

длина всех его ребер $L = 28$. Требуется проверить правильность измерений.

В данном случае среднее арифметическое длин ребер

$A = L/12 = 7/3$, их среднее геометрическое $G = \sqrt[3]{V} = 2$. Среднее гармоническое длин ребер найдем, поделив утроенный объем параллелепипеда на половину площади его поверхности:

$$H = 6V/S = 3abc / (ab + ac + bc) = 12/7.$$

Поскольку по условию длины сторон параллелепипеда образуют геометрическую прогрессию, указанная тройка средних A, G, H должна удовлетворять инвариантному соотношению $AN - G^2 = 0$, приведенному в первой строке табл. 4. Подставляя в него численные значения $A = 7/3, G = 2, H = 12/7$, убеждаемся, что оно выполняется, т. е. измерения проведены верно.

Выводы. Рассмотрена задача поиска инвариантных соотношений для различных средних, полученных из малых выборок. В качестве исследуемых оценок выбраны пять классических средних: арифметическое, геометрическое, гармоническое, квадратическое и контрагармоническое. Найдены алгебраические инварианты, связывающие между собой эти средние для случаев двух и трех результатов измерений. Получены условные алгебраические инварианты, учитывающие априорную информацию об измеряемых величинах.

Найденные алгебраические инварианты можно использовать для повышения точности измерений, контроля вычислений, оптимизации состава измерительных датчиков.

Л и т е р а т у р а

1. Гаскаров Д. В., Шаповалов В. И. Малая выборка. М.: Статистика, 1978.
2. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Оценивание результатов измерений по малым выборкам // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 69—78.
3. Mathematics, statistics and computation to support measurement quality: Proc. Int. Seminar. St. Petersburg: VNIIM, 2012.
4. Орлов А. И. Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006.
5. Колмогоров А. Н. Избранные труды. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 136—138.
6. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений. СПб.: Профessional, 2010.
7. Toader S., Toader G. Greek means // Automat. Comput. Appl. Math. 2002. V. 11. N. 1. P. 159—165.
8. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Инварианты в метрологии и технической диагностике // Измерительная техника. 1996. № 6. С. 3—14; Mironovsky L. A., Slaev V. A. Invariants in metrology and technical diagnostics. Measurement Techniques. 1996. V. 39. N. 6. P. 577—593.

Дата принятия 02.12.2013 г.

53.088.6:53.089.6:6250:629.052.7

Метод структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем в задачах обработки измерительной информации

А. А. КОСТОГЛОТОВ, А. И. КОСТОГЛОТОВ, С. В. ЛАЗАРЕНКО, Б. М. ЦЕННЫХ

Ростовский технический университет, Ростов-на-Дону, Россия, e-mail: rh3311@mail.ru

На основе применения аппарата негладкого анализа условия минимума функционала невязки в совокупности с приемом расширения пространства состояний разработан новый метод решения обратной измерительной задачи. Уменьшение вычислительных затрат подтверждено результатами математического моделирования решения обратной задачи в условиях параметрической неопределенности для измерительного преобразователя температуры.

Ключевые слова: обратная измерительная задача, расширение пространства состояний, структурно-параметрическая идентификация, негладкий анализ.

Through the application of uneven analysis of discrepancy functional combined with the space of state expansion the new method of inverse measurement task solution is developed. The reduction of computational cost is confirmed by results of mathematical modelling of the inverse task solution in the conditions of parametric uncertainty for temperature measuring transducer.

Key words: inverse measurement task, expansion of space of states, structural-parametric identification, uneven analysis.

Задача коррекции динамической погрешности возникает при измерении быстро меняющихся или импульсных сигналов, а также в случае значительной инерционности датчи-

ков при относительно высокой динамике протекающих процессов. Например, такая ситуация может возникнуть при тепловых измерениях [1, 2]. Точность измерений входного

сигнала в этом случае обусловлена погрешностями определения параметров первичного измерительного преобразователя, которые существенно влияют на решение некорректной обратной измерительной задачи, реализованное в виде алгоритма обработки выходного измерительного сигнала [1—6]. При этом в практических задачах оценивания часто дополнительно требуется вычислять производные различного порядка на фоне шума [7]. Кроме того, необходимо отметить, что существуют режимы функционирования динамических систем на границе устойчивости, когда относительно небольшая погрешность определения параметров приводит к значительным искажениям измерительных сигналов [8, 9].

Постановка задач калибровки или диагностики измерительных систем по результатам динамических измерений сводится к ситуации, когда протекающие процессы описываются одинаковыми по форме дифференциальными уравнениями второго порядка, которые удовлетворяют известным вариационным принципам [1]. Поэтому в работе поставлена цель — решить обратную измерительную задачу [1] в условиях параметрической неопределенности математической модели динамической системы.

Результаты проведенных исследований показали, что применение методологии объединенного принципа максимума для решения обратных измерительных задач, как правило, обеспечивает получение оценок параметров измерительных процессов, которые отличаются высокой точностью и скоростью сходимости [1, 8, 10—14]. Этот принцип базируется на использовании признака истинного движения в форме интеграла действия по Гамильтону [15]. Применение процедуры расширения пространства состояния и положений негладкого анализа позволяет свести ее к многомерному варианту известной задачи [1].

Постановка задачи. Наиболее общий подход к построению математических моделей динамических систем различной природы основан на вариационных принципах [15, 16]. В соответствии с принципом Гамильтона — Остроградского динамика измерительных сигналов должна удовлетворять условию [15]:

$$\delta'R = \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta'A) dt = 0, \quad (1)$$

откуда следует математическая модель в форме уравнения Лагранжа второго рода [1, 12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = F(x, \dot{x}, z, t), \quad F \in \overline{G}_F, \dim z = m, \quad (2)$$

где t_0, t_1 — время начала и окончания измерений, соответственно; $T = 0,5a\dot{x}^2$ — энергетическая характеристика, имеющая смысл кинетической энергии; a — коэффициент инер-

ции; $A = \int_{x(t_0)}^{x(t_1)} F dx$ — мера действия известного с точностью

до параметров z входного измерительного сигнала F ; $x, \dot{x}$ — выходной измерительный сигнал и скорость его изменения;

$\overline{G}_F$ — множество допустимых ограниченных входных измерительных сигналов; m — число параметров.

Вследствие влияния внешних факторов параметры могут меняться и быть неизвестными изначально или, например, подлежать определению при выпуске средства измерений. Принято, что динамика процесса их идентификации также удовлетворяет принципу Гамильтона — Остроградского, тогда справедливо [13, 14]:

$$\delta'W = \int_{t_0}^{t_1} (\delta\theta + \delta'a) dt = 0,$$

откуда

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \dot{z}_i} \right) - \frac{\partial \theta}{\partial z_i} = u_i, \quad u \in \overline{G}_u, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где θ — энергетическая характеристика; $\delta'a = \sum_{i=1}^m \int_{z_i(t_0)}^{z_i(t_1)} \theta_i dz_i$ —

работа, обусловленная возмущением; u — вектор возмущений, имеющий смысл регулятора процесса идентификации;

$\overline{G}_u$ — множество допустимых ограниченных возмущений.

Уравнение измерений имеет вид

$$y(t) = H(x, t) + \eta(t), \quad (4)$$

где $y(t)$ — результат измерений; $H(x, t)$ — известная функция; $\eta(t)$ — случайное воздействие с известными локальными характеристиками

$$M[\eta(t)] = 0; \quad M[\eta(t)\eta(\tau)] = 0,5 N\delta(t - \tau); \quad (5)$$

N — односторонняя спектральная плотность шума измерений; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция.

Применение процедуры расширения пространства состояний

$$Q = [F, u_1, \dots, u_m], \quad q = [x, z_1, \dots, z_m] \quad (6)$$

позволяет рассматривать систему уравнений

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, m+1}, \quad (7)$$

где Q, q — расширенные векторы соответственно входных и выходных измерительных сигналов; E — кинетическая энергия.

Тогда обратная измерительная задача [1] формулируется следующим образом: требуется найти оценки расширенного вектора входных измерительных сигналов $\hat{Q}$ как функции расширенных векторов выходных измерительных сигналов и скоростей их изменения $(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) \in R^{2(m+1)}$, которые

обеспечивают минимум характеризующего погрешность измерений целевого функционала

$$J = \frac{1}{2N} \int_{t_0}^{t_1} [y(t) - H(\hat{q}_1, t)]^2 dt \rightarrow \min. \quad (8)$$

Метод структурно-параметрической идентификации. В соответствии с [1] для учета ограничения в форме интеграла действия Гамильтона, следующего из (7), требуется найти необходимое условие минимума расширенного целевого функционала

$$J_{\text{ext}} = \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{1}{2N} [y(t) - H(\hat{\mathbf{q}}, t)]^2 + \lambda (E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \right] dt \rightarrow \min,$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа.

Применение аппарата негладкого анализа [1] для поиска необходимого условия минимума (8) приводит к необходимости исследования условия

$$\Delta J_{\text{ext}} = \sum_{s=1}^{m+1} \int_{t_0}^{t_1} \left[\lambda \left(-\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial E}{\partial q_s} + Q_s \right) + V_s \right] \delta q_s dt \geq 0, \quad (9)$$

где $V_s = \partial(y - H(\hat{q}_1, t))^2 / (2N \partial \hat{q}_s)$.

За счет игольчатой вариации вектора $\mathbf{Q}$ на ограниченном замкнутом интервале $[\tau, \tau + \Delta t]$ возникает полная вариация, а на ограниченном замкнутом интервале $[\tau + \Delta t, t_1]$ — синхронная вариация вектора $\mathbf{q}$ [15], так как его приращения определяются решением дифференциальных уравнений в вариациях при начальных условиях в момент времени $t = \tau + \Delta t$. Тогда, используя известное представление приращения расширенного функционала [1, 10, 11, 14], выражение (9) можно представить как

$$\begin{aligned} \Delta J_{\text{ext}} = & \sum_{s=1}^{m+1} \int_{\tau}^{\tau + \Delta t} \left\{ \lambda [Q_s - \hat{Q}_s] + [V_s - \hat{V}_s] \right\} \delta q_s dt + \\ & + \sum_{s=1}^{m+1} \int_{\tau}^{t_1} V_s \delta q_s dt \geq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку подынтегральная функция функционала (8) положительно определенная, то для выполнения условия (10) достаточно потребовать, чтобы

$$\sum_{s=1}^{m+1} \left\{ \lambda [Q_s - \hat{Q}_s] + [V_s - \hat{V}_s] \right\} \dot{q}_s \geq 0$$

и, следовательно, общий вид необходимого условия его минимума [1, 10, 11, 14]:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^{m+1} [\lambda \hat{Q}_s + \hat{V}_s] \dot{q}_s &= \max_{\mathbf{Q} \in \bar{G}_F \times \bar{G}_U} \sum_{s=1}^{m+1} [\lambda Q_s + V_s] \dot{q}_s = \\ &= \max_{\mathbf{Q} \in \bar{G}_F \times \bar{G}_U} \Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda). \end{aligned}$$

Откуда следует, что максимум функции Φ наступает при совпадении знаков сомножителей $\text{sign} [\lambda Q_s + V_s] = \text{sign} \dot{q}_s$ или

их пропорциональности $[\lambda Q_s + V_s] = \mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{q}_s$, где $\mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ — синтезирующая функция. Поэтому значения $\mathbf{Q}$, соответствующие минимуму функционала ошибки (5), должны определяться так:

$$Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \lambda^{-1} \left\{ \mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{q}_s(t) - V_s(\mathbf{q}) \right\}.$$

Получение конечных выражений в связи с использованием процедуры расширения пространства состояния требует рассмотрения конкретного вида функции V_s , который зависит от формы целевого функционала (8). С учетом сделанной ранее замены

$$V_1(\mathbf{q}) = \frac{1}{N} [y - H] \frac{\partial H}{\partial \hat{q}_1}; \quad V_s(\mathbf{q}) = \frac{1}{N} [y - H] \frac{\partial H}{\partial \hat{q}_1} \frac{\partial \hat{q}_1}{\partial \hat{q}_s}, \quad s = \overline{2, m+1}.$$

Тогда

$$\hat{Q}_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = \lambda^{-1} \left[\mu_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{\hat{q}}_1 - N^{-1} [y - H] \partial H / \partial \hat{q}_1 \right]; \quad (11)$$

$$\hat{Q}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = \lambda^{-1} \left[\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{\hat{q}}_s - N^{-1} [y - H] G_s \partial H / \partial \hat{q}_s \right] = 0,$$

$$s = \overline{2, m+1}, \quad (12)$$

где $G_s = \partial \hat{q}_1 / \partial \hat{q}_s$ — функция чувствительности [13].

Отсюда следует, что линии переключения выражаются по-разному:

$$\mu_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{\hat{q}}_s - N^{-1} [y - H] \partial H / \partial \hat{q}_1 = 0, \quad s = 1; \quad (13)$$

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{\hat{q}}_s - N^{-1} [y - H] G_s \partial H / \partial \hat{q}_1 = 0, \quad s = \overline{2, m+1}. \quad (14)$$

Построение синтезирующей функции. В [12] на основе исследования линии переключения (13), модификации условий трансверсальности, записанных в форме условия постоянства обобщенного кинетического потенциала в данный момент времени

$$\lambda E + 0,5N^{-1} [y(t) - H(\mathbf{q}_1, t)]^2 = \text{const}$$

и применения к ним скобок Пуассона, получено выражение для синтезирующей функции

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = -|\dot{\hat{q}}_s|/[L_s|(y-H)|+\varepsilon_s], s=1, \quad (15)$$

где L_s — константы, зависящие от формы линии переключения; ε_s — независимые множители Лагранжа.

Тогда в силу (2), (3), (6), (9), (14) из (15) в соответствии с [13] следует

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = -|\dot{\hat{q}}_s|/[L_s|(y-H)|G_s \partial H / \partial \hat{q}_1 + \varepsilon_s], s=\overline{2, m+1}. \quad (16)$$

Вектор-функция чувствительности определяется уравнением в вариациях [13]:

$$\ddot{\mathbf{G}} = \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \mathbf{G} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathbf{z}}},$$

где $\ddot{\mathbf{G}} = \delta \ddot{\mathbf{x}} / \delta \mathbf{z}$; $\dot{\mathbf{G}} = \delta \dot{\mathbf{x}} / \delta \mathbf{z}$; $\mathbf{G} = \delta \mathbf{x} / \delta \mathbf{z}$.

Пример. Решается обратная измерительная задача для измерительного преобразователя температуры, математическая модель которого представлена уравнением Лагранжа второго рода (2) [1]. С формальной точки зрения, когда выходной измерительный сигнал q_1 — напряжение [1], динамическая система рассеивает энергию, а также подвержена влиянию электрических и магнитных полей, то [16]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_s} = \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} + Q_s, s=\overline{1, m+1}.$$

Пусть согласно [1, 14, 16]:

$$E = 0,5(\dot{q}_1^2 + a_2 \dot{q}_2^2 + a_3 \dot{q}_3^2); D = 0,5 q_3 \dot{q}_1^2; \Pi = 0,5 q_2 q_1^2,$$

где a_s — коэффициенты инерции, а параметры являются мультипликативными функциями символов Кронекера:

$q_3(s) = \delta_{1s} z_2$, $q_2(s) = \delta_{1s} z_1$, $s = \overline{1, 3}$, что отражает предположение о независимости их динамики от входного измерительного сигнала. Поэтому в разрешенном относительно старшей производной виде получается система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1(t) &= -q_3 \dot{q}_1(t) - q_2 \dot{q}_1(t) + Q_1(t); \\ \ddot{q}_2 &= Q_2 / a_2; \\ \ddot{q}_3 &= Q_3 / a_3. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В соответствии с принятыми ранее обозначениями первого уравнение в (17) — математическая модель измерительного преобразователя, для которого $Q_1(t)$ — измеряемая температура [1];

$$q_2 = \lambda_t \frac{S_3}{c_3} \alpha_0 \frac{S_0}{c_0}, q_3 = \lambda_t \left(\frac{S_3}{c_3} + \frac{S_3}{c_0} \right) + \alpha_0 \frac{S_0}{c_0}$$

— неизвестные параметры; λ_t — коэффициент теплопроводности промежутка между чувствительным элементом и оболочкой; S_0 , S_3 , c_0 , c_3 — площади поверхностей и полные теплоемкости оболочки и чувствительного элемента; α_0 — коэффициент конвекционного обмена оболочки со средой [1].

Тогда уравнения Лагранжа второго рода (3), которые определяют динамику параметров, находятся из (16) [14]. Уравнение измерения (4) представлено выражением $y(t) = q_1(\mathbf{Q})$. Требуется найти оценки измеряемой физической величины

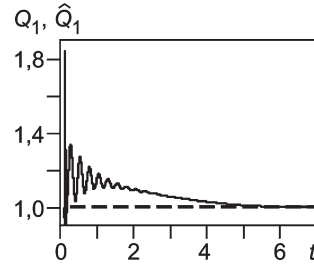


Рис. 1. Оценки входного измерительного сигнала

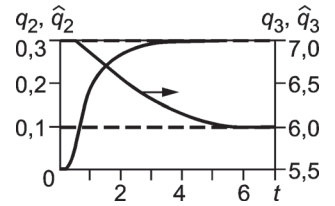


Рис. 2. Динамика идентификации параметров измерительного преобразователя

$\hat{Q}_1$ и параметров $\hat{q}_2, \hat{q}_3$ из условия минимума функционала невязки

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} [y(t) - \hat{q}_1(\mathbf{Q})]^2 dt \rightarrow \min. \quad (18)$$

Из (11), (12), (15) — (17) следует, что уравнения алгоритма структурно-параметрической идентификации измерительного преобразователя принимают вид

$$\ddot{\hat{q}}_1(t) = \frac{1}{\lambda} \left[-\frac{|\dot{\hat{q}}_1|}{L_1|(y-\hat{q}_1)|+\varepsilon_1} \dot{\hat{q}}_1 - (y-\hat{q}_1) \right] - \hat{q}_3 \dot{\hat{q}}_1 - \hat{q}_2 \dot{\hat{q}}_1,$$

$$\hat{q}_1(0) = \hat{q}_{10}, \dot{\hat{q}}_1(0) = \dot{\hat{q}}_{10};$$

$$\ddot{\hat{q}}_s(t) = \frac{1}{\lambda a_s} \left[-\frac{|\dot{\hat{q}}_s|}{L_s|(y-\hat{q}_1)|G_s+\varepsilon_s} \dot{\hat{q}}_s - (y-\hat{q}_1)g_s \right], \quad (19)$$

$$\hat{q}_s(0) = \hat{q}_{s0}, \dot{\hat{q}}_s(0) = \dot{\hat{q}}_{s0}, s=\overline{2, 3};$$

$$\ddot{\hat{G}}_2 = -\hat{q}_3 \dot{\hat{G}}_2 - \hat{q}_2 \dot{\hat{G}}_2 - \dot{\hat{q}}_1; \ddot{\hat{G}}_3 = -\hat{q}_3 \dot{\hat{G}}_3 - \hat{q}_2 \dot{\hat{G}}_3 - \dot{\hat{q}}_1;$$

$$\mathbf{G}(0) = [G_2 \ G_3]; \dot{\mathbf{G}}(0) = [\dot{G}_2 \ \dot{G}_3].$$

Эффективность алгоритма (19) оценена на основе математического моделирования. Было принято:

действительные значения параметров математической модели устройства преобразования измерительной информации $q_2 = 6$, $q_3 = 0,3$;

на вход средства измерений подается тестовый входной измерительный сигнал [4] — единичная ступенчатая функция

$$Q_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0; \end{cases}$$

начальные условия и параметры $\hat{q}_1(0)=0$, $\dot{\hat{q}}_1(0)=0$, $\hat{q}_2(0)=0$, $\dot{\hat{q}}_2(0)=0$, $\hat{q}_3(0)=7$, $\dot{\hat{q}}_3(0)=0$, $\lambda^{-1}=2 \cdot 10^{-5}$, $a_2^{-1}=a_3^{-1}=50$, $L_1=12000$, $L_2=8 \cdot 10^7$, $L_3=5,3 \cdot 10^{10}$, $\varepsilon_1=-250$, $\varepsilon_2=0,02$, $\varepsilon_3=100$, $\mathbf{G}(0)=[0 \ 0]$, $\dot{\mathbf{G}}(0)=[0 \ 0]$.

Все величины выражены в безразмерных единицах.

Результаты математического моделирования приведены на рис. 1, 2, где сплошными линиями показаны оценки параметров и входного измерительного сигнала, а пунктирными — их действительные значения. Относительные погрешности идентификации параметров соответственно составили $\delta q_2 = 1,1 \%$, $\delta q_3 = 0,03 \%$.

Идентификация параметров с использованием (18) также, как и в [13], требует решения 10 дифференциальных уравнений первого порядка, а для реализации фильтра Калмана с учетом уравнений для ковариационной матрицы оценивания — 14 уравнений. Таким образом, использование предлагаемого метода обеспечит снижение вычислительных затрат в сравнении с традиционным методом.

Заключение. Новый метод в отличие от [1] обеспечивает решение обратной измерительной задачи в условиях параметрической неопределенности, которая характеризует множество прикладных задач обработки измерительной информации. Это позволяет распространить предлагаемый подход на более широкий класс объектов исследования.

Л и т е р а т у р а

1. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Негладкий анализ в задачах обработки измерительной информации // Измерительная техника. 2009. № 2. С. 6—11; Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V. Nonsmooth analysis in measurement processing // Measurement Techniques. 2009. V. 52. N. 2. P. 117—124.
2. Куликовский К. Л., Ланге П. К. Коррекция динамической погрешности инерционных измерительных преобразователей с передаточной функцией второго порядка // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Технические науки. 2011. № 4 (32). С. 62—68.
3. Карабутов Н. Н., Карабутов П. Н. Адаптивные наблюдатели для линейных динамических систем // Измерительная техника. 2009. № 8. С. 27—31; Karabutov N. N., Karabutov P. N. Adaptive observers for linear dynamic systems // Measurement Techniques. 2009. V. 52. N. 8. P. 813—820.
4. Шестаков А. Л., Свиридюк Г. А. Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов // Вестник Юж.-Урал. гос. ун-та. Математическое моделирование и программирование. 2010. № 16 (192). С. 116—120.

5. Костоглотов А. А. и др. Итеративные регуляризованные алгоритмы обработки измерительной информации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2010. № 11. С. 3—9.

6. Сейдж Э. П., Мелс Д. Л. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974.

7. Безуглов Д. А., Цугурян Н. О. Дифференцирование результатов измерений с использованием математического аппарата вейвлет-фильтрации // Измерительная техника. 2006. № 4. С. 12—16; Bezuglov D. A., Tsuguryan N. O. Differentiating measurement results by wavelet filtration // Measurement Techniques. 2006. V. 52. N. 4. P. 325—331.

8. Андрашитов Д. С., Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Регуляризованный алгоритм многопараметрической вариационной идентификации динамических систем // Сервис в России и за рубежом. 2011. № 8 (27). С. 25—36.

9. Александров В. М., Нестеров А. А. Применение оптимального управления для улучшения характеристик аналоговых измерительных приборов // Автометрия. 1967. № 6. С. 105—111.

10. Костоглотов А. А. и др. Синтез алгоритма автономного управления математическим маятником на основе объединенного принципа максимума // Изв. высш. учеб. заведений. Технические науки. 2010. № 3. С. 9—14.

11. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Метод решения обратных измерительных задач с применением аппарата негладкого анализа // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. Т. 7. № 10. С. 38—45.

12. Костоглотов А. А. и др. Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров методом объединенного принципа максимума // Инженерный вестник Дона; [Офиц. сайт]. <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2011/348> (дата обращения 15.05.2013 г.).

13. Андрашитов Д. С. и др. Многопараметрическая вариационная идентификация динамических систем на основе объединенного принципа максимума // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. № 4. С. 68—76.

14. Костоглотов А. А. и др. Метод идентификации параметров динамических систем на основе совмещенного с физическими принципами синтеза // Нелинейный мир. 2012. № 11. С. 801—809.

15. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961.

16. Яблонский А. А., Норейко С. С. Курс теории колебаний: Учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1975.

Дата принятия 12.11.2013 г.