

17. **Levin S. F.** Measurement problem of structural-parametric identification on supernovae type SN Ia for cosmological distances scale of red shift based // *Physical Interpretations of Relativity Theory: Proc. Intern. Meeting. Moscow, Bauman Moscow State Technical University, 29 June — 2 July 2015.* P. 299—310.

18. **Колмогоров А. Н.** О логических основаниях теории вероятностей // *Теория вероятностей и математическая статистика.* М.: Наука, 1986. С. 467—471.

19. **Р 50.2.004—2000.** ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения.

20. **Смут Дж. Ф.** Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение // *УФН.* 2007. Т. 177. № 12. С. 1294—1317.

21. **Karachentsev I. D., Makarov D. I.** Galaxy interaction in the Local Volume // *Proc. IAU Symp.* 1999. V. 186. P. 109.

22. **Левин С. Ф.** Шкала космологических расстояний. Ч. 5. Метрологическая экспертиза по сверхновым типа SN Ia // *Измерительная техника.* 2016. № 8. С. 3—10.

Дата принятия: 13.03.2017.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

53.081.1

Развитие концепции «неопределённости измерения» и пересмотр «Руководства по выражению неопределённости измерения».

Ч. 2. Сравнительный анализ основных положений Руководства и их планируемых изменений

Н. Ю. ЕФРЕМОВА¹, А. Г. ЧУНОВКИНА²

¹ Белорусский государственный институт метрологии, Минск, Беларусь, efremova@belgim.by

² Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии, Санкт-Петербург, Россия, A.G.Chunovkina@vniim.ru

Выполнен сравнительный анализ ключевых положений текущего издания «Руководства по выражению неопределённости измерения» и их изменений, обусловленных планируемым пересмотром на основе байесовского подхода. Рассмотрены некоторые, наиболее значимые для практики, возможные изменения расчёта неопределённости измерения в связи с разработкой и внедрением новой редакции этого документа.

Ключевые слова: стандартная неопределённость, коэффициент охвата, расширенная неопределённость, частотная концепция вероятности, байесовская (субъективная) вероятность, теорема Байеса, функция правдоподобия.

A comparative analysis of the main key points from the current edition of the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement» (GUM) and their changes due to the planned revision of the GUM based on the Bayesian approach was done. Some possible and most important from practical point of view changes that may affect the measurement uncertainty calculation as a result of development and realization of a new version of GUM are considered.

Key words: standard uncertainty, coverage factor, expanded measurement uncertainty, frequency probability concept, Bayesian (subjective) probability, Bayes' theorem, likelihood function.

В [1] были обсуждены причины планируемого пересмотра «Руководства по выражению неопределённости измерения» (далее — GUM) [2] и теоретико-вероятностные основы проекта новой редакции этого документа. Основной причиной пересмотра является тот факт, что изначально GUM оказался внутренне противоречивым документом, поскольку для

оценивания неопределённости измерения в нём используются одновременно частотный и байесовский подходы. Следствия этой противоречивости также рассмотрены в [1]. Дополнения к GUM [3, 4] были разработаны полностью на базе байесовского подхода, что привело к несогласованности методологических основ изложения GUM и Дополнений к

нему. В результате Рабочая группа 1 (WG 1) Объединённого комитета по Руководствам в метрологии (JCGM) приняла решение о пересмотре GUM. Был разработан первый проект документа, который прошёл широкое обсуждение, после чего в BIPM состоялся семинар [5], посвящённый пересмотру GUM. Причины пересмотра, планируемые изменения, итоги обсуждения проекта пересмотренного варианта GUM и дальнейшие пути пересмотра представлены в [6—8].

Проведём краткий анализ положений конкретных разделов GUM в свете их возможных изменений в связи с пересмотром GUM. При этом используем данные, приведённые в [5—8], учтём положения Дополнений к GUM [3, 4]. Акцент сделан на рассмотрении вероятных изменений в вычислениях неопределённости измерений. Такой анализ выполним для случая, когда все входные величины модели измерений являются некоррелированными.

Область применения GUM. Действующий GUM был создан как основополагающий документ, видимо поэтому не были оговорены условия его применения. В пересматриваемом GUM планируется более подробно остановиться на этих условиях, в частности:

чётко ограничить применение GUM линейной моделью или моделью, которая может быть достаточно хорошо линеаризована. Оценивание неопределённости для нелинейных моделей, которые не могут быть линеаризованы, рассматривается в GUM-S1;

явно указать, что GUM прежде всего ориентирован на вычисление стандартных неопределённостей (закон трансформирования неопределённостей), а вычисление расширенной неопределённости ограничено простейшими случаями.

С целью получения наиболее достоверного результата при оценивании неопределённости было бы полезно классифицировать измерительные задачи следующим образом: категория I — измерительные задачи, в которых вычисление неопределённости может быть выполнено в соответствии со стандартной процедурой согласно JCGM 100 [2]; категория II — измерительные задачи, в которых расчёт неопределённости согласно JCGM 100 требует тщательного критического анализа и возможного подтверждения с использованием GUM-S1; категория III — к таким задачам не могут быть применены правила GUM [8].

Термины и определения. Действующий GUM содержит семь основополагающих в области неопределённости измерения терминов с определениями: неопределённость измерения, стандартная неопределённость, оценивание (неопределённости) по типу A, оценивание (неопределённости) по типу B, суммарная стандартная неопределённость, расширенная неопределённость, коэффициент охвата. Эти термины были сформулированы и введены в GUM ещё в 1993 г. В 1997 г. был опубликован VIM 3 [9], в котором были несколько изменены определения терминов из GUM и введены новые термины, имеющие отношение к неопределённости измерения и отсутствующие в GUM. К таким «новым» терминам относятся неопределённости: относительная стандартная, дефинициальная, целевая, а также интервал и вероятность охвата, бюджет неопределённости. В настоящее время в Дополнениях GUM-S1, GUM-S2, а также во всех современных международных стандартах ISO и других международных документах термины, имеющие отношение к неопределённости измерения, трактуются согласно VIM 3, а не GUM.

Рассмотрим два основных термина с определениями из действующего GUM и первого проекта пересмотренного GUM [5].

Первое понятие «неопределённость измерения (measurement uncertainty)» определено в текущем GUM как «параметр, связанный с результатом измерения, характеризующим рассеяние значений, которые могут быть обоснованно приписаны измеряемой величине», и в проекте нового GUM — как «параметр, характеризующий рассеяние значений, приписываемых величине на основании используемой информации». Первое определение соответствует предыдущему изданию Международного словаря по основным и общим понятиям в метрологии (VIM 2), а второе практически полностью соответствует VIM 3 [9, п. 2.26]. Но в обоих случаях раскрыто понятие неопределённости измерения с точки зрения байесовского подхода. Неопределённость выражает неполноту знания значения измеряемой величины после учёта всей доступной информации, как полученной в процессе измерительного эксперимента, так и априорной. В VIM 3 неопределённость включена в понятие результата измерения.

Второй ключевой термин «стандартная неопределённость измерения (standard measurement uncertainty)» имеет следующие определения в действующем GUM и первом проекте пересмотренного GUM соответственно: «неопределённость результата измерения, выраженная в виде стандартного отклонения» и «стандартное отклонение случайной величины, описывающей состояние знаний о величине». Второе определение в значительной степени отличается от первого, так как полностью пересмотрено с учётом байесовского подхода к вероятности.

Скорее всего, новый GUM будет содержать трактуемые с точки зрения байесовского подхода термины, касающиеся неопределённости измерения, а также основополагающие термины из теории вероятностей. В пересматриваемом GUM планируется полностью перейти на способ вычисления стандартных неопределённостей в соответствии с байесовским подходом, поэтому разделение способов оценивания неопределённости на типы A и B станет излишним. Это связано с тем, что при последовательном применении байесовского подхода нет различий между вычислениями неопределённостей, обусловленных систематическими и случайными эффектами. Разделение можно сохранить только в силу исторических причин, как и термин «суммарная стандартная неопределённость» (в GUM-S1 и GUM-S2 от этих понятий уже отказались).

Что касается таких понятий, как «дефинициальная неопределённость» и «целевая неопределённость», то они отсутствуют в проекте пересмотренного GUM и, видимо, выходят за его рамки. Вычисление неопределённости полностью основано на модели измерений, а дефинициальная неопределённость обусловлена неадекватностью этой модели, т. е. не может быть вычислена в рамках концепции неопределённости и в какой-то степени противоречит концепции. Это справедливо и по отношению к «целевой неопределённости», которая подразумевает нормирование, в то время как неопределённость вычисляется для каждого конкретного измерения.

Методология вычислений неопределённости. В действующем GUM при оценивании неопределённости доминирующим является частотный подход, а байесовский применяется только при вычислении неопределённости по типу B.

Противоречия, обусловленные смешением частотного и байесовского подходов при оценивании стандартной неопределённости измеряемой величины, рассмотрены в [1].

В основе методологии вычисления неопределённости GUM лежит закон трансформирования неопределённостей, в соответствии с которым стандартные неопределённости, связанные со всеми входными величинами, пересчитываются в стандартную неопределённость измеряемой величины на основании линейной (или линеаризуемой) модели измерения. Пересматриваемый GUM планируется изложить на основе байесовского подхода. При этом, скорее всего, закон трансформирования неопределённостей будет сохранён в качестве основного правила для суммирования составляющих неопределённостей, как и в действующем GUM. Однако большее внимание, вероятно, будет уделено условиям применимости этого закона, а именно, линейности функции измерения либо её незначительной нелинейности в окрестности наилучших оценок входных величин.

Моделирование измерения. В вопросах моделирования измерений не ожидается больших изменений. Общеизвестно, что задача установления модели измерения часто является наиболее сложным этапом процесса оценивания неопределённости. Тем не менее, ни в текущей редакции, ни в первом проекте пересмотренного GUM не даны рекомендации по осуществлению данного этапа. Для освещения этого вопроса уже ведётся разработка отдельного, третьего Дополнения GUM-S3 «Разработка и использование моделей измерения».

Оценивание входных величин и соответствующих стандартных неопределённостей. Различие в оценивании стандартных неопределённостей в действующем и пересмотренном GUM коснётся, прежде всего, стандартных неопределённостей, вычисляемых на основе экспериментальных статистических данных (повторных наблюдений), что в действующем GUM называется оцениванием по типу A. При этом основополагающими являются два принципа:

неопределённость знания значения величины описывается плотностью распределения вероятностей, где вероятность интерпретируется как степень уверенности;

в качестве наилучшей оценки входной величины принимается математическое ожидание плотности распределения вероятностей (probability distribution function — PDF), а в качестве стандартной неопределённости — стандартное отклонение.

В действующем GUM эти принципы не соблюдаются в полной мере. При оценивании стандартной неопределённости по типу A за оценку x_i входной величины X_i по результатам n независимых повторных наблюдений $X_{i,k}$ принимают среднее арифметическое значение этих наблюдений $\bar{x}_i = \bar{X}_i$, а стандартную неопределённость $u(x_i)$ этой оценки $x_i = \bar{X}_i$ определяют как $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$, где $s(\bar{X}_i)$ является выборочным стандартным отклонением среднего $\bar{X}_i$ значения, и рассчитывают по формуле

$$u(x_i) = \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2 \right]^{1/2}.$$

Для удобства величину $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ иногда называют стандартной неопределённостью типа A. В качестве меры достоверности $u(x_i)$ в GUM рекомендуют использовать число сте-

пеней свободы ν_i , равное $n - 1$ в простом случае. Таким образом, в действующем GUM стандартная неопределённость, вычисленная по типу A, является оценкой стандартного отклонения распределения повторных наблюдений, а не точным значением стандартного отклонения распределения, описывающего возможные значения входной величины, для которой в качестве информации доступны повторные наблюдения (как это должно быть при строгом применении байесовского подхода). В проекте пересматриваемого GUM указанное несоответствие планируется исправить.

Обычно предполагается, что наблюдаемые значения $x_{i,1}, \dots, x_{i,n}$ — выборка распределения вероятностей Гаусса с неизвестными стандартным отклонением и математическим ожиданием, равным неизвестному значению величины X_i . В этом случае, если никакие другие знания о величине X_i недоступны, то применение формулы Байеса приводит к масштабированному смещённому t -распределению с $n-1$ степенями свободы в качестве PDF для X_i . Соответственно, наилучшей оценкой x_i для X_i и стандартной неопределённостью, связанной с x_i , будут $x_i = \bar{x}_i$ и

$$\tilde{u}(x_i) = [(n-1)/(n-3)]^{1/2} s_i / n^{1/2}. \quad (1)$$

Необходимо минимум $n = 4$ повторных результатов наблюдений, чтобы получить стандартное отклонение, которое может быть использовано в качестве стандартной неопределённости, связанной с x_i . И такое требование согласуется с общепринятой измерительной практикой.

При $n < 4$ рекомендуется применять ранее полученную оценку объединённого (совокупного) стандартного отклонения s_p с ν_p степенями свободы и для расчёта стандартной неопределённости использовать формулу с этими величинами: $u(x_i) = [\nu_p / (\nu_p - 2)]^{1/2} s_p / n^{1/2}$.

Стандартная неопределённость $\tilde{u}(x_i)$ должна заменить $u(x_i)$, её значение больше, но разница между $\tilde{u}(x_i)$, $u(x_i)$ стремится к нулю по мере увеличения n . Таким образом, использование байесовского вывода для этого частного случая ведёт к увеличению стандартной неопределённости на коэффициент $[(n-1)/(n-3)]^{1/2}$. Для малых n разница значений может оказаться существенной, например, для $n = 6$ она составляет около 30 %. Однако увеличиваются только неопределённости отдельных входных величин, вычисляемые на основе повторных наблюдений. С учётом вкладов остальных составляющих неопределённостей увеличение неопределённости измеряемой величины может оказаться не столь существенным.

При оценивании неопределённостей рассматривается любая имеющаяся информация о входных величинах, в том числе: данные предшествующих измерений; полученные опытным или теоретическим путём сведения о свойствах материалов и характеристиках приборов (измерительных систем); заявляемые изготовителем характеристики; данные из свидетельств калибровки и других документов; стандартные справочные данные и справочная литература; экспертная информация.

В действующем GUM в основном ограничиваются рассмотрением симметричных законов распределения вероятностей — Гаусса, прямоугольного, трапецеидального, треугольного. В новом GUM указанная выше информация будет

применяться при построении PDF для соответствующих входных величин по «принципу максимума энтропии», и, по-видимому, будет расширен перечень законов распределения за счёт включения несимметричных законов.

Оценивание измеряемой величины. В отношении расчёта измеряемой величины существенно ничего не изменится по сравнению с текущей редакцией GUM: оценку u измеряемой величины Y находят по формуле для модели измерения, подставляя в нее входные оценки $x_1, x_2, \dots, x_N$ для N входных величин $X_1, X_2, \dots, X_N$.

Оценивание неопределённости измеряемой величины. В действующем GUM стандартной неопределённостью $u(y)$ оценки измеряемой величины y является суммарная стандартная неопределённость $u_c(y)$, полученная в соответствии с законом трансформирования неопределённостей, который базируется на разложении модели измерения в ряд Тейлора первого порядка:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N (\partial y / \partial x_i)^2 u^2(x_i).$$

При значительной степени нелинейности функции измерения члены более высокого порядка при разложении в ряд Тейлора должны быть включены в выражение для расчёта суммарной стандартной неопределённости.

Эта часть GUM, посвящённая объединению стандартных неопределённостей с помощью закона трансформирования неопределённостей, скорее всего, существенно не изменится, возможно будут добавлены комментарии в отношении правомерности использования этого закона при значительной нелинейности функции измерений. Если функция измерения является существенно нелинейной или её невозможно достаточно линеаризовать аппроксимирующей функцией, то следует применять метод Монте—Карло [3]. В общем случае, метод Монте—Карло надёжнее, чем использование членов более высокого порядка при разложении в ряд Тейлора.

Определение расширенной неопределённости (интервала охвата для измеряемой величины). В действующем GUM расширенную неопределённость U получают умножением суммарной стандартной неопределённости $u_c(y)$ на коэффициент охвата k : $U = k u_c(y)$. Значение коэффициента охвата k устанавливают для уровня доверия P , при этом требуется полное знание вида распределения вероятностей. Такая информация часто отсутствует на практике, поэтому в GUM распределение выходной величины заменяют её приближением. В частности, используют t -распределение с числом степеней свободы, равным эффективному числу степеней свободы v_{eff} для $u_c(y)$ согласно формуле Уэлча—Саттертуэйта, и тогда $k_P = t_P(v_{\text{eff}})$. В пересматриваемом GUM планируется полностью отказаться от расчёта числа степеней свободы и применения формулы Уэлча—Саттертуэйта [1].

Часто принимают нормальный закон распределения выходной величины с $k = 2$. В этом случае $U = 2 u_c(y)$ определяет интервал с уровнем доверия $P \approx 95\%$ [2, Приложение G.6.6]. В пересмотренном GUM ожидается переход от расширенной неопределённости к интервалу охвата, который является более общей характеристикой, но для симметричных распределений может быть вычислен с использованием расширенной неопределённости U_P : $y \pm U_P$.

При отсутствии точного знания о законе распределения для Y расширенную неопределённость U_P для $P = 95\%$

можно получить робастными методами (оценками сверху) на основании неравенства Чебышева как $U_P = 4,47 u(y)$ при полном отсутствии знаний и даже предположений о форме PDF, и неравенства Гаусса, как $U_P = 2,98 u(y)$, если известно, что PDF является симметричной относительно y и одновершинной. Несимметричные интервалы охвата могут быть построены только с учётом полной информации о PDF для Y .

Реакция международного метрологического сообщества на проект нового GUM. В июне 2015 г. в BIPM состоялся семинар [5], посвящённый подведению итогов рассмотрения первой редакции проекта пересмотренного GUM, полученным отзывам, а также перспективам принятия и внедрения в практику. Приведём некоторые наиболее важные и часто встречающиеся комментарии, отзывы и предложения по проекту пересмотренного GUM [5, 8]. В целом по проектам документов JCGM 100:201X и JCGM 110:201X было получено 1073 комментария от 6 метрологических организаций и 25 национальных метрологических институтов, при этом некоторые комментарии повторялись многократно.

Положительные отзывы и пожелания свелись к тому, что новый GUM лучше структурирован, легче для понимания, в нём исправлены недостатки и ошибки действующего GUM. Одна часть пожеланий касается дальнейшего развития байесовского подхода, что приведёт к усложнению документа:

использовать полный байесовский вывод, в том числе, при априорной информации о выходной величине, добавив вывод формул;

привести информацию об априорных распределениях вероятностей, по которым устанавливаются PDF входных величин; добавить распределение χ^2 и руководство по выводу совместных распределений;

применять байесовские методы для ограниченных величин (например, значение концентрации не может составлять более 100 %);

уделить больше внимания методу Монте—Карло, рекомендовать его использование для сложных моделей.

Другая часть пожеланий наоборот связана с упрощением документов по вычислению неопределённости:

стимулировать публикации более лёгких в применении и (или) специализированных для конкретных метрологических задач либо областей измерений документов, например, EA 4/02 [10], EURACHEM/CITAC [11] и др.;

скоординировать процессы пересмотра GUM и стандарта ISO/IEC 17025 [12].

В то же время было получено достаточно много критических замечаний и комментариев [5, 8]. Наиболее распространены следующие:

в проекте пересмотренного GUM изменились как способ установления, так и получаемые значения неопределённости, что чревато сложностями на практике (одним из наиболее ярких примеров является представление калибровочных и измерительных возможностей национальных метрологических институтов). Приведённая мотивация пересмотра для практиков оказалась недостаточной, поскольку применение действующего GUM не вызывает крупных проблем и при необходимости можно продолжать его использовать; пересмотр GUM преждевременен, так как в промышленности только начали работать с его текущей версией; отношение затрат к выгодам от внедрения нового GUM является неприемлемым — большие расходы (обучение, пересмотр соответствующих документов, программного обеспечения и т. п.) при неочевидной выгоде особенно для конечного пользователя;

спорность, в частности, для несимметричных распределений в отношении использования математического ожидания плотности распределения в качестве наилучшей оценки измеряемой величины;

формула для расчёта стандартной неопределённости на основании повторных результатов наблюдений существенно изменена; также непонятно как она работает в случаях: когда ограничено количество испытываемого материала и полученные ранее данные в виде s_p не могут применяться, так как стандартное отклонение сильно зависит от исследуемого материала; когда совокупность, для которой получены повторные результаты наблюдений, не подчиняется нормальному закону распределения;

робастные методы построения интервала охвата с учётом неравенств Гаусса и Чебышева ($k = 2,98; 4,47$) дают результаты со слишком большим запасом, что на практике привело бы к слишком большим изменениям в процедурах принятия решений об оценке соответствия и в сертификатах калибровки;

подтверждение достоверности линеаризации функции измерений согласно GUM-S1 — слишком сложно выполнимое требование; в любом случае достоверность PDF невозможно проверить, поэтому использование членов более высокого порядка при разложении в ряд Тейлора представляется более легкой альтернативой для нелинейных функций.

Рассмотрение первого проекта пересмотренного GUM вызвало широкое обсуждение, реакция международного метрологического сообщества оказалась неоднозначной и скорее отрицательной. Отметим, что многие критические отзывы можно отнести и к действующему GUM. На самом деле их большая часть обусловлена опасениями, связанными с любыми изменениями существующего GUM, поскольку он сыграл большую роль в унификации методов вычисления неопределённости измерения и является широко используемым документом.

Дорожная карта для нового GUM. В настоящее время невозможно чётко и однозначно ответить, что будет с проектом пересмотренного GUM, как он изменится, и будет ли принят новый GUM с описанными выше изменениями. В [8] рассмотрено дальнейшее вероятное развитие GUM, что на данный момент не является официальной стратегией JCGM. Поступившие замечания к проекту пересмотренного GUM будут тщательно проанализированы. По-видимому, требуется дальнейшее разъяснение необходимости пересмотра GUM и демонстрации преимуществ применения байесовского подхода при вычислении неопределённости измерения.

В заключение авторы настоящей статьи хотели бы выразить свое мнение по поводу пересмотра GUM. Этот документ сыграл важную роль в унификации методов выражения неопределённости измерения и просуществовал в настоящем виде более 20 лет. За эти годы концепция неопределённости развивалась за счёт создания Дополнений к GUM, в которых многие методологические вопросы изложения данной концепции были прояснены и уточнены. Поэтому пересмотр GUM на основе единого байесовского подхода следует признать логичным и последовательным. Это приведёт к применению формулы (1) при повторных наблюдениях и необходимости разработки рекомендаций для числа повторных наблюдений менее четырёх. Желательно, чтобы в новом GUM сохранилась простота расчёта неопределённости для типовых ситуаций. В [13, 14] представлен распространённый случай, когда имеются два источника неопределённости, обусловленные разбросом повторных показаний

и систематическими погрешностями. На основе теоремы Байеса получены распределения измеряемой величины при разных соотношениях выборочного стандартного отклонения и границ систематической погрешности, а также вычислены наикратчайшие интервалы и коэффициенты охвата. При нормальном законе распределения показаний и равномерном распределении, приписанном систематической погрешности, коэффициенты охвата для уровня доверия 0,95 не превышают 2, причём для $n > 4$ отклонение от 2 составляет не более 2 %. Именно рассмотрение типовых ситуаций вычисления неопределённости будет способствовать одобрению пересматриваемого GUM метрологами-практиками, достижению компромисса между простотой и обоснованностью применяемых математических методов.

Литература

1. **Ефремова Н. Ю., Чуновкина А. Г.** Развитие концепции «неопределённости измерения» и пересмотр «Руководства по выражению неопределённости измерения». Ч. 1. Причины и теоретико-вероятностные основы пересмотра // Измерительная техника. 2016. № 4. С. 9—14.
2. **JCGM 100:2008.** Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, GUM 1995 with minor corrections.
3. **JCGM 101:2008.** Evaluation of measurement data. Supplement 1 to the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement» Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
4. **JCGM 102:2011.** Evaluation of measurement data. Supplement 2 to the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement» Extension to any number of output quantities.
5. **BIPM Workshop on Measurement Uncertainty** (15-16 June 2015). [Официальный сайт] <http://www.bipm.org/en/conference-centre/bipm-workshops/measurement-uncertainty/> (дата обращения 01.12.2016).
6. **Bich W.** Revision of the «Guide to the expression of uncertainty in measurement». Why and how // Metrologia. 2014. V. 51. P. 155—158.
7. **Bich W., Cox M. G., Dybkaer R., Elster C., Estler W. T., Hibbert B., Imai H., Kool W., Michotte C., Nielsen L., Pendrill L., Sidney S., van der Veen A. M. H., Woeger W.** Revision of the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» // Metrologia. 2012. V. 49. P. 702—705.
8. **Bich, W., Cox M. G., Michotte C.** Towards a new GUM — an update // Metrologia. 2016. V. 53. P. 149—159.
9. **JCGM 200:2012.** International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM 3).
10. **EA 4/02 M:2013.** Evaluation of the uncertainty of measurement in calibration.
11. **EURACHEM/CITAC Guide.** Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement, Third Edition, 2012 [Официальный сайт] <https://eurachem.org> (дата обращения: 01.11.2016 г.).
12. **ISO/IEC 17025:2005.** General requirements for the competence of testing and calibration laboratories.
13. **Stepanov A. V., Chunovkina A. G., Burmistrova N. A.** Calculation of coverage intervals: some study cases // Advanced mathematical and computational tools in metrology and testing: Proc. Xth Advances in mathematics for appl. sci. Singapore, World Scientific Publishing Co, 2015. V. 86. P. 429.
14. **Бурмистрова Н. А., Степанов А. В., Чуновкина А. Г.** Байесовские оценки систематических погрешностей средств измерений // Измерительная техника. 2015. № 9. С. 6—10.

Дата принятия: 11.01.2017.