

Шкала космологических расстояний. Ч. 8. Масштабный фактор

С. Ф. Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия, e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

Рассмотрена задача структурно-параметрической идентификации характеристик рассеяния модели Фридмана–Робертсона–Уокера и её приближений в качестве моделей шкал космологических расстояний по данным о сверхновых типа SN Ia, использованным при обнаружении «ускорения расширения Вселенной». Показано, что отклонения от характеристики положения этих моделей в качестве функций расстояния (масштабный фактор) носят мультипликативный характер. В классе усечённых распределений получены оценки для свёрток случайных и непараметрических неисключённых систематических составляющих погрешностей неадекватности модели Фридмана–Робертсона–Уолкера при нулевом параметре кривизны, модели в приближении Хекмана с учетом анизотропии и интерполяционных моделей.

Ключевые слова: сверхновые SN Ia, красное смещение, анизотропия, шкала космологических расстояний, модель Фридмана–Робертсона–Уокера, приближение Хекмана, интерполяционная модель.

Зависимость между расстоянием D до внегалактических объектов и красным смещением z в спектрах излучения этих объектов представляет собой случайную последовательность с пространственным трендом $D(z)$. Результаты идентификации данного тренда изотропными моделями усреднения $\tilde{D}(z)$ используют в качестве шкал космологических расстояний. При этом их точность характеризуют оценками по правилам для функции регрессии, т. е. не оценками параметра масштаба, а усреднёнными гипотетическими оценками параметра масштаба оценок математического ожидания функции или средним квадратическим отклонением (СКО) среднего арифметического. Однако точность и метрологический статус стохастических шкал характеризует не параметр масштаба, а масштабный фактор – зависимость параметра масштаба распределения отклонений $D(z) - \tilde{D}(z)$ от расстояния¹.

Доминирующими являются модели шкал расстояний на основе уравнений А. Фридмана [1], предвосхитившие открытие Э. Хабблом закона красного смещения, который можно получить в модели расширения Фридмана для «плоской Вселенной» (при параметре кривизны $\Omega_k = 0$) по формуле Тейлора 1-го порядка:

$$D = zc/H_0,$$

где c – скорость света; H_0 – параметр Хаббла.

Исходным здесь является вариант модели Фридмана–Робертсона–Уокера [2] при параметре кривизны $\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda = 0$:

$$D_L = \frac{(1+z)c}{H_0} \int_0^z \left[(1+x)^2 (1+\Omega_m x) - x(2+x)\Omega_\Lambda \right]^{-1/2} dx, \quad (1)$$

где Ω_m , Ω_Λ – параметры плотности тёмной материи и тёмной энергии.

¹ Масштабный фактор шкалы космологических расстояний не следует путать с параметром метрики пространства, имеющим такое же название и близкий физический смысл.

Параметрическая идентификация модели (1) методом минимума χ^2 по фотометрическим расстояниям D_L сверхновых типа SN Ia и красному смещению в спектрах материнских галактик обнаружила ускорение расширения Вселенной. При этом были получены оценки $H_0 = (65,2 \pm 1,3) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ для $\Omega_m = 0,24$ [2] и $H_0 = (63,0 \pm 1,3) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ для $\Omega_m = 0,28$ [3]. Фотометрические расстояния определяли по модулю расстояния $\mu = m - M$ как $D = 10^{-5+0,2\mu} \text{ Мпк}$, где m , M – видимая и абсолютная звёздные величины SN Ia в максимуме светимости (M является весьма стабильной) [4].

Параметризация уравнений А. Фридмана даёт Λ CDM-модель. В рамках этой модели спектр мощности микроволнового фонового излучения C_l представлен в проектах Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) и Planck корреляционной функцией анизотропии температуры. Спектр «определяется взвешенной суммой квадратов амплитуд мод гармоник для заданного номера l , описываемых коэффициентами a_{lm} » [5], и является функцией космологических параметров:

$$C_l = \frac{1}{2l} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2 \equiv C_l(H_0, \Omega_b, \Omega_m, \Omega_\Lambda, \Omega_\nu, n, \dots), \quad (2)$$

где Ω_b – плотность барионного вещества; Ω_ν – плотность массивных нейтрино; n – показатель спектра адиабатических возмущений, причём число параметров модели может варьироваться [5].

В 2015 г. по данным карт микроволнового фонового излучения было установлено, что $H_0 = (67,8 \pm 1,9) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [6].

В 2016 г. авторы открытия «ускорения расширения Вселенной» по данным примерно 300 SN Ia при $0,0233 < z < 0,15$ и 19 цефеид получили оценку $H_0 = (73,24 \pm 1,74) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [7], отличающуюся на «3,4 σ » от оценки проекта Planck – $H_0 = (67,2 \pm 0,7) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [8], но не по модели (1), а по её представлению согласно формуле Тейлора 3-го порядка [9]²:

² Мэтт Виссер – профессор математики Университета Виктории в Веллингтоне (Новая Зеландия).

$$D_L \cong \frac{c}{H_0} \left[z + \frac{1}{2}(1-q_0)z^2 - \frac{1}{6}(1-q_0-3q_0^2+j_0)z^3 + O(z^4) \right]. \quad (3)$$

где q_0, j_0 – параметры соответственно замедления и толчка [9].

Формула Тейлора 2-го порядка для модели (1) была получена в 1942 г. [10]³:

$$D_L \cong \frac{c}{H_0} \left[z + \frac{1}{2}(1-q_0)z^2 \right]. \quad (4)$$

Но имя её автора, в отличие от самой формулы (4), названной в нобелевских лекциях [11] традиционной, в этих же лекциях даже не упомянуто.

Вместе с тем в отчёте за 7 лет эксперимента WMAP [12] отмечалось, что введение одного или двух дополнительных параметров Λ CDM-модели увеличивает её точность на 90–300 %, при этом СКО оценок H_0 возрастает в 1,28–6 раз. В отчете же за 9 лет эксперимента WMAP [13] $H_0 = (69,7 \pm 2,4) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, в то же время по итоговым данным эксперимента Planck $H_0 = (67,8 \pm 0,9) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [14].

К 2017 г. в космологии сложилась ситуация, которую руководитель программы Hubble Space Telescope В. Фридман назвала тупиковой [15]: на фоне роста точности астрофизических измерений она обратила внимание на статистически значимое расхождение оценок постоянной Хаббла H_0 , полученных по данным измерений микроволнового фонового излучения в рамках Λ CDM-модели и по данным «лестницы расстояний» для цефеид. По мнению В. Фридман, «расстояния во внегалактическом масштабе должны быть проверены на уровне процента» [15].

Напомним, в 2001 г. специалисты Hubble Space Telescope Key Project зафиксировали финальную оценку: $H_0 = (72 \pm 8) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ для 56–467 Мпк [16]. Позже по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) функциональной составляющей была обнаружена «согласующая разладка» [17, 18]:

$$H_0(D) = \begin{cases} (72,60 \pm 3,82) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1} & \text{при } D \leq 309,5 \text{ Мпк;} \\ (65,95 \pm 2,50) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1} & \text{при } D > 391,5 \text{ Мпк,} \end{cases}$$

причём на интервале 391,5–467,0 Мпк оказалось всего две сверхновых SN Ia из 36.

Кроме того, данные о SN Ia, указанные в [2, 3] и в [19] для интерполяционной модели [20], в отношении «ускорения расширения Вселенной» приводят к противоположным выводам [21] по банальной причине – по несовпадению!

В силу существования математических моделей оптимальной сложности, когда увеличение числа параметров приводит не к уменьшению, а к увеличению погрешностей неадекватности, интерес вызывает и замена модели (1) моделью (3).

³ Профессор Отто Герман Леопольд Хекман в 1942 году в Гамбурге (Германия) возглавлял обсерваторию и кафедру астрономии в университете, а в 1967 году был избран Президентом Международного Астрономического союза.

Описания моделей шкал расстояний, как правило, ограничиваются рассмотрением характеристик положения. С практической точки зрения больший интерес представляют случайная составляющая тренда и характеристика рассеяния – вероятностная оценка распределения и масштабный фактор модели шкалы.

Характеристики рассеяния моделей шкалы космологических расстояний. Определение параметра Хаббла и идентификация моделей шкал космологических расстояний связаны с рядом проблем, для разрешения которых ниже использованы программы «ММК–стат», «ММК–стат М» и «ММИ–проверка» различных версий [22]. Эти программы реализуют математические модели, алгоритмы структурно-параметрической идентификации и логику статистического вывода согласно Р 50.2.004–2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения», МИ 1317–2004 «ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров» и МИ 2916–2005 «ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач».

Заметим, что это программно-методическое обеспечение разрабатывалось для решения измерительных задач определительных и контрольных испытаний, в том числе задач градуировки, калибровки и проверки средств измерений. И с точки зрения проблем применимости статистических методов здесь много общего.

Во-первых, общую проблему порождает метод минимума χ^2 , применяемый для аппроксимации данных измерений моделями (1), (2), что требует выполнения известных условий гауссовости и эргодичности. Фактически же этот метод является методом взвешенных наименьших квадратов (МВНК) с известным набором достоинств и недостатков. Для негауссовых данных такое усреднение приводит к тому, что смысл коэффициентов C_i становится неочевидным [5], а оценки точности – несостоятельными [23]. Например, если снять ограничение $\Omega_k = 0$, то минимуму χ^2 будут соответствовать $\Omega_m = 0,72^{+0,44}_{-0,56}$ и $\Omega_\Lambda = 1,48^{+0,56}_{-0,68}$ [2], а также $\Omega_m = 0,73$ и $\Omega_\Lambda = 1,32$ [3]⁴.

Во-вторых, в качестве реперов при калибровке шкалы космологических расстояний пригодны только сверхновые SN Ia с уточнёнными фотометрическими расстояниями и спектральными особенностями. Сверхновые SN Ia отличаются стабильностью звёздной величины в максимуме светимости, за что их называют «стандартными свечами», однако проблема заключается в непредсказуемости моментов вспышки и необходимости восстанавливать кривую светимости (методами Multicolor light curve shape и Template-fitting method) [3].

В-третьих, оценки модулей μ и красного смещения z имели инструментальные неопределённости $\sigma_\mu \approx 0,14 \dots 0,30$ при $\mu < 44,4$ и $\sigma_z \approx 0,001 \dots 0,01$ при $z < 1$ [2, 3]. Эта неравноточность при параметрической идентификации модели (1) привела к методу

⁴ Границы возможных отклонений от оценок в [3] не указаны.

МВНК и оценкам типа СКО среднего арифметического на основе гипотезы «нормальности». Но уже тогда было известно, что применение регрессионного анализа без учёта погрешностей неадекватности математических моделей не только представляет собой часто встречающуюся ошибку, но и требует соблюдения логики статистического вывода [24–26].

В-четвертых, в соответствии с метрологической экспертизой [27] более правдоподобным по критерию максимума вероятности согласия распределением погрешностей аппроксимации данных [2, 3] с использованием модели (1) является усечённое распределение Лапласа, а не распределение Гаусса (нормальный закон).

В-пятых, проверка данных по SN Ia [2, 3, 28] на композиционную однородность [27] показала, что по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) при представлении модели (1) формулами Тейлора по красному смещению и галактическим координатам до 3-го порядка включительно все три источника не образуют статистически однородную совокупность. Лучший результат дают данные [2] – 11,07 Мпк. Но для данных [2, 3, 28] по отдельности из-за несбалансированности распределения сверхновых по расстоянию это представление даёт ненулевой нуль-пункт, что не согласуется с физическим смыслом шкалы расстояний. Исключение нуль-пункта оказалось возможным за счёт увеличения СМПН в двух случаях, из которых было выбрано объединение данных [2, 3] в выборку из 79 SN Ia (табл. 1)⁵, а не из 85 SN Ia с участием [28] при большем СМПН.

В-шестых, для данных [2] среднее абсолютное отклонение (CAO) от модели (1) при $H_0=65,2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ и $\Omega_m=0,24$ [1] составляет $d=429,34 \text{ Мпк}$, а для данных [3] при $H_0=63,0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ и $\Omega_m=0,28$ – $d=460,38 \text{ Мпк}$. В то же время для интерполяционной модели [20]:

$$D_L = \frac{\alpha c}{H_0} \left[(1+z)^{1/\alpha} - 1 \right] \quad (4)$$

при $\alpha = 0,499160639$, $H_0 = 77,2924661 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ CAO составило $d=278,32 \text{ Мпк}$.

В-седьмых, в пространственном распределении красного смещения SN Ia обнаружена статистически значимая по критерию минимума СМПН дипольная анизотропия, связанная с галактическим центром, а приближение (4) было уточнено:

$$D_L = \frac{c}{H_0} \left[(1+\alpha b)z + \frac{1}{2}(1-q_0)(1+\beta l)z^2 \right], \quad (5)$$

где l , b – галактические координаты; α , β – коэффициенты анизотропии [30].

Результаты структурно-параметрической идентификации модели (1) в виде формул Тейлора разных порядков, в том числе с учётом анизотропии, по крите-

рию минимума СМПН для данных табл. 1 по программе «ММК–стат М» согласно Р 50.2.004–2000 представлены в табл. 2, 3, где ММКМНК и ММКМНМ – методы соответственно наименьших квадратов и наименьших модулей в схеме перекрёстного наблюдения погрешности неадекватности модели согласно Р 50.2.004–2000.

Лучшей по критерию минимума СМПН для данных табл. 1, как и отмечено в [27], является модель вида (6):

$$D_L = \frac{c}{H_0} \left[(1+2,027311498 \cdot 10^{-3}b)z + (1-q_0) \frac{1}{2} (1-4,491493499 \cdot 10^{-3}l)z^2 \right], \quad (6)$$

где $H_0=60,80404234 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, $q_0=-0,14378664$ при СМПН = **247,42842 Мпк**.

Нетрудно заметить, что приближение Виссера (3) даже не вошло в список моделей, оптимальных по критерию минимума СМПН, в отличие от приближения Хекмана (4) с кодом структуры 0110. Это значит, что усложнение структуры модели (повышение степени детализации) не привело к повышению точности [30].

Отклонения как функция расстояний D_{Ln} при значениях переменных l_n , b_n , z_n имеют вид:

$$\delta_n = D_L - \frac{c}{H_0} \left[(1+\alpha b_n)z_n + \frac{1}{2}(1-q_0)(1+\beta l_n)z_n^2 \right].$$

В соответствии с результатом структурно-параметрической идентификации масштабный фактор в классе формул Тейлора 4-го порядка является константой ($d=10,550125 \%$). Это значит, что случайная составляющая погрешности модели (7) является мультипликативной и одновременно превалирующей, так как инструментальные погрешности составляют менее 0,7 %. Сведения об отклонениях данных табл. 1 от моделей представлены в табл. 4.

В табл. 5 и на рисунке приведены результаты идентификации согласно МИ 2916–2005 по программам типа «ММИ–проверка» только случайной составляющей относительной погрешности шкалы космологических расстояний и непараметрической составляющей погрешности неадекватности принятого распределения вероятностей без учёта функциональной составляющей погрешности неадекватности моделей характеристик положения и инструментальной составляющей погрешности по красному смещению и модулю фотометрических расстояний.

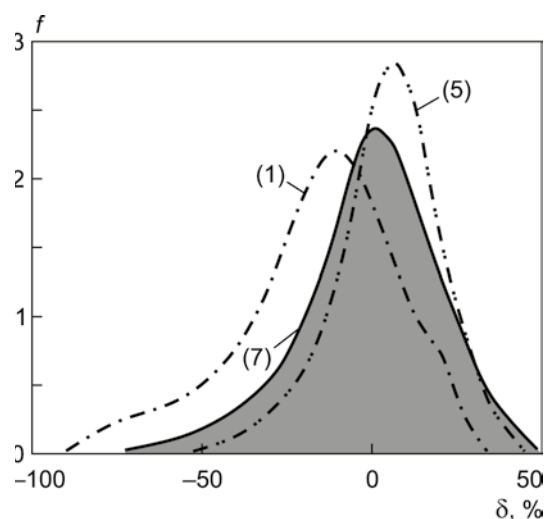
В качестве альтернативных непараметрических гипотез относительно случайной составляющей погрешности шкал рассматривали усечённые распределения вероятностей – равномерное, Лапласа, Гаусса, Коши, Трубичны и двойное экспоненциальное с параметром формы 4. При этом точки усечения принимали по эквивалентному равномерному распределению. Это же распределение было принято и для непараметрической составляющей погрешности неадекватности.

⁵ Оценки D_L даны согласно протоколу расчетов по модулям расстояний μ [2, 3]. Далее при использовании этой формы представления результатов, значащие цифры будут выделены полужирным шрифтом.

Таблица 1

Характеристики сверхновых типа SN Ia [2, 3]

SN Ia	$i, ^\circ$	$b, ^\circ$	z_n	D_{L_n} , Мпк	SN Ia	$i, ^\circ$	$b, ^\circ$	z_n	D_{L_n} , Мпк	SN Ia	$i, ^\circ$	$b, ^\circ$	z_n	D_{L_n} , Мпк
1992bo	58,945	80,182	0,018	87,90225168	1996E	53,85	4,546	0,43	2228,435149	1996cf	51,452	0,269	0,570	2594,179362
1992bc	45,160	59,323	0,020	94,18895965	1996H	92,206	2,084	0,62	3944,573021	1996cg	21,256	2,652	0,490	2322,736796
1992aq	2,020	65,920	0,101	480,8393484	1996I	278,248	59,995	0,57	3564,511334	1996ci	334,069	61,574	0,495	2051,162179
1992ae	332,748	-42,492	0,075	363,0780548	1996J	253,951	34,535	0,30	1887,991349	1996ck	302,781	61,832	0,656	3090,295433
1992P	297,821	72,898	0,026	141,9057522	1996K	224,871	20,935	0,38	2118,361135	1996cl	257,574	48,867	0,828	3801,893963
1990af	330,848	-42,728	0,050	202,3019179	1996U	261,151	68,172	0,43	3235,936569	1996cm	11,185	46,139	0,450	2546,830253
1994M	293,175	62,865	0,024	119,6740531	1997ce	69,188	36,344	0,44	2454,708916	1996cn	335,246	61,294	0,430	2454,708916
1994S	187,897	85,748	0,016	71,44963261	1997cj	125,399	54,904	0,50	3019,95172	1997F	204,717	27,879	0,580	2844,461107
1994T	319,129	59,432	0,036	172,9816359	1997ck	57,577	38,073	0,97	7555,922277	1997G	202,595	-25,926	0,763	3854,783577
1995D	230,726	40,094	0,008	39,99447498	1995K	260,581	43,492	0,48	3090,295433	1997H	202,639	-25,632	0,526	2570,395783
1995E	142,092	30,696	0,012	52,48074602	1992bi	63,066	46,907	0,458	1986,094917	1997I	202,631	-25,625	0,172	762,0790100
1995ac	59,737	-55,415	0,049	234,4228815	1994F	260,41	68,302	0,354	1949,844600	1997J	210,337	15,928	0,619	3341,950400
1995ak	177,223	-53,099	0,022	107,1519305	1994G	162,919	53,335	0,425	1506,607066	1997K	216,79	16,605	0,592	4168,693835
1995bd	187,454	-21,055	0,016	67,60829754	1994H	173,587	-52,927	0,374	1348,962883	1997L	220,511	2,379	0,550	2884,031503
1996C	98,671	65,066	0,028	157,0362804	1994al	163,667	-34,258	0,420	2228,435149	1997N	221,144	22,598	0,180	816,5823714
1996ab	42,954	56,447	0,125	633,8697113	1994am	173,633	-52,972	0,372	1729,816359	1997O	220,554	22,498	0,374	2937,649652
1992ag	313,22	38,025	0,026	118,5768748	1994an	70,385	-49,352	0,378	2004,472027	1997P	257,573	48,453	0,472	2387,811283
1992al	347,526	-39,063	0,014	60,81350013	1995aq	114,498	-54,416	0,453	2477,422058	1997Q	257,872	48,576	0,430	1887,991349
1992bg	274,758	-18,329	0,036	178,6487575	1995ar	128,837	-58,151	0,465	2606,153550	1997R	257,948	48,697	0,657	3388,441561
1992bh	267,74	-37,238	0,045	240,9905429	1995as	128,932	-58,018	0,498	3006,076303	1997S	257,962	48,899	0,612	3019,95172
1992bl	344,001	-64,486	0,043	178,6487575	1995at	130,428	-57,807	0,655	2500,345362	1997ac	220,499	22,988	0,320	1412,537545
1992bp	208,894	-50,536	0,079	338,8441561	1995aw	166,109	-53,511	0,400	1674,942876	1997af	220,515	22,921	0,579	2924,152378
1992br	287,353	-59,547	0,088	438,5306978	1995ax	166,684	-53,339	0,615	2398,832919	1997ai	250,966	50,626	0,450	2108,62815
1992bs	239,675	-54,985	0,063	332,6595533	1995ay	177,325	-47,855	0,480	2523,480772	1997aj	257,594	48,417	0,581	2421,029047
1993H	318,83	29,929	0,025	109,6478196	1995az	202,361	-30,921	0,450	2301,441817	1997am	257,348	49,259	0,416	1853,531623
1993O	313,028	28,566	0,052	254,6830253	1995ba	216,464	23,509	0,388	1949,844600	1997ap	334,591	61,389	0,830	3265,878322
1993ag	268,954	16,010	0,050	229,0867653										



Вероятностные оценки мультипликативного масштабного фактора моделей (1), (7), (5)

Заметим, что гипотезе гауссовости отклонений модели (3) соответствуют смещение $\bar{\delta}_G = -2,8 \%$ и СКО $s = 16,3 \%$. А вот СКО среднего арифметического $s_{\bar{\delta}} = 1,8 \%$ приближается к известным «оценкам точности» расстояний.

Таким образом, анизотропная модель на основе разложения Хекмана (7) является практически несмещённой и иллюстрирует факт существования модели оптимальной сложности при данном уровне инструментальных погрешностей. Интерполяционная модель (5) более компактна, а модель (1) имеет смещение примерно 9,4 % и масштабный фактор по усечённому распределению Коши около 19,8 %.

Закключение. Таким образом, получены следующие масштабные факторы: 19,8 % по Коши при смещении $-9,40 \%$ с границами свёртки $[-89,5; +29,7] \%$ для модели Фридмана–Робертсона–Уокера при нулевом параметре кривизны; 16,4 % по Лапласу при смещении $-0,85 \%$ с границами свёртки $[-72,2; +48,8] \%$ для анизотропной модели на основе приближения Хекмана; 13,9 % по Коши при смещении 11,6 % с границами свёртки $[-48,7 \%; +44,6 \%]$ для интерполяционной модели.

Указанные оценки масштабного фактора для моделей стохастических шкал космологического расстояния на основе красного смещения даже без учёта функциональной составляющей погрешности неадекватности в действительности далеки от тех единиц процентов, которыми принято оперировать в космологических моделях. Проверка расстояний во внегалактическом масштабе на

Таблица 2

Результаты структурно-параметрической идентификации модели Фридмана–Робертсона–Уокера в приближении структурированной формулой Тейлора $D_L(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \theta_3 z^3 + \theta_4 z^4 + \theta_5 z^5$

Алгоритм идентификации «ММК–стат М»	Двоичный код структуры модели	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	САО, Мпк	СМПН, Мпк
ММКМНК	1110	43,594540	4264,6030	1529,0123	0	–	–	271,4289	334,03558
ММКМНМ	0110	0	4646,8843	5892,5537	0	–	–	266,34543	414,36618
ММКМНК	10111	105,73219	0	64268,574	–70840,438	44468,270	–	243,23727	299,79135
ММКМНМ	01001	0	4653,5825	0	0	629,95447	–	270,9549	383,15613
ММКМНК	011111	0	7042,6611	–37816,098	167427,84	–266400,19	138876,73	222,35149	296,18359
ММКМНМ	011001	0	3399,3240	1552,0405	0	0	3341,3684	345,07959	369,00238

Таблица 3

Результаты структурно-параметрической идентификации модели Фридмана–Робертсона–Уокера в приближении структурированной формулой Тейлора $D_L(l, b, z) = \theta_{000} + \theta_{001} z + \theta_{002} z^2 + \theta_{110} l/b + \theta_{101} l/z + \theta_{011} bz + \theta_{102} l/z^2$

Алгоритм идентификации «ММК–стат М»	Двоичный код структуры модели	θ_{001}	θ_{002}	θ_{110}	θ_{101}	θ_{011}	θ_{102}	САО, Мпк	СМПН, Мпк
ММКМНК	0101110	6585,8984	0	6073406,4	–7,4480181	10,567254	0	253,66292	280,88651
ММКМНМ	0110011	4930,4692	2819,7024	0	0	9,9955969	–12,664675	226,03539	247,42842

Таблица 4

Распределения отклонений $\delta_{(7)}$, $\delta_{(1)}$, $\delta_{(5)}$ от характеристики положения моделей (7), (1), (5)

SN Ia	D_{Ln} , Мпк	$\delta_{(7)n}$, %	$\delta_{(1)n}$, %	$\delta_{(5)n}$, %	SN Ia	D_{Ln} , Мпк	$\delta_{(7)n}$, %	$\delta_{(1)n}$, %	$\delta_{(5)n}$, %
1992bo	58,945	80,182	0,018	87,90225168	1996E	53,85	4,546	0,43	2228,435149
1992bc	45,160	59,323	0,020	94,18895965	1996H	92,206	2,084	0,62	3944,573021
1992aq	2,020	65,920	0,101	480,8393484	1996I	278,248	59,995	0,57	3564,511334
1992ae	332,748	-42,492	0,075	363,0780548	1996J	253,951	34,535	0,30	1887,991349
1992P	297,821	72,898	0,026	141,9057522	1996K	224,871	20,935	0,38	2118,361135
1990af	330,848	-42,728	0,050	202,3019179	1996U	261,151	68,172	0,43	3235,936569
1994M	293,175	62,865	0,024	119,6740531	1997ce	69,188	36,344	0,44	2454,708916
1994S	187,897	85,748	0,016	71,44963261	1997cj	125,399	54,904	0,50	3019,95172
1994T	319,129	59,432	0,036	172,9816359	1997ck	57,577	38,073	0,97	7555,922277
1995D	230,726	40,094	0,008	39,99447498	1995K	260,581	43,492	0,48	3090,295433
1995E	142,092	30,696	0,012	52,48074602	1992bi	63,066	46,907	0,458	1986,094917
1995ac	59,737	-55,415	0,049	234,4228815	1994F	260,41	68,302	0,354	1949,844600
1995ak	177,223	-53,099	0,022	107,1519305	1994G	162,919	53,335	0,425	1506,607066
1995bd	187,454	-21,055	0,016	67,60829754	1994H	173,587	-52,927	0,374	1348,962883
1996C	98,671	65,066	0,028	157,0362804	1994al	163,667	-34,258	0,420	2228,435149
1996ab	42,954	56,447	0,125	633,8697113	1994am	173,633	-52,972	0,372	1729,816359
1992ag	313,22	38,025	0,026	118,5768748	1994an	70,385	-49,352	0,378	2004,472027
1992al	347,526	-39,063	0,014	60,81350013	1995aq	114,498	-54,416	0,453	2477,422058
1992bg	274,758	-18,329	0,036	178,6487575	1995ar	128,837	-58,151	0,465	2606,153550
1992bh	267,74	-37,238	0,045	240,9905429	1995as	128,932	-58,018	0,498	3006,076303
1992bl	344,001	-64,486	0,043	178,6487575	1995at	130,428	-57,807	0,655	2500,345362
1992bp	208,894	-50,536	0,079	338,8441561	1995aw	166,109	-53,511	0,400	1674,942876
1992br	287,353	-59,547	0,088	438,5306978	1995ax	166,684	-53,339	0,615	2398,832919
1992bs	239,675	-54,985	0,063	332,6595533	1995ay	177,325	-47,855	0,480	2523,480772
1993H	318,83	29,929	0,025	109,6478196	1995az	202,361	-30,921	0,450	2301,441817
1993O	313,028	28,566	0,052	254,6830253	1995ba	216,464	23,509	0,388	1949,844600
1993ag	268,954	16,010	0,050	229,0867653					

Таблица 5

Результаты идентификации распределения отклонений от характеристики положения моделей (1), (7), (5)

Модель	Вид распределения случайной составляющей	Интервал усечения случайной составляющей, %	Смещение, %	Масштабный фактор, %	Размах непараметрической составляющей погрешности неадекватности, %	Границы свёртки, %
(1)	Усечённое Коши	[-79,2723; +26,7685]	-9,3927	19,8295	13,1461	[-89,4459; +29,7410]
(7)	Усечённое Лапласа	[-62,1312; +35,4914]	-0,8485	16,4155	23,3252	[-72,1487; +48,7991]
(5)	Усечённое Коши	[-40,6902; +42,3893]	11,5700	13,9494	10,2204	[-48,7215; +44,5783]

уровне процента нереалистична только потому, что СКО для распределения Гаусса и его среднего различаются в корень из объёма выборки раз. В немалой степени этому способствовало применение стандартной статистической гипотезы нормальности и использование в качестве характеристики рассеяния результата идентификации

модели не характеристики рассеяния шкалы в целом, а только характеристики рассеяния собственно характеристики положения. К сожалению, такой результат – весьма распространённая ошибка применения регрессионного анализа, когда результатом измерения полагают среднее арифметическое совокупности результатов наблюдений.

Физический смысл тупиковой ситуации в космологии связан не только с расхождением оценок постоянной Хаббла, как отметила В. Фридман, но и с тем, что потенциальные возможности модели Фридмана–Робертсона–Уокера как функции одного аргумента (красного смещения) практически исчерпаны.

Выполненный анализ показал, что для моделей шкал космологических расстояний на основе красного смещения, в которых используются модель Фридмана–Робертсона–Уокера и её представления по формулам Тейлора различных порядков, наиболее существенной составляющей погрешности является погрешность неадекватности.

Заметим, статистический анализ точности моделей шкал космологических расстояний проводился без учёта функциональной составляющей погрешности неадекватности их характеристик положения, поэтому без комментариев остается тот факт, что шкала космологических расстояний на основе красного смещения статуса метрической шкалы не имеет.

Литература

1. **Friedmann A. A.** Über die Krümmung des Raumes // Zeitschrift für Physik. 1922. V. 10. S. 377–386.
2. **Riess A. G. et al.** Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant // Astronomical J. 1998. V. 116. P. 1009–1038.
3. **Perlmutter S. et al.** Measurements of Ω and Λ from 42 high-red shift supernovae // Astrophysical J. 1999. V. 517. P. 565–586.
4. **Ленг К.** Астрофизические формулы. Руководство для физиков и астрофизиков. Ч. 2. М.: Мир, 1978.
5. **Верходанов О. В.** Космологические результаты космической миссии «Планк». Сравнение с данными экспериментов WMAP и BICEP2 // Успехи физических наук. 2016. Т. 186. № 1. С. 3–46.
6. **Planck Collaboration:** Ade P. et al. Planck 2015 results: XIII. Cosmological parameters // Astronomy & Astrophysics. 2016. V. 594. A13.
7. **Ries Adam G. et al.** A 2,4 % Determination of the local value of the Hubble constant // Preprint Astrophysical J. [Электрон. ресурс]. arXiv:1604.01424v3 [astro-ph.CO] 9 Jun 2016.
8. **Planck Collaboration.** Planck intermediate results. XLVI. Reduction of large-scale systematic effects in HFI polarization maps and estimation of the reionization optical depth // Astronomy & Astrophysics manuscript [Электрон. ресурс]. arXiv:1605.02985v2 [astro-ph.CO] 26 May 2016 (дата обращения 31.12.2017).
9. **Visser M.** Jerk, snap, and the cosmological equation of state [Электрон. ресурс]. arXiv:gr-qc/0309109v4 31 Mar 2004.
10. **Heckmann O.** Theorien der Kosmologie. Berlin: Springer, 1942.
11. **Schmidt B. P.** The Path to Measuring an Accelerating Universe // Nobel Lecture, 8 December, 2011.
12. **Larson D. et al.** 7 year WMAP observations: power spectra and WMAP-derived parameters // Preprint WMAP. 26.01.2010 [Электрон. ресурс]. http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr4/pub_papers/sevenyear/powspectra/wmap_7yr_power_spectra.pdf (дата обращения: 28.05.2010).
13. **Hinshaw G. et al.** Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Cosmological parameter results // [Электрон. ресурс]. arXiv:1212.5226v3 [astro-ph.CO] 4 Jun 2013 (дата обращения: 12.07.2018).
14. **Planck Collaboration:** P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results: XIII. Cosmological parameters // Astronomy & Astrophysics. 2016. V. 594. A13 [Электрон. ресурс]. arXiv:1502.01589v2 [astro-ph.CO] 6 Feb 2015 (дата обращения: 11.12.2015).
15. **Freedman W. L.** Cosmology at a Crossroads: Tension with the Hubble Constant // [Электрон. ресурс] arxiv.org: 1706.02739 13 Jul 2017 (дата обращения 31.12.2017).
16. **Freedman W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al.** Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant // Astrophysical J. 2001. V. 553. P. 47–72.
17. **Левин С. Ф.** Математическая теория измерительных задач: Приложения. Калибровка космическая и земная – Метрологический и научный тупик? // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2018. № 2. С. 35–38.
18. **Левин С. Ф.** Шкала космологических расстояний. Ч. 7. Новый казус с постоянной Хаббла и анизотропные модели // Измерительная техника. 2018. № 11. С. 15–21.
19. **Tsvetkov D. Yu., Pavlyuk N. N., Bartunov O. S., Pskovskii Yu. P.** Supernovae Catalogue. Moscow: State Astronomical Sternberg Institute, 2005. [Электрон. ресурс]. <http://www.astronet.ru/db/sn/catalog.html>.
20. **Левин С. Ф.** Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте-Карло и закон красного смещения. М.: НСК АН СССР, 1980.
21. **Levin S. F.** Measurement problem of structural-parametric identification on supernovae type SN Ia for cosmological distances scale of red shift based // Physical Interpretations of Relativity Theory: Proceedings of International Meeting. Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 29 June – 2 July 2015. Moscow: BMSTU, 2015. P. 299–310.
22. **Левин С. Ф.** Измерительная задача идентификации функции погрешности // Законодательная и прикладная метрология. 2016. № 4. С. 27–33.
23. **Левин С. Ф.** Статистические методы теории измерительных задач в космологии // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. № 9–10. С. 926–932.
24. **Вучков И., Бояджиева Л., Солаков Е.** Прикладной линейный регрессионный анализ. Пер. с болгарского Ю. П. Адлера. М.: Финансы и статистика, 1987.
25. **Левин С. Ф., Блинов А. П.** Научно-методическое обеспечение гарантированности решения метрологических задач вероятностно-статистическими методами // Измерительная техника. 1988. № 12. С. 5–8.
26. **Левин С. Ф.** Метрологическое аттестование и сопровождение программ статистической обработки данных // Измерительная техника. 1991. № 12. С. 16–18.
27. **Левин С. Ф.** Шкала космологических расстояний. Ч. 5. Метрологическая экспертиза по сверхновым типа SN Ia // Измерительная техника. 2016. № 8. С. 3–10.

28. Пружинская М. В. Сверхновые звезды, гамма-всплески и ускоренное расширение Вселенной / Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2014.

29. Левин С. Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 6. Статистическая анизотропия красного смещения // Измерительная техника. 2017. № 5. С. 3–6.

30. Левин С. Ф. Математическая теория измерительных задач: Приложения. Статистические процедуры контроля при высокоточных измерениях // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2018. № 3. С. 8–11.

Дата принятия: 01.08.2018.

Cosmological distances scale. Pt. 8. The scale factor

S. F. Levin

Moscow Institute for expertise and tests, Moscow, Russia, e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

The problem of structurally-parametrical identification of dispersion characteristics for Friedman–Robertson–Walker model and its approach as cosmological distances scale by data about supernovae's type SN Ia which have been used for detection of «acceleration of Universe expansion» is considered. It is shown, that distribution of deviations from the position characteristic of these models has multiplicative character. In class of the truncated distributions of probabilities estimations for convolutions of the casual making and nonparametric not excluded regular making errors of inadequacy of model Friedman–Robertson–Walker are received at zero parameter of curvature, model on the basis of Heckman-approach taking into account anisotropy and interpolation models.

Key words: supernovae SN Ia, redshift, anisotropy, cosmological distances scale, Friedman–Robertson–Walker model, Heckman approach, interpolation approach.