений. Первая – проблема гармонизации определения термина «измерение» в связи с путаницей между измерениями, методами, методиками измерений и методами решения измерительных задач, в том числе в Международном словаре по метрологии, – проблема разделения измерений и вычислений. Вторая – неадекватность математических моделей объектов измерений. Приведено решение этих проблем в рамках теории измерительных задач.

Ключевые слова: измерение, метод измерения, измерительная задача, метод решения измерительной задачи, погрешность неадекватности, параметр рассеяния, распределение вероятностей, толерантный интервал

Для цитирования: Левин С. Ф. Системные аспекты теории измерительных задач // Измерительная техника. 2022. № 1. С. 3–11. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-1-3-11>

System facets of measurement problems theory

Sergey F. Levin

Moscow Institute for expertise and tests, Moscow, Russia, miei-metrolog@yandex.ru

Abstract. The problems accompanying the separation of the theory of measurement problems from the theory of measurements are described. The first problem is the problem of harmonization of the definition of the term «measurement» in connection with the confusion between measurements, measurement methods and methods for solving measurement problems in the International Vocabulary or the problem the separation of measurements and calculations. The second problem is the inadequacy of mathematical models of measurement objects. The solution of these problems within the scope of the theory of measurement problems is shown.

Keywords: measurement, measurement method, measurement problem, method of solving the measurement problem, error of inadequacy, scattering parameter, probability distribution, tolerance intervals

Введение. В монографии Ю. В. Линника [1] впервые рассмотрены *прямые равноточные измерения, прямые неравноточные наблюдения, не прямые (косвенные) безусловные измерения, не прямые (косвенные) условные измерения*, а также *уравнивание и интерполирование* с позиций статистической обработки данных как выделенного направления метрологии со своими задачами. В то время (1960-е гг.) ГОСТ 16263-70 «ГСИ. Метрология. Термины и определения» даже не планировался к разработке. Это была эпоха «нормального закона» для случайных погрешностей. Поэтому монографию [1] можно рассматривать как первую фундаментальную математическую работу по теории измерительных задач.

В русском языке слово «измерить»¹ даёт правильную ориентацию метрологической терминологии, но составители ГОСТ 16263-70 шли другим путём – алфавитный указатель русских терминов уже сопровождали алфавитные указатели немецких, английских и французских терминов. В РМГ 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» прямые,

косвенные, совокупные, совместные, абсолютные и относительные «измерения» были дополнены равноточными, неравноточными, однократными, многократными, статическими и динамическими измерениями. Появились и странные примечания:

5.10 прямое измерение

Измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно.

Примечание – Термин *прямое измерение* возник как противоположный термину *косвенное измерение*. Строго говоря, измерение всегда прямое и рассматривается как сравнение величины с ее единицей. В этом случае лучше применять термин *прямой метод измерений*.

5.11 косвенное измерение

Определение² искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

Примечание – Во многих случаях вместо термина *косвенное измерение* применяют термин *косвенный метод измерений*.

¹ **ИЗМЕРИТЬ** – Определить какой-либо мерой {средством – авт.} величину {модель – авт.} чего-н. {объект – авт.}. И. температуру тела. И. длину здания. И. напряжение тока. || перен. Установить, сделать заключение о величине, размерах чего-н. (книжн.). И. глубину чувства [2].

² От слова *определить*: «...3. Вычислить, высчитать, вывести по какому-то данным... 6. Назначить, указать» [2].

О размывании понятия «измерение» профессор В. А. Кузнецов еще в начале 1990-х гг. сказал: «Мы перестали понимать, что такое измерение».

Серьёзность проблемы с термином «измерение» начала осознаваться составителями Международного словаря [3] только спустя почти полтора десятилетия в 2007 г. [4, 5]: «наличие разных подходов к определению измерения зачастую приводит к использованию одного и того же термина для обозначения разных понятий». Статья [4, 5] заканчивалась неутешительным выводом: «Задача, стоящая перед составителями словаря, – гармонизировать терминологию, используемую при разных подходах, таким образом, чтобы одному понятию соответствовал один термин, оказалась трудновыполнимой. В некоторых случаях пришлось согласиться на использование одного термина для определения двух понятий и наоборот двух терминов для определения одного понятия».

Более полно проблему иллюстрирует определение термина [3]:

2.5 (2.4) метод измерений – общее описание логической последовательности операций при измерении.

ПРИМЕЧАНИЕ

Методы измерений могут быть следующих видов:

метод измерений замещением;
дифференциальный метод измерений;
нулевой метод измерений;

или

метод прямых измерений;
метод косвенных измерений.

Но проблема не в логике, а в физическом различии измерений и вычислений. Согласно МИ 2222-92 «ГСИ. Виды измерений. Классификация» виды измерений делят по родам физических величин, причём необходимо «не допускать возможности включения одной и той же измеряемой физической величины в различные виды измерений, а в РМГ 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» методы замещения, дифференциальный и нулевой, отнесены к методам измерений. Названия же «прямой метод измерений» и «косвенный метод измерений» из РМГ 29-99 и сменившего его одноимённого РМГ 29-2013 распространения не получили из-за акцента³ на «методе измерений». Объединение *измерений, методов измерений и методов решения измерительных задач* лишь усугубило главную проблему Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) [6] – проблему неадекватности [7]. Не изменило ситуации введение в VIM-3 [3] нового термина

2.27 дефиниционная неопределённость (definitional uncertainty) – составляющая неопределённости измерений, являющаяся результатом ограниченной детализации в определении измеряемой величины.

ПРИМЕЧАНИЯ

1 Дефиниционная неопределённость есть практический минимум неопределённости измерений при любом измерении данной величины.

2 Любое изменение детализации в определении величины ведет к другой дефиниционной неопределённости.

3 В ISO/IEC Guide 98-3:2008, D.3.4, и в IEC 60359 для понятия «дефиниционная неопределённость» используется термин «собственная неопределённость» («intrinsic uncertainty»).

Хотя во введении [3] отмечено, что «в GUM дефиниционная неопределённость рассматривается как пренебрежимо малая по сравнению с другими составляющими неопределённости измерений». Но именно введение этого термина превратило *неопределённость измерения* в непознаваемую величину.

И первый же подробный анализ [7] перевода [8] в примере калибровки термометра [8, Приложение Н.3] обнаружил неучтённую долю погрешности неадекватности порядка 60 % и ошибочную структуру калибровочной функции.

Однако проблема неадекватности для GUM оказалась ещё и казусом. Ведь в GUM проблема неадекватности математических моделей была описана, в общем-то, правильно, и даже намечено её решение путём метрологической аттестации, но конкретный результат так и не был получен. «Дефиниционная неопределённость» осталась без определения количественной меры, а термин «детализация» в силу своей многозначительности остался удачным названием в неудачной дефиниции. Так маленькое примечание в РМГ 29-99 указало на многозначность термина «измерение» и привело к казусу неадекватности [9].

Шаг в правильном направлении все-таки был сделан в РМГ 29-2013:

4.19 прямое измерение: Измерение, при котором искомое значение величины получают непосредственно от средства измерений.

Примечания

1 Термин прямое измерение возник как противоположный термину косвенное измерение. Строго говоря, измерение всегда прямое и рассматривается как сравнение величины с её единицей или шкалой. В этом случае лучше применять термин *прямой метод измерений*.

2 В основу разделения измерений на прямые, косвенные, совместные и совокупные может быть положен вид модели измерений. В этом случае граница между косвенными и прямыми измерениями *размыта*, поскольку большинство измерений в метрологии относится к косвенным, поскольку подразумевает учёт влияющих факторов, введение поправок и т. д.

Катахрезы в терминологии. Метрологию обычно рассматривают как науку об измерениях. Но фактически метрология – фундаментальная древнейшая наука о методах и средствах *отображения* свойств физических объектов

³ Правильное чередование слов дано в ГОСТ 8.061-80 «ГСИ. Поворотные схемы. Содержание и построение»: метод прямого измерения, метод косвенного измерения.

математическими моделями. Расхождение результатов *вычислений* по моделям и результатов *измерений* свойств физических объектов в конкретных условиях характеризует степень познаваемости явлений. Неизбежность «ошибок» такого рода привела к их *переименованию* по источникам в *погрешности измерений* и *погрешности неадекватности*. По всей видимости, проблема неадекватности математических моделей и терминов остаётся в метрологии перманентной [10].

Соединение противоречивых, несовместимых понятий, обычно представляющих собой ошибку речи, но в некоторых случаях, входящих в обиход, в языкознании называют катахрезой.

Проблема катахрез терминологии возникает тогда, когда в термине используют, в лучшем случае, не прямой, а косвенный смысл базового слова, в худшем – возникает семантическая ошибка из-за утраты осознания внутренней формы слова. В обоих случаях это ведет к опасным системным ошибкам в приложениях из-за неадекватности названия. Это же и проблема «гармонизации» нормативных документов: дело не в идентичности переводов, а в их цели и уровне компетентности редакторов. Её примером стал перевод [8] 1999 г. международного документа [6]. А уже в 2002 г. Учёный совет ВНИИМ им. Д. И. Менделеева осудил перекосы англоязычной гармонизации и признал «ошибочными необоснованные стремления, в ряде случаев в угоду мнимой и надуманной гармонизации, сузить богатые возможности русского языка».

Терминология играет в науке особую роль, не только как список названий и определений, она остаётся *подсистемой системы* ассоциаций языка [12]. Восприятие слов и терминов как восприятие их формы с переходом к семантике изучает психолингвистика [13]. И если многозначность слова конкурирует с его формой, то возникает неадекватность названия и определения термина. Особый вред наносят термины, в определение которых входят слова, не имеющие отношения к прямому смыслу названия термина.

Показательный пример из РМГ 29-99 (РМГ 29-2013):

5.18 (4.23) **измерительная задача**: задача⁴, заключающаяся в определении⁵ значения физической величины путем ее измерения с требуемой точностью в данных условиях измерений.

При замене «измерения» на подчеркнутую часть термина РМГ 29-2013

4.1 **измерение (величины)** – процесс экспериментального получения одного или более значений величины, которые могут быть обоснованно приписаны величине.

станет понятнее ещё одна «тонкость», которую обошли разработчики Международного словаря VIM-3 [3]. Возможно, станет понятнее и смысл решения, принятого Учёным советом ВНИИМ

⁴ **ЗАДАЧА** – Математический вопрос, для разрешения которого требуется путем вычислений найти какие-н. величины (мат.). *Арифметическая, алгебраическая з. Задача на правило процентов* [2].

⁵ См. Примечание 2.

им. Д. И. Менделеева, когда буквальный перевод не адекватен смыслу.

Становление теории измерительных задач. В 1970-е гг. по инициативе Ю. И. Алимова [14] и В. Н. Тутубалина [15] была начата Всесоюзная дискуссия о границах применимости математической статистики [16]. К началу 1990-х гг. участники дискуссии сфокусировались на проблеме статистической идентификации погрешностей неадекватности математических моделей сложных технических объектов и систем обеспечения их эксплуатации [17–19].

Важность введения понятия погрешности адекватности отмечал П. В. Новицкий. Он полагал, что «задача выбора вида функциональной зависимости – задача не формализуемая», что «**компактность**⁶ модели достигается удачным выбором элементарных функций, обеспечивающих хорошее приближение при малом их числе», и определял погрешность адекватности как погрешность, возникающую «вследствие недостаточного соответствия аппроксимирующей функции всем особенностям экспериментальной кривой» [20].

Этот вопрос рассматривался и в рекомендации МИ 2091-90 «ГСИ. Измерения физических величин. Общие требования»:

2.2.1. ...погрешность, обусловленная несоответствием модели объекту измерений, не должна превышать 10 % от предела допускаемой погрешности измерений.

2.2.2. Если выбранная модель не удовлетворяет требованиям п. 2.2.1, то следует перейти к другой модели объекта измерений. Подробнее о выборе измеряемой модели изложено в МИ 1967-89.

Но согласно МИ 1967-89 «ГСИ. Выбор методов и средств измерений при разработке методик выполнения измерений. Общие положения»:

1.3.1. Измеряемая величина соответствует некоторой модели объекта измерений, принятой за адекватно отражающую свойства объекта, которые должны изучаться путём измерений. Между тем любая принятая модель практически лишь приближённо отражает свойства объекта измерений.

4.2.1. Погрешность, обусловленная различием между принятой моделью объекта измерений и той (неизвестной) моделью, которая адекватно отражала бы свойства объекта измерений, изучаемые путём измерений, и (или) различием между параметром (функционалом), более адекватно отражающим изучаемое свойство объекта измерений (п. 1.3.1).

Примечание. Способы определения методической погрешности измерений, обусловленной неадекватностью принятой модели объекта измерений, относятся к наименее развитым областям метрологии. Это объясняется практическим отсутствием формальных методов установления таких моделей объектов измерений, которые

⁶ Наиболее частые ассоциации к слову *компактность* – антонимы *размытость* и *неопределённость*.

строго адекватны объектам и задачам измерений, поэтому определение данной методической погрешности измерений требует не только высокой квалификации, но также опыта и инженерной интуиции разработчиков МВИ.

В ходе дискуссии выяснилось, что выбор функциональной зависимости формализован в *методе максимума компактности* (ММК), а характеристикой точности полученного результата принята функция компактности [21], которая оказалась эквивалентом распределения погрешности неадекватности.

Нормативно этот этап развития теории измерительных задач был оформлен РПТ 507-98 «ГСИ. Задачи измерительные. Методы решения. Термины и определения» с указанием исходных положений, необходимых для правильного понимания и практического применения теории измерительных задач:

4.1. Измерительная задача – задача установления количественного соответствия между физическим объектом и его математической моделью путём вычисления значений, измерения или воспроизведения физических величин на основе принятых шкал и узаконенных единиц в данных условиях с требуемой точностью.

4.3. Физическая величина – именованная математическая величина, представляющая как общее в качественном отношении свойство физических объектов, так и его конкретное проявление.

4.4. Интерпретирующая модель – математическая модель зависимости между физическими величинами в измерительной задаче.

4.43. Погрешность результата измерения – разность величин, представляющих измеренное значение физической величины и её значение, принятое в качестве опорного (истинное или действительное).

4.44. Погрешность (неадекватности) интерпретирующей модели – разность величин, представляющих результаты измерений и соответствующие расчётные значения модели, параметры которой определены независимо от этих результатов измерений.

4.45. Неопределённость – свойство погрешности, выражающее невозможность построения её невырожденной интерпретирующей модели как определённой величины.

Вырожденной называют интерпретирующую модель при отсутствии зависимости между физическими величинами. В этих случаях для рассматриваемых величин используют распределения вероятностей.

4.85. Схема перекрёстного наблюдения погрешностей – способ создания условий наблюдаемости погрешностей интерпретирующей модели путём использования только тех данных совместных измерений, которые не использовались для определения её параметров.

4.86. Правило сегментации – правило деления выборки данных совместных измерений в схеме перекрёстного

наблюдения погрешностей на пробную (для наблюдения погрешностей аппроксимации) и контрольную (для наблюдения погрешностей экстраполяции) части в целях использования погрешностей экстраполяции в качестве погрешностей неадекватности интерпретирующей модели.

При последовательном выделении единичных значений выходной переменной имеет место схема «складного ножа» [22], при делении выборки пополам – схема «группового учёта аргументов» [23], при случайном многократном делении – схема «бутстрапа» [24], при неслучайном – схема «перекрёстного наблюдения» [21].

На следующем этапе развития теории измерительных задач в Р 50.2.004-2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения» появились уточнения определений терминов *погрешность неадекватности* и подходов к решению измерительных задач:

3.1 ...погрешность неадекватности (математической модели объекта измерений) – величина, характеризующая разность расчётного значения данной физической величины как выходной переменной математической модели объекта измерений и результата её измерения в соответствующих расчёту условиях (при одновременных измерениях входных переменных).

5.1 Если по условиям измерительной задачи свойство объекта, выражаемое искомой переменной его модели, доступно сравнению с мерой соответствующей физической величины с требуемой точностью тем или иным способом (методом замещения, дополнения, дифференциальным и др.), то числовой результат такого сравнения округляют до разряда, соответствующего младшему разряду числового выражения пределов (границ) допускаемой при этом погрешности, с указанием этих пределов (границ) и доверительной вероятности. Такой метод решения измерительной задачи называют **методом прямого измерения**.

5.2. Если искомой в измерительной задаче является выходная переменная известной модели объекта, а измерениям доступны её входные переменные, то в статическом случае задачу решают следующим методом: измеряют входные переменные, затем подставляют полученные данные в уравнение связи и вычисляют значение выходной переменной, округляя результат с учётом характеристик погрешностей измерений и неадекватности модели. Такой метод решения измерительной задачи называют **методом косвенного измерения**.

6.1 Структурно-параметрическая идентификация модели объекта измерений или идентификация интерпретирующей модели по выходной переменной предусматривает построение её систематической составляющей (характеристики положения) и случайной составляющей

(распределения погрешностей) как случайной функции входных переменных.

6.3 Идентификацию интерпретирующих моделей осуществляют по данным совместных измерений и вариантам структуры, которые задают моделью максимальной сложности... (**метод совместных измерений**).

Одновременно в Р 50.2.004-2000 была установлена классификация измерительных задач:

4.6 Измерительные задачи (далее – задачи) подразделяют:

по направленности процедур установления количественного соответствия между свойствами физического объекта и характеристиками его математической модели – на задачи идентификации и задачи воспроизведения;

по типам используемых математических моделей – на динамические (операторные модели), статические (функциональные модели) и вероятностно-статистические задачи;

по целям – на размерностные (связанные с переменными) и структурно-параметрические (связанные со структурой и параметрами) задачи;

по статусу – на прикладные (с использованием рабочих средств измерений) и метрологические (с использованием эталонов) задачи.

Размерностные задачи подразделяют по видам измерений (родам физических величин или поверочным схемам). Структурно-параметрические задачи по степени априорной неопределённости условий решения подразделяют на начальные задачи (структура модели не задана), структурно неопределённые (структура модели задана с точностью до класса моделей) задачи и параметрически неопределённые (модель задана с точностью до параметров) задачи.

В Р 50.2.004–2000 приведена также и классификация погрешностей, но в настоящее время интерес представляет только классификация погрешностей неадекватности, так как по форме представления, типу математического описания и форме области распределения совпадают классификации погрешностей измерений и погрешностей неадекватности. По источникам происхождения погрешности неадекватности разделяют на: **размерностные погрешности неадекватности** – погрешности исходных данных для построения модели, погрешности округления и прерывания вычислений, погрешности операций с приближёнными числами; **параметрические погрешности неадекватности** – погрешности метода оценивания параметров и погрешности параметризации переменных; **структурные погрешности неадекватности** – погрешности выбора структуры модели и погрешности реализации вычислительной схемы.

В Р 50.2.004-2000, Приложение А, дан ряд математических результатов:

Теорема о модульном критерии: Если функция распределения $F_X(x)$ случайной переменной X такова, что $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot F_X(x) = 0$, то для параметра θ справедливо

$$M|X-\theta| \equiv M(X-\theta) + 2 \int_{-\infty}^{\theta} F_X(x) dx. \quad (A.1)$$

Следствие. Тожество (A.1) минимизируется медианой, так как при

$$\frac{\partial}{\partial \theta} M|X-\theta| = 2F_X(\theta) - 1 = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} M|X-\theta| = 2F_X(\theta) \geq 0.$$

Критерием идентификации плотности распределения вероятностей $f(x)$ переменной X является максимум показателя ее воспроизводимости

$$\alpha_{S2} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \inf_f \{f_{\Pi}(x), f_K(x)\} dx \equiv 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |f_{\Pi}(x) - f_K(x)| dx, \quad (A.2)$$

где $f_{\Pi}(x)$ и $f_K(x)$ – оценки плотности $f(x)$ на пробной и контрольной выборках схемы перекрестного наблюдения (**лемма о каппа-критерии**).

Если равенство плотностей распределений вероятностей $f_{\Pi}(x)$ и $f_K(x)$ случайной переменной X в схеме перекрестного наблюдения достигается в единственной точке x_0 , то показатель воспроизводимости

$$\alpha_{S2}(x_0) \equiv 1 - \sup_F |F_{\Pi}(x) - F_K(x)|, \quad (A.3)$$

где $F_{\Pi}(x)$ и $F_K(x)$ – функции распределений вероятностей в этой схеме.

Следствие. Корням x_m , $m = \overline{1, M}$, уравнения $f_{\Pi}(x) = f_K(x)$ соответствуют экстремумы разности $D(x) = F_{\Pi}(x) - F_K(x)$, а тождество (A.3) принимает вид

$$\alpha_{S2} \equiv 1 - \sum_{m=1}^M (-1)^{m-1} D(x_m), \quad D(x_1) > 0.$$

Основные положения теории измерительных задач приобрели законченный вид в Рекомендации ГСИ МИ 2916-2005 «ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач». Здесь были даны алгоритмы структурно-параметрической идентификации распределений вероятностей и контурного оценивания погрешности неадекватности для функций распределения вероятностей, а также введён термин воспроизводимости распределений вероятностей в схеме перекрестного наблюдения:

3.2.2 вероятность согласия распределений вероятностей: площадь пересечения графиков плотностей распределений вероятностей $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

$$\alpha_{1,2} \equiv 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x) - f_2(x)| dx.$$

Примечание – При единственной точке пересечения графиков плотностей распределений вероятностей

согласия связана с расстоянием Колмогорова D_N тождеством $\alpha_* \equiv 1 - D_N$.

3.2.16 неопределённая величина: *величина, значение которой не определено, но может быть охарактеризовано распределением вероятностей на множестве значений или только множеством значений (интервалом).*

Примечание – Характеризует вероятностную неопределённость искомых в измерительных задачах величин, в т. ч. вероятностную неопределённость, эквивалентную статистической неопределённости. Неисключённую систематическую погрешность описывают как неопределённую величину.

3.2.29 случайная величина: *наблюдаемая величина, принимающая в опыте непредсказуемые значения.*

Примечание – Характеризует статистическую неопределённость искомых величин.

4.1.3 Целью полной идентификации согласно Р 50.2.004 является нахождение свёртки ПРВ наблюдаемой или случайной $f_{\Xi}(\xi)$ и ненаблюдаемой или неисключённой систематической $f_{\Psi}(\psi)$ составляющих искомой величины

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\Xi}(x - \psi) f_{\Psi}(\psi) d\psi \equiv f_{\Xi}(\psi) * f_{\Psi}(\xi) \equiv f_{\Xi\Psi}(x).$$

Эта свёртка для произвольной функции распределения $F_{\Xi}(\xi)$ и равномерной плотности распределения вероятностей на интервале $[-h, h]$ согласно формуле обращения [25] приводится к конечному интервалу $[a, b]$ и принимает вид

$$f_X(x) = \frac{F(x-a) - F(x-b)}{b-a}, \quad (1)$$

где интервал неопределённости $[a, b]$ получен по статистикам Смирнова для разности статистической (эмпирической) функции распределения и интерпретирующей функции распределения $F_X(x)$. Свёртку (1) интерпретируют как распределение суммы случайной величины с функцией распределения $F_X(x)$ и её погрешности неадекватности, равномерно распределённой на интервале $[a, b]$, что поспособствовало разработке программного обеспечения для оценивания достоверности результатов контрольных испытаний, в том числе поверки средств измерений [26–29].

Самым удивительным было то, что единственными соответствующими выражению вероятности согласия через расстояние Фёллера [30] оказались статистики критерия А. Н. Колмогорова и критерия однородности Н. В. Смирнова.

Исходная идея теории измерительных задач связана с теорией приближения функций [31] и заключена в интерполяции зависимостей между физическими величинами, характеризующими свойства объектов измерений в конкретных условиях. И с самого начала в этой теории были заложены интерполяционные алгоритмы идентификации математических моделей, понятие погрешности неадекватности и теорема о существовании элемента наилучшего приближения [32]. Окончательно эта идея сформировалась в 1983 г., когда была доказана лемма о вероятности согласия

распределений вероятностей в схеме перекрёстного наблюдения и установлена её связь с модульным критерием точности [33].

Авторы руководства [8, п. 0.4] пошли по другому пути: «...необходимо давать результат измерения с указанием интервала, в пределах которого, можно предполагать, находится большая часть распределения значений, которые обоснованно могут быть приписаны величине, подлежащей измерению. Таким образом, идеальный метод для оценки и выражения неопределённости измерения должен предоставлять возможность указать такой интервал, в частности, интервал с вероятностью или уровнем доверия, который реально соответствует требуемому». И далее было отмечено: «Эта рекомендация, обоснование которой обсуждается в Приложении Е, соответствует всем требованиям, указанным выше». Однако в последующих редакциях GUM вместо «требуемого интервала» появился «доверительный интервал», а в приложении С.3.2 ISO/IEC Guide 98-3 «Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement» (GUM: 1995), ГОСТ Р 54500-3-2011/Руководство ИСО/МЭК 98.3:2008 «Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения» и в одноимённом ГОСТ 34100-3-2017 вообще было указано: «Надлежащей мерой неопределённости результата измерения является не дисперсия наблюдаемой величины, а дисперсия среднего арифметического по выборке наблюдений». И эта нечёткость стала поводом для напряжённой дискуссии о различиях и сходствах толерантных и доверительных интервалов и о возможности использования границ толерантных интервалов в качестве метрологических характеристик. А ведь в государственных поверочных схемах доверительные границы погрешностей являются границами не доверительных, а толерантных интервалов.

Задачу же об идеальном методе «для оценки и выражения неопределённости результата измерения», которая только начала формулироваться в Руководстве [8, п. Е.3.1], ещё в 1834–1841 гг. решил К. Якоби [34] композицией распределений входных переменных для уравнения метода косвенного измерения. Поэтому оценивание точности решений измерительных задач на основе распределений вероятностей получило название *композиционного подхода*, тогда как оценивание точности решений измерительных задач на основе предложенного К. Пирсоном в 1894 г. метода моментов [35] (наиболее популярными моментами были математическое ожидание и дисперсия) получило название *моментного подхода*. И теперь получается, что к идеальному методу оценивания и выражения неопределённости результатов решения измерительных задач моментный подход Руководства имеет, мягко говоря, весьма приблизительное отношение.

Основная же трудность композиционного подхода заключается в том, что он относительно редко даёт аналитические решения, хотя численными методами можно получить искомое решение с заранее заданной точностью. Поэтому для исключения путаницы в метрологических приложениях еще в 2006 г. было предложено использовать понятие

«неопределённость в широком смысле» для композиционного подхода и понятие «неопределённость в узком смысле» для моментного (параметрического) подхода [36–38], поводом для чего стал п. 2.1.1 [8]:

2.2.1 Слово «неопределённость» означает сомнение и, таким образом, в своем самом широком смысле «неопределённость измерения» означает сомнение относительно достоверности результата измерения. Из-за отсутствия различных слов для этого общего понятия неопределённости и специальных величин, которые дают количественные меры этого понятия, как, например, стандартное отклонение, необходимо использовать слово «неопределённость» в этих двух различных смыслах.

Однако «различных слов» в англоязычной научной литературе три [39]: 1) *uncertainty* – неадекватность (аналитического описания математической моделью физической величины измеряемого свойства); 2) *indeterminateness* – недетерминированность (проявления свойства); 3) *indeterminacy* – влияние (средства измерений на измеряемое свойство). На международных семинарах во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева В. Вёгер, Б. Зиберт, К. Зоммер (Физико-технический институт Германии), В. П. Кузнецов (ВНИИМС), М. Кокс, П. Харрис (Национальная физическая лаборатория Великобритании) и автор этой статьи пришли к единому мнению:

в качестве количественной меры «неопределённости в широком смысле» следует использовать действительно общепризнанную количественную меру – *probability distribution* или *распределение вероятностей* [38].

Это не снимает общей проблемы всех подходов – идентификации апостериорных распределений вероятностей. В то же время интервал, определяемый по случайной выборке так, чтобы с заданным уровнем доверия накрыть по меньшей мере установленную долю генеральной совокупности, называется *толерантным интервалом* согласно ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 «Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей».

Заключение. Что же изменилось с появлением теории измерительных задач? Прежде всего, изменилось представление об измерительной задаче. Теперь это, как и должно быть, физико-математическая задача, для решения которой необходимо планировать получение исходных данных путём измерений. Из многочисленных так называемых «видов измерений» методами решения измерительных задач по математическим признакам и целям стали *метод прямого измерения, метод многократных измерений, метод косвенного измерения, метод совокупных измерений и метод совместных измерений*. Остальные «измерения» вписались в классификацию измерительных задач, и размывания границ не произошло.

Для решения проблем метрологии какого-либо одного даже очень нетрадиционного подхода недостаточно. Иногда следует пересматривать точку зрения на метрологию в целом и самое главное – просто решать измерительные задачи.

Список источников

1. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Изд. 2-е, исправленное и дополненное. М.: Физматгиз, 1962. 352 с.
2. Толковый словарь русского языка / Под ред. проф. Д. Н. Ушакова. В 4-х т. М.: ОГИЗ, 1935.
3. Международный словарь по метрологии (VIM-3). СПб.: НПО Профессионал, 2010. 82 с.
4. Ehrlich Ch., Dybkaer R., Wöger W., *Accreditation and Quality Assurance*, 2007, vol. 12, p. 201–218. <https://doi.org/10.1007/s00769-007-0259-4>
5. Эрлих Ч., Дибкер Р., Вёгер В. Эволюция философии и трактовки понятия «измерение» // Главный метролог. 2016. № 1. С. 11–30.
6. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition, ISO, Switzerland, 1993, 101 p.
7. Левин С. Ф. Метрология. Математическая статистика. Легенды и мифы 20-го века: Легенда о неопределённости // Партнеры и конкуренты. 2001. № 1. С. 13–25.
8. Руководство по выражению неопределённости измерения: Пер. с англ. / Науч. редактор проф. В. А. Слаев. СПб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999. 135 с.
9. Левин С. Ф. Дефинициальная неопределённость и погрешность неадекватности // Измерительная техника. 2019. № 11. С. 7–17. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-11-7-17>
10. Левин С. Ф. Математическая теория измерительных задач: Приложения. Неадекватность и достоверность в метрологии // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2020. № 2. С. 32–38.
11. Лебег Г. Об измерении величин: Пер. с фр. О. И. Кисловской-Карской / Под ред. и с предисловием А. Н. Колмогорова. М.: Госучпедгиз, 1938.
12. Левин С. Ф. О метрологическом менталитете: калибровка и дефинитная неопределенность // Законодательная и прикладная метрология. 2020. № 2. С. 46–55.
13. Леонтьев А. Н., Леонтьев А. А., Супрун А. Е. и др. Основы теории речевой деятельности. М.: Наука, 1974.
14. Алимов Ю. И. О логическом построении основ математической статистики как прикладной дисциплины // Автоматика. 1971. № 3. С. 88–91.
15. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей. Краткий курс и научно-методические замечания. М.: МГУ, 1972. 230 с.
16. Вопросы кибернетики, ВК-94: Статистические методы в теории обеспечения эксплуатации / Под ред. С. Ф. Левина. М.: АН СССР, НСК, 1982. 152 с.
17. Статистическая идентификация, прогнозирование и контроль. Методические рекомендации. М.: МО СССР, 1990. 80 с.
18. Статистическая идентификация, прогнозирование и контроль // Тезисы докладов 2-го Всесоюзного научно-технического семинара. 4–6 сентября, 1991 г. Севастополь: Знание, 1991. 78 с.
19. Контроль технических объектов по аварийным и определяющим параметрам. Методические рекомендации. Киев: Знание, 1992. 24 с.

20. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.

21. Левин С. Ф. Статистический анализ систем обеспечения эксплуатации технических объектов // Вопросы кибернетики, ВК-94. Статистические методы в теории обеспечения эксплуатации. М.: АН СССР, НСК, 1982. С. 105–122.

22. Quenouille M. H., Approximate tests of correlation in time-series, *Journal of Royal Statistical Society*, 1949, no. B 11, pp. 68–84.

23. Ивахненко А. Г. Метод группового учёта аргументов – конкурент метода стохастической аппроксимации // Автоматика. 1968. № 3. С. 58–72.

24. Efron B., Bootstrap methods: another look at the jackknife, *The Annals of Statistics*, 1979, vol. 7, no 1, pp. 1–26.

25. Lévy P., *Calcul des probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, 1925, 350 p. (In Fr.)

26. Гогин С. С. Программа «ММИ-поверка» // Измерительная техника. 2006. № 7. С. 20–21.

27. Сулейман И. А. Методика решения измерительной задачи поверки на основе усечённых функций распределения // Измерительная техника. 2012. № 1. С. 28–30.

28. Клеицкий А. Н. Программа «Шкала космологических расстояний» // Метрология. 2013. № 1. С. 3–7.

29. Невская Е. Е. Оценивание апостериорной достоверности поверки средств измерений характеристик ионизирующих излучений // Измерительная техника. 2017. № 1. С. 13–15.

30. Фёллер В. Введение в теорию вероятностей. В 2-х томах. Т. 2: Пер. со второго английского издания Ю. В. Прохорова. М.: Мир, 1984. 752 с.

31. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. Учебное пособие. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1977. 184 с.

32. Левин С. Ф. Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте-Карло и закон красного смещения. М.: АН СССР, НСК, 1980. 56 с.

33. Левин С. Ф. Основы теории контроля. М.: МО СССР, 1983. 51 с.

34. Jacobi C. G. J., De Determinantibus functionalibus, *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1841, bd. 22, ss. 319–359. (In Lat.)

35. Pearson K., Contributions to the Mathematical Theory of Evolution, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1894, vol. A, pp. 71–110.

36. Левин С. Ф. Неопределённость результатов решения измерительных задач в широком и узком смыслах // Материалы Международного научно-технического семинара «Математическая, статистическая и компьютерная поддержка качества измерений». Санкт-Петербург: ВНИИМ, КООМЕТ, 28–30 июня 2006. СПб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 2006. С. 48, 50.

37. Левин С. Ф. Неопределённость результатов решения измерительных задач в широком и узком смысле // Метрология. 2006. № 9. С. 3–24.

38. Левин С. Ф. Неопределённость в узком и широком смыслах результатов поверки средств измерений // Измерительная техника. 2007. № 9. С. 15–19.

39. Физическая энциклопедия. В 5 томах. Т. 3. М.: Большая Российская энциклопедия, 1992. 672 с.

References

1. Linnik Yu. V., *Metod naimen'shih kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudenij*, 2nd edition, corrected and supplemented, Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 352 p. (In Russ.)

2. *Tolkovyj slovar' russkogo yazyka*, ed. prof. D. N. Ushakov, in 4 volumes, Moscow, OGIz Publ., 1935. (In Russ.)

3. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms, VIM, 3rd edition, 2007, 146 p.

4. Ehrlich Ch., Dybkaer R., Wöger W., *Accreditation and Quality Assurance*, 2007, vol. 12, p. 201–218. <https://doi.org/10.1007/s00769-007-0259-4>

5. Erlih C. H., Dibker R., Vyoger V., Evolyuciya filosofii i traktovki ponyatiya "izmerenie", *Glavnyj metrolog*, 2016, no. 1, pp. 11–30. (In Russ.)

6. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition, ISO, Switzerland, 1993, 101 p.

7. Levin S. F., *Metrologiya. Matematicheskaya statistika. Legendy i mify 20-go veka: Legenda o neopredelyonnosti, Partnery i konkurenty*, 2001, no. 1, pp. 13–25. (In Russ.)

8. *Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniya*, in engl., ed. prof. V. A. Slaev, St. Petersburg, VNIIM Publ., 1999. 135 p. (In Russ.)

9. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2020, vol. 62, no. 11, pp. 933–944. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01716-0>

10. Levin S. F., *Matematicheskaya teoriya izmeritel'nyh zadach: Prilozheniya. Neadekvatnost' i dostovernost' v metrologii, Kontrol'no-izmeritel'nye pribory i sistemy*, 2020, no. 2, pp. 32–38. (In Russ.)

11. Lebesgue H., La mesure des grandeurs, *L'Enseignement mathématique*, 1931–1935, tt. 31–34. (In Fr.)

12. Levin S. F., O metrologicheskom mentalitete: kalibrovka i definitnaya neopredelennost', *Zakonodat'naya i prikladnaya metrologiya*, 2020, no. 2, pp. 46–55. (In Russ.)

13. Leont'ev A. N., Leont'ev A. A., Suprun A. E. et al., *Osnovy teorii rechevoj deyatel'nosti*, Moscow, Nauka Publ., 1974. (In Russ.)

14. Alimov Yu. I., O logicheskom postroenii osnov matematicheskoy statistiki kak prikladnoj discipliny, *Avtomatika*, 1971, no. 3, pp. 88–91. (In Russ.)

15. Tutubalin V. N., *Teoriya veroyatnostej. Kratkij kurs i nauchno-metodicheskie zamechaniya*, Moscow, MGU Publ., 1972, 230 p. (In Russ.)

16. *Voprosy kibernetiki, VK-94: Statisticheskie metody v teorii obespecheniya ekspluatacii*, ed. S. F. Levin, Moscow, NSK, AN SSSR Publ., 1982, 152 p. (In Russ.)

17. *Statisticheskaya identifikaciya, prognozirovanie i kontrol'*, Methodological recommendations, Moscow, MO SSSR Publ., 1990, 80 p. (In Russ.)

18. *Statisticheskaya identifikaciya, prognozirovanie i kontrol', Abstracts of the 2nd All-Union Scientific and Technical Seminar*, 04–06.09.1991, Sevastopol, Znanie Publ., 1991, 78 p. (In Russ.)

19. Kontrol' tekhnicheskikh ob"ektov po avarijnym i opredelyayushchim parametram, Methodological recommendations, Kiev, Znanie Publ., 1992, 24 p. (In Russ.)
20. Novickij P. V., Zograf I. A., Ocenka pogreshnostej rezul'tatov izmerenij, Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1985, 248 p. (In Russ.)
21. Levin S. F., Statisticheskij analiz sistem obespecheniya ekspluatatsii tekhnicheskikh ob"ektov, in *Voprosy kibernetiki, VK-94. Statisticheskie metody v teorii obespecheniya ekspluatatsii*, Moscow, NSK, AN SSSR Publ., 1982, pp. 105–122. (In Russ.)
22. Quenouille M. H., Approximate tests of correlation in time-series, *Journal of Royal Statistical Society*, 1949, no. B 11, pp. 68–84.
23. Ivahnenko A. G., Metod gruppovogo ucheta argumentov – konkurent metoda stohasticheskoy approksimatsii, *Avtomatika*, 1968, no. 3, pp. 58–72. (In Russ.)
24. Efron B., Bootstrap methods: another look at the jackknife, *The Annals of Statistics*, 1979, vol. 7, no 1, pp. 1–26.
25. Lévy P., *Calcul des probabilités*, Paris, Gauthir-Villars, 1925, 350 p. (In Fr.)
26. Gogin S. S., *Measurement Techniques*, 2006, vol. 49, no. 7, pp. 657–659. <https://doi.org/10.1007/s11018-006-0165-x>
27. Suleiman I. A., *Measurement Techniques*, 2012, vol. 55, no. 1, pp. 37–40. <https://doi.org/10.1007/s11018-012-9913-2>
28. Klenitskii A. N., *Measurement Techniques*, 2013, vol. 56, no. 3, pp. 223–225. <https://doi.org/10.1007/s11018-013-0183-4>
29. Nevskaya E. E., *Measurement Techniques*, 2017, vol. 60, no. 1, pp. 15–18. <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1142-2>
30. Feller W., *An Introduction to Probability theory and its Applications*, in 2 vols, vol. II, sec. ed., New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley & Sons, 1971.
31. Daugavet I. K., *Vvedenie v teoriyu priblizheniya funkciy*, study guide, Leningrad, Leningradskii universitet Publ., 1977, 184 p. (In Russ.)
32. Levin S. F., *Optimal'naya interpolyacionnaya fil'traciya statisticheskikh harakteristik sluchajnykh funkciy v determinirovannoj versii metoda Monte–Karlo i zakon krasnogo smeshcheniya*, Moscow, NSK, AN SSSR Publ., 1980, 56 p. (In Russ.)
33. Levin S. F., *Osnovy teorii kontrolya*, Moscow, MO SSSR Publ., 1983, 51 p. (In Russ.)
34. Jacobi C. G. J., De Determinantibus functionalibus, *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1841, bd. 22, ss. 319–359. (In Lat.)
35. Pearson K., Contributions to the Mathematical Theory of Evolution, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1894, vol. A, p. 71–110.
36. Levin S. F., Uncertainty in wide and narrow meanings and results of measuring problems solution, *International Seminar "Mathematics, statistics and computation to support measurement quality"*, St. Petersburg, VNIIM, COOMET, 28–30 June 2006, pp. 49, 51.
37. Levin S. F., Neopredelennost' rezul'tatov resheniya izmeritel'nykh zadach v shirokom i uzkom smysle, *Metrologiya*, 2006, no. 9, pp. 3–24. (In Russ.)
38. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2007, vol. 50, no. 9, pp. 921–928. <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0173-5>
39. *Fizicheskaya enciklopediya*, in 5 vols, vol. 3, Moscow, Bol'shaya Rossijskaya enciklopediya Publ., 1992, 672 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 04.10.2021; одобрена после рецензирования 16.11.2021; принята к публикации 22.11.2021.
The article was submitted 04.10.2021; approved after reviewing 16.11.2021; accepted for publication 22.11.2021.