

в геологоразведочной практике — для глубинного зондирования земной коры [7];

в промышленности для измерения магнитного момента или остаточной намагниченности различных объектов, перемещаемых внутри или вблизи неподвижных индукционных измерительных катушек. Следует подчеркнуть, что существующие измерительные системы, в которых интегрирующие устройства (веберметры) непосредственно подключены к индукционным катушкам, давно исчерпали свои возможности в случае контроля слабомагнитных объектов. Такие же измерительные системы могут быть полезны для обнаружения скрытых движущихся объектов;

в биологии и медицине для изучения пространственного распределения магнитных полей, создаваемых живыми организмами и органами человека. Например, на их основе могут быть построены бесконтактные магнитные кардиографы.

Закключение. Преимущество предложенных модуляторов и МДМ-усилителей, собранных по схемам на рис. 2, 3, состоит не только в их малом смещении и дрейфе нуля (временном и температурном), но и в том, что в них можно использовать хорошо отработанные и выпускаемые промышленностью изделия. К ним относятся прежде всего вибропреобразователи, в частности, уже упоминавшийся прецизионный преобразователь МКН1-01 [2]. Электронные элементы МДМ-усилителей (генераторы, избирательные усилители и синхронные детекторы) могут быть заимствованы из смежной области техники [4, 5]. Иными словами, для выпуска но-

вых приборов не требуются какие-либо технологические новшества или вспомогательные производства. Подготовка к внедрению в серийное производство указанных модуляторов и МДМ-усилителей не связана со значительными затратами и может быть проведена в короткие сроки.

Л и т е р а т у р а

1. Шляндин В. М. Основы автоматики. М., Л.: Госэнергоиздат, 1958.
2. Калинин Б. А., Пичугин О. А. Модуляторы малых сигналов. Л.: Энергия, 1980.
3. Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. М.: Наука, 1966.
4. Афанасьев Ю. В. Феррозондовые приборы. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Musmann G., Afanassiev Y. Fluxgate Magnetometers for Space Research. Norderstedt: Books on Demand GmbH, 2010.
6. Ройтман М. С. Устройство для получения двух равных квадратурных векторов напряжений // Измерительная техника. 1962. № 3. С. 40.
7. Дуб П. Б., Ничога В. А., Захаркин А. К. Локальные активные низкопороговые индукционные датчики (ЛАНИД) в электроразведочных работах методами ЗСБ и ЗСМП // Геофизическая аппаратура. 1999. Вып. 102. С. 28—34.

Дата принятия 18.10.2011 г.

621.317.332

Погрешности оценок амплитуды гармонических сигналов в микроконтроллерных геофизических измерителях

А. С. ГЛИНЧЕНКО, О. А. ТРОНИН

Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
e-mail: AGlinchenko@sfu-kras.ru, toa12@yandex.ru

Рассмотрены погрешности оценок амплитуды сигналов в микроконтроллерных измерителях кажущегося сопротивления среды и обоснованы условия использования для измерения более точных и информативных спектральных методов и средств их реализации.

Ключевые слова: сигнал, амплитуда, микроконтроллер, кажущееся сопротивление среды.

The errors of signals amplitude estimations in microcontroller instruments for medium apparent resistance measuring are considered and the conditions of application for measurement of more accurate and informative spectral methods and the means of their realization are substantiated.

Key words: signal, amplitude, microcontroller, apparent resistance of medium.

При цифровых амплитудных измерениях с помощью программных средств с ограниченными вычислительными ресурсами и памятью, таких как микроконтроллеры, используют наиболее простые временные оценки амплитуды и при-

ближенные вычисления косвенно измеряемых по ним физических параметров в соответствии с функциональным назначением измерителя. В связи с этим возникает необходимость определения погрешности таких измерений, в том

числе для обоснования перехода к более точным оценкам и методам и реализующим их эффективным вычислительным средствам типа сигнальных процессоров или портативных компьютеров. Такая задача актуальна, в частности, при разработке измерительных приемников систем дипольного индуктивного профилирования (ДИП), предназначенных для измерения кажущегося сопротивления геологической среды по измеряемым параметрам принимаемых гармонических сигналов [1, 2]. Управление приемником в таких системах осуществляется при помощи базового микроконтроллерного блока, а в недорогих системах его же используют для выполнения измерений. Более высокая точность, достоверность и информативность измерений достигаются подключением к микроконтроллерному блоку внешнего портативного компьютера. Но при этом возрастает и стоимость измерителя. К измерительным задачам систем ДИП, например, может быть адаптирован многофункциональный компьютерный измеритель параметров сигналов [3].

В данной работе рассмотрены временные оценки амплитуды гармонического сигнала по его средневывпрямленному (СВЗ) и среднеквадратическому (СКЗ) значениям. Первая из них является наиболее просто вычисляемой, а вторая предоставляет большие возможности для аналитического исследования ее погрешностей и распространения их на оценки СВЗ с учетом проводимого в работе сравнения обеих оценок.

Погрешности временных оценок СКЗ и СВЗ обусловлены некротностью времени измерения и периода сигнала, помехами и шумами, а при цифровых измерениях также дискретизацией сигнала по времени и квантованием по уровню. Они содержат систематические (постоянные и переменные) и случайные составляющие. В данной работе рассматриваются только постоянные составляющие и предельные значения переменных составляющих, поскольку уменьшение последних невозможно без существенного усложнения системы или перехода к альтернативным средствам измерений. Случайные же погрешности, вызываемые шумами, и при микроконтроллерной реализации измерителя могут быть эффективно уменьшены путем увеличения времени измерения или усреднения результатов многократных измерений.

Часто к случайным погрешностям относят переменные составляющие, зависящие, в частности, от начальной фазы сигнала, которая, как правило, заранее неизвестна и полагается случайной и равновероятной в пределах $\pm \pi$ рад. Определение такой погрешности также представляет практический интерес.

Погрешности некротности временных оценок амплитуды гармонических сигналов. Для аналогового гармонического сигнала $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$ с заданной частотой $\omega = 2\pi F$ (периодом $T = 2\pi/\omega$) и начальной фазой φ измеряемая амплитуда сигнала X_m находится по его СКЗ или СВЗ: $X_m = \sqrt{2} X_{СК} = (\pi/2) X_{СВ}$, оценки которых вычисляются в течение заданного времени измерения $T_{изм}$ в соответствии с выражениями

$$\hat{X}_{СК} = \left[\frac{1}{T_{изм}} \int_0^{T_{изм}} x^2(t) dt \right]^{1/2}; \quad \hat{X}_{СВ} = \frac{1}{T_{изм}} \int_0^{T_{изм}} |x(t)| dt. \quad (1)$$

Для оцифрованного (дискретного) сигнала $x(n) = X_m \sin(\omega n T_d + \varphi)$, соответствующего выборкам аналогового

сигнала в дискретные моменты времени nT_d : $x(n) = x(t)|_{t=nT_d}$, где $n = 0, 1, 2, \dots$ — номер выборки сигнала; T_d — период дискретизации ($f_d = 1/T_d$ — частота дискретизации), оценки СКЗ и СВЗ за время измерения $T_{изм} = NT_d$, при числе выборок сигнала N определяются как

$$\hat{X}_{СК} = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) \right]^{1/2}; \quad \hat{X}_{СВ} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|. \quad (2)$$

Время измерения $T_{изм}$, т. е. время аналогового или цифрового интегрирования в (1), (2), связано с периодом сигнала T соотношением: $T_{изм} = T(k + \alpha)$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ — целое число периодов сигнала на длине реализации, $\alpha = 0 \pm 0,5$ — его дробная часть. При $\alpha = 0$ и $\pm 0,5$ оценки СКЗ и СВЗ равны их точным значениям: $X_{СК} = X_m / \sqrt{2}$, $X_{СВ} = 2X_m / \pi$. При $\alpha \neq 0$ и $\alpha \neq \pm 0,5$, т. е. при неравенстве времени измерения целому числу полупериодов сигнала, возникают погрешности оценок СКЗ и СВЗ, зависящие также от начальной фазы сигнала.

Относительные погрешности оценок $\delta \hat{X}_{СК} = (\hat{X}_{СК} - X_{СК}) / X_{СК}$ и $\delta \hat{X}_{СВ} = (\hat{X}_{СВ} - X_{СВ}) / X_{СВ}$ при произвольных значениях α и φ находятся аналитически или численно по выражениям (1), (2).

Полученные по (1) точное и приближенное (при $k \geq 2$) аналитические выражения для относительной погрешности оценки СКЗ имеют вид

$$\delta \hat{X}_{СК} = \left(1 - \frac{2}{4\pi(k + \alpha)} \sin 2\pi\alpha \cos(2\varphi + 2\pi\alpha) \right)^{1/2} - 1; \\ \delta \hat{X}_{СК} \approx -[4\pi(k + \alpha)]^{-1} \sin 2\pi\alpha \cos(2\varphi + 2\pi\alpha). \quad (3)$$

Максимальные по модулю погрешности для заданного α наблюдаются при значениях начальной фазы, находимых из условия $\cos(2\pi\alpha + 2\varphi) = \pm 1$:

$$\delta \hat{X}_{СК \max} = \left(1 \pm \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi(k + \alpha)} \right)^{1/2} - 1; \quad \delta \hat{X}_{СК \max} \approx \pm \frac{\sin 2\pi\alpha}{4\pi(k + \alpha)}. \quad (4)$$

Близкие к наибольшим они имеют значения при $\alpha = \pm 0,25$:

$$\delta \hat{X}_{СК \max} = \left(1 \pm \frac{1}{2\pi(k \pm 0,25)} \right)^{1/2} - 1; \quad \delta \hat{X}_{СК \max} \approx \pm \frac{1}{4\pi(k \pm 0,25)}.$$

Например, при $k = 2$ и $\alpha = -0,25$ погрешности по точному и приближенному выражениям составляют $(-0,0468, 0,0445)$ и $\pm 0,0455$, а максимум погрешности смещен к $\alpha \approx -0,2645$.

Погрешность оценки СВЗ описывается выражениями, соответствующими разным областям начальной фазы в диапазоне $0 \pm \pi$ рад, сопрягающимися на их границах:

$$\delta \hat{X}_{СВ} = \frac{\text{sign}[\alpha] \cdot 2 - 4\alpha + \text{sign}[\varphi] \cdot 2 \cos \pi\alpha \cos(\varphi + \pi\alpha)}{4(k + \alpha)} \quad (5)$$

при $\varphi = 0, \dots, -2\pi\alpha$; $\text{sign}[\alpha] \cdot \pi, \dots, \text{sign}[\alpha] \cdot \pi - 2\pi\alpha$;

$$\delta\hat{X}_{CB} = \frac{-4\alpha + \text{sign}[\varphi] \cdot 2\sin(\pi\alpha)\sin(\varphi + \pi\alpha)}{4(k + \alpha)} \quad (6)$$

при $\varphi = 0, \dots, \text{sign}[\alpha] \cdot \pi - 2\pi\alpha; -\text{sign}[\alpha] \cdot \pi, \dots, -2\pi\alpha$,

где $\text{sign}[x]$ — символ знака аргумента.

Максимумы погрешности по модулю находятся в середине указанных областей начальной фазы:

$$\left| \delta\hat{X}_{CB} \right|_{\max} = \max \left\{ \frac{-4\alpha + \text{sign}[\alpha] \cdot 2[1 - \cos \pi\alpha]}{4(k + \alpha)}, \frac{-4\alpha + \text{sign}[\alpha] \cdot 2\sin \pi\alpha}{4(k + \alpha)} \right\}. \quad (7)$$

Их близкие к наибольшим значения при $\alpha = \pm 0,25$ выражаются как

$$\left| \delta\hat{X}_{CB} \right|_{\max} = (\sqrt{2} - 1) / (4k \pm 1).$$

Например, при $k = 2$ и $\alpha = -0,25$ погрешность равна 0,059, что в 1,3 раза больше, чем для оценки СКЗ.

Зависимости погрешности оценки СВЗ от начальной фазы несимметричны при всех значениях α , как не равны по модулю ее максимальные положительные и отрицательные значения (7).

На рис. 1, а, б представлены графики зависимости погрешностей оценок СКЗ, СВЗ от α при $k = 2$ и значениях начальной фазы φ , соответствующих максимумам погрешности при $\alpha = \pm 0,25$ (графики 3, 4) и $\alpha = -0,125$ (графики 1, 2).

Также рассчитаны показанные на рис. 2 графики зависимости максимальных (по модулю) относительных погрешностей $\delta\hat{X}_{CB}$ (1) и $\delta\hat{X}_{СК}$ (2) от $k + \alpha$ при фиксированном значении $\varphi = \pi/4$, максимизирующем погрешность при $\alpha = \pm 0,25$.

При $k > 10$ максимальные погрешности обеих оценок практически меньше 1%.

При случайной и равновероятной начальной фазе сигнала погрешность оценки СКЗ согласно (3) распределена по закону арксинуса с математическим ожиданием, равным нулю, и средним квадратическим отклонением (СКО), в $\sqrt{2}$ раз меньшим ее предельного значения (4): $\sigma_{\delta\hat{X}_{СК}} = \delta\hat{X}_{СК\max} \sqrt{2}$. При этом вероятность погрешностей, больших СКО, составляет 0,5, что оправдывает использование предельной погрешности в качестве характеристики точности оценки СКЗ.

Математическое ожидание относительной погрешности оценки СВЗ при случайной начальной фазе также равно нулю, несмотря на несимметричный характер ее зависимости, а СКО находится по дисперсии функций случайного аргумента (5), (6) и определяется полученным выражением

$$\sigma_{\delta\hat{X}_{CB}} = [4(k + \alpha)]^{-1} [(1 - 8\alpha(1 + 2\alpha) - (1 + 4\alpha)\cos 2\pi\alpha + (6/\pi)\sin 2\pi\alpha)^{1/2}]. \quad (8)$$

В табл. 1 приведены рассчитанные по (7), (8) отношения СКО к предельной погрешности $\delta\hat{X}_{CB\max}$ для различных значений α .

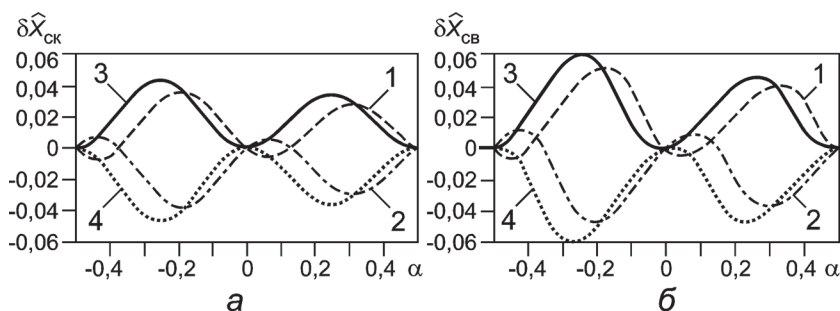


Рис. 1. Зависимости относительных погрешностей оценок $\delta\hat{X}_{СК}$ (а) и $\delta\hat{X}_{CB}$ (б) от α при $k = 2$ и значениях φ , равных $\pi/8, -7\pi/8$ (1), $5\pi/8, -3\pi/8$ (2), $\pi/4, -3\pi/4$ (3) и $-\pi/4, 3\pi/4$ (4)

Таблица 1

α	$\pm 1/16$	$\pm 1/8$	$\pm 3/16$	$\pm 1/4$	$\pm 5/16$	$\pm 6/16$	$\pm 7/16$
$\sigma_{\delta\hat{X}_{CB}} / \delta\hat{X}_{CB\max}$	0,47	0,618	0,668	0,725	0,673	0,618	0,55

Значение СКО наиболее близко к предельной погрешности при $\alpha = \pm 0,25$ и уменьшается при приближении α к нулю и $\pm 0,5$, где закон распределения случайной погрешности этой оценки все более отличается от арксинуса.

Оценки (2) СКЗ, СВЗ для *дискретного времени* практически близки к оценкам (1) для непрерывного времени при большом отношении частот дискретизации и сигнала $f_d/F = N/(k + \alpha)$ (большом числе его выборок за период). Так, максимальные по модулю погрешности оценки (2) СКЗ при заданном α и α , близких к $\pm 0,25$, определяются выражениями

$$\delta\hat{X}_{СК\max} = \sqrt{1 \pm \frac{\sin 2\pi\alpha}{N \sin[(2\pi/N)(k + \alpha)]}} - 1;$$

$$\delta\hat{X}_{СК\max} = \sqrt{1 \pm \frac{1}{N \sin[(2\pi/N)(k \pm 0,25)]}} - 1.$$

При $\sin[(2\pi/N)(k + \alpha)] \approx (2\pi/N)(k + \alpha)$, т. е. при $N/k > (16 \dots 32)$, они совпадают с соответствующими выражениями для погрешности оценки СКЗ непрерывного времени. Более сложно проявляет себя дискретизация по времени на погрешности *оценки СВЗ*, что связано с различиями спектров усредняемых дискретных сигналов $x^2(n)$, $|x(n)|$. Однако рассмотрение связанных с этим вопросов выходит за рамки данной работы.

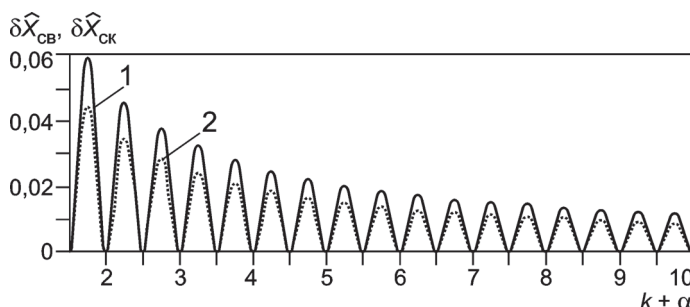


Рис. 2. Зависимости максимальных относительных погрешностей $\delta\hat{X}_{CB}$ (1) и $\delta\hat{X}_{СК}$ (2) от $k + \alpha$ при $\varphi = \pi/4$

Интерпретация погрешности некратности в частотной области. Частотная интерпретация погрешностей обеих оценок основывается на свертке спектров усредняемой реализации сигнала и частотной характеристики (ЧХ) весовой функции (ВФ). Оценкам (1), (2) соответствует прямоугольная ВФ ($w(t)$ или $w(n)$) с большим уровнем боковых лепестков ЧХ. Использование более сложных весовых функций позволяет эффективнее подавлять отличные от постоянной составляющей компоненты спектра, вызывающие погрешность оценки средних значений.

Так, максимальные погрешности оценки СКЗ непрерывного времени с весовым усреднением $\hat{X}_{СК} = \left[\frac{m}{T_{изм}} \int_0^{T_{изм}} w(t)x^2(t)dt \right]^{1/2}$ для треугольной ($\delta\hat{X}_{СК \max\Delta}$) и Ханна, Хэмминга ($\delta\hat{X}_{СК \max H}$) ВФ находятся аналитически и представляются выражениями

$$\delta\hat{X}_{СК \max\Delta} \approx \pm \frac{\cos 2\pi\alpha - 1}{4\pi^2(k + \alpha)^2};$$

$$\delta\hat{X}_{СК \max H} \approx \pm \frac{\sin 2\pi\alpha}{4\pi(k + \alpha)} \frac{4(k + \alpha)^2[(a_1/a_0) - 1] + 1}{4(k + \alpha)^2 - 1}.$$

Коэффициенты a_0, a_1 у ВФ Хэмминга составляют $a_0=0,54, a_1=0,46$, у ВФ Ханна $a_0=a_1=0,5$, масштабирующий множитель m равен 2 для треугольной ВФ и $1/a_0$ для ВФ Ханна и Хэмминга.

Отношения максимальных погрешностей оценки СКЗ при $\alpha = \pm 0,25$ с прямоугольной ВФ ($\delta\hat{X}_{СК \max\Pi}$) к погрешностям для ВФ треугольной и Ханна выражаются как

$$\delta\hat{X}_{СК \max\Pi} / \delta\hat{X}_{СК \max\Delta} = \pi(k \pm 0,25);$$

$$\delta\hat{X}_{СК \max\Pi} / \delta\hat{X}_{СК \max H} = 4(k \pm 0,25)^2 - 1.$$

Выигрыш в уменьшении погрешности за счет весового усреднения при $k = 2$ и $\alpha = -0,25$ составляет соответственно 5,5; 11,25, а при $\alpha = 0,25$ — соответственно 7,07; 19,25 и быстро возрастает с увеличением k (особенно для ВФ Ханна).

Для оценок дискретного времени выигрыш близок к оценкам непрерывного времени при больших отношениях f_d/N .

Погрешности дискретной оценки СВЗ с треугольной ВФ при $k = 2$ и $\alpha = \pm 0,25$ составляют по результатам моделирования соответственно 0,73 и 1 % (по сравнению с 4,6 и 5,9 % для прямоугольной ВФ).

Микроконтроллерной реализации отвечают специально конструируемые ступенчатые ВФ, которые практически не усложняют вычислений при значениях весовых коэффициентов, равных целой отрицательной степени двойки 2^{-l} [4]. Так, простая четырехступенчатая ВФ при тех же условиях, что и выше, уменьшает погрешность оценки СВЗ до 1,4 и 1,5 %.

Погрешности оценок, вызываемые помехами. Другой источник погрешности оценок средних значений — сосредоточенные гармонические помехи. В результате нелинейного взаимодействия сигнала и помехи возникает постоянное смещение оценки, зависящее от соотношения их уровней, и переменное, обусловленное комбинационными составляющими и гармониками.

Так, в случае оценки СКЗ при воздействии одной помехи усредняемый квадрат суммы гармонического сигнала и помехи $[x_c(t) + x_n(t)]^2$ содержит две постоянные составляющие $X_{mc}^2/2, X_{mn}^2/2$ и четыре переменные: вторые гармоники сигнала и помехи $-(X_{mc}/2)\cos(2\omega_c t + 2\varphi_c), -(X_{mn}/2)\cos(2\omega_n t + 2\varphi_n)$ и их комбинационные составляющие $(X_{mc}X_{mn}/2)\cos[(\omega_n - \omega_c)t + \varphi_n - \varphi_c], -(X_{mc}X_{mn}/2)\cos[(\omega_n + \omega_c)t + \varphi_n + \varphi_c]$.

При кратности времени измерения (усреднения) и периодов сигнала и помехи $k_c T_c = k_n T_n = T_{изм}$ оценка СКЗ определяется только постоянными составляющими $X_{mc}^2/2, X_{mn}^2/2$:

$$\hat{X}_{СК} = (X_{mc} / \sqrt{2}) \left(1 + X_{mn}^2 / X_{mc}^2 \right)^{1/2}.$$

Ей соответствует не зависящая от частоты и начальной фазы относительная погрешность $\delta\hat{X}_{СК} = \left(1 + X_{mn}^2 / X_{mc}^2 \right)^{1/2} - 1$, которая при $X_{mn} \ll X_{mc}$ приближенно вычисляется как $\delta\hat{X}_{СК} \approx 0,5 \left(X_{mn}^2 / X_{mc}^2 \right) = 0,5(C/\Pi)^{-2}$, где через (C/Π) обозначено отношение амплитуд сигнала и помехи.

Указанные выше переменные составляющие характеризуют погрешность оценки СКЗ, зависящую от значений и соотношений частот и фаз сигнала и помехи. Она достигает максимальных значений, когда гармоники и комбинационные составляющие совпадают по частоте с максимумами боковых лепестков ЧХ ВФ и являются синфазными. Эти условия не могут быть одновременно выполнены для всех переменных составляющих. Для комбинационных составляющих они соответствуют соотношениям фаз $\varphi_n - \varphi_c = \pm \pi/2, \varphi_n + \varphi_c = \mp \pi/2$, которые выполняются при $\varphi_n = \pi, \varphi_c = \pm \pi/2$ и $\varphi_c = \pi, \varphi_n = \pm \pi/2$, и соотношениям частот $f_n - f_c = (f_d/N)(p_1 + \alpha_1), f_n + f_c = (f_d/N)(p_2 + \alpha_2)$, где p_1, p_2 — целое число периодов разностной и суммарной частот на интервале измерения $T_{изм} = NT_d, \alpha_1 = \alpha_2 = \pm 0,5$ — их дробная часть.

Относительная погрешность оценки СКЗ, учитывающая комбинационные составляющие, определяется выражением

$$\delta\hat{X}_{СК} = \left[1 + \frac{X_{mn}^2}{X_{mc}^2} + \frac{2}{\pi} \frac{X_{mn}}{X_{mc}} \left(\frac{\sin(\varphi_n - \varphi_c)}{p_1 \pm 0,5} - \frac{\sin(\varphi_n + \varphi_c)}{p_2 \pm 0,5} \right) \right]^{1/2} - 1, \quad (9)$$

а при наихудшем соотношении фаз как

$$\delta\hat{X}_{СК} = \left[1 + \frac{X_{mn}^2}{X_{mc}^2} \pm \frac{2}{\pi} \frac{X_{mn}}{X_{mc}} \left(\frac{1}{p_1 \pm 0,5} + \frac{1}{p_2 \pm 0,5} \right) \right]^{1/2} - 1, \quad (10)$$

при этом знаку «+» соответствует $\varphi_n - \varphi_c = \pi/2$, знаку «-» $\varphi_n - \varphi_c = -\pi/2$.

В табл. 2, 3 приведены значения погрешностей для разных соотношений сигнал — помеха, полученные с помощью расчетов (для оценки СКЗ) и моделирования (для оценок СВЗ) по числу выборок $N = 800$ при $f_d = 10$ кГц, $f_d/N = 12,5$ Гц.

Данные табл. 2 соответствуют целому числу периодов сигнала и помехи на интервале измерения: $k_c = 2, k_n = 3$,

Таблица 2

С/П	1	2	3	4	5	10	20	50
$\delta\hat{X}_{СК}$	0,414	0,118	0,054	0,031	0,020	0,005	0,0012	$2 \cdot 10^{-4}$
$\delta\hat{X}_{СВ}$	0,273	0,062	0,028	0,016	0,01	0,0026	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$

$$\hat{X}_{СК} = \left\{ \overline{[x_c(t) + e(t)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} = \left[\overline{x_c^2(t)} + \overline{e^2(t)} + 2\overline{x_c(t)e(t)} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(X_{mc} / \sqrt{2} \right) \sqrt{1 + 2\sigma_{ш}^2 / X_{mc}^2}.$$

Таблица 3

С/П	1	2	3	4	5	10	20	50
$\delta\hat{X}_{СК\max}$	0,594	0,223	0,136	0,094	0,071	0,0315	0,015	0,0056
$\delta\hat{X}_{СК\min}$	0,208	-0,01	-0,035	-0,037	-0,035	-0,022	-0,012	-0,005
$\delta\hat{X}_{СВ\max}$	0,515	0,214	0,129	0,091	0,07	0,033	0,016	$6,2 \cdot 10^{-3}$
$\delta\hat{X}_{СВ\min}$	0,033	-0,08	-0,072	-0,06	-0,05	-0,027	-0,014	-0,006

$\alpha_c = \alpha_n = 0$ ($f_c = 25$ Гц, $f_n = 37,5$ Гц при $\varphi_c = \varphi_n = 0$). Они не зависят от значений k_c , k_n и φ_c , φ_n для оценки СКЗ и зависят от них для оценки СВЗ, что объясняется наличием в спектре модуля суммы сигнала и помехи гармоник и комбинационных составляющих высокого порядка.

Данные табл. 3 соответствуют случаю $k_c = 2$, $k_n = 3$, $\alpha_c = 0$, $\alpha_n = 0,5$ ($f_c = 25$ Гц, $f_n = 43,75$ Гц), когда в наибольшей степени проявляется действие комбинационных составляющих разностной и суммарной частот с параметрами $p_1 + \alpha_1 = 1,5$, $p_2 + \alpha_2 = 5,5$, и значениям начальных фаз $\varphi_n = \pi$, $\varphi_c = -\pi/2$ (максимумы погрешностей) и $\varphi_n = \pi$, $\varphi_c = \pi/2$ (минимумы погрешностей).

Погрешности обеих оценок, вызываемые помехой, достаточно близки, но по размаху (разности максимального и минимального значений) погрешности оценки СВЗ несколько выше, чем СКЗ. Погрешности в табл. 3, могут быть понижены до значений в табл. 2 путем весового усреднения (фильтрации) комбинационных составляющих и гармоник вне главного лепестка ЧХ ВФ.

Погрешности оценок быстро возрастают, когда комбинационная составляющая частотой $f_n - f_c$ оказывается в области главного лепестка ЧХ ВФ; полуширина его равна $1/T_{изм}$ (или f_d/N) для прямоугольной ВФ и $2/T_{изм}$ (или $2f_d/N$) для треугольной.

Также нужно учитывать, что для дискретного времени частоты гармоник сигнала, помехи и их комбинационных составляющих, превышающие частоту Найквиста ($f_d/2$), преобразуются в любую из частот основной полосы ($0 - f_d/2$).

При случайных и равновероятных начальных фазах сигнала и помехи переменную составляющую погрешности можно оценивать ее СКО согласно (9). Проведенный анализ показывает близость СКО погрешности к ее предельному значению (10) без учета постоянной составляющей.

Погрешности оценок, вызываемые шумами. Оценка СКЗ аддитивной суммы гармонического сигнала $x_c(t)$ и нормального стационарного шума $e(t)$ с дисперсией $\sigma_{ш}^2$ вычисляется известным образом через математическое ожидание ее квадрата (черта усреднения сверху):

Относительное смещение оценки может быть представлено через отношение сигнал — шум $(C/Ш) = X_{mc}/(\sqrt{2}\sigma_{ш})$ как $\delta\hat{X}_{СК(ш)} = \sqrt{1 + (C/Ш)^{-2}} - 1$, а при $\sigma_{ш} \ll X_{mc}$ как $\delta\hat{X}_{СК(ш)} \approx \sigma_{ш}^2 / X_{mc}^2 = 0,5(C/Ш)^{-2}$.

Постоянная шумовая составляющая погрешности (смещение) оценки СВЗ $\hat{X}_{СВ} = \overline{|x_c(t) + e(t)|}$ не выражена аналитически, но ее можно сопоставить с оценкой СКЗ при помощи моделирования.

В табл. 4 приведены полученные путем расчетов (для СКЗ) и моделирования (для СКЗ и СВЗ) смещения оценок в зависимости от задаваемых отношений сигнал — шум. Они найдены усреднением по числу выборок сигнала $N = 16000$ при $k_c = 2$ и $\alpha_c = 0$.

Из табл. 4 следует, что смещение оценки СВЗ меньше, чем оценки СКЗ, и приближается к нему при увеличении отношения сигнал — шум. При отношении сигнал — шум более 10 смещение обеих оценок становится очень малым.

Таблица 4

С/Ш	1	2	3	4	5	6	8	10	20
$\delta\hat{X}_{СК(ш)}^P$	0,414	0,12	0,054	0,031	0,020	0,014	0,008	0,005	0,0012
$\delta\hat{X}_{СК(ш)}^M$	0,41	0,12	0,050	0,030	0,019	0,015	0,01	0,006	0,001
$\delta\hat{X}_{СВ(ш)}^M$	0,28	0,07	0,023	0,015	0,009	0,008	0,006	0,005	0,001

Наряду со смещением оценок возникает случайная шумовая составляющая погрешности, которая зависит от времени усреднения (числа выборок сигнала N) или числа циклов усреднения и может быть уменьшена до приемлемого значения при их увеличении.

Выводы. Результаты проведенных исследований показывают, что использование для амплитудных микроконтроллерных измерений оценки СВЗ предпочтительнее (по сравнению с СКЗ) с точки зрения требуемого объема вычислений, но при этом должны приниматься во внимание и некоторые различия в значениях и характере их погрешностей. Нужно учитывать и наличие в настоящее время микроконтроллеров с вычислительными возможностями и точностью, отвечающими реализации оценки СКЗ. По аналитическим описаниям составляющих погрешности, вызываемых помехами и шумами, можно с приемлемой для практики точностью — непосредственно или с некоторой поправкой — определять и погрешности оценки СВЗ, что подтверждается результатами моделирования.

Обосновано также использование предельных значений для оценивания переменных составляющих погрешностей измерения, зависящих от априори неизвестной начальной фазы сигнала.

Однако общим недостатком данных оценок являются присущие им большие значения погрешности некрлатности при малом числе периодов сигнала на длине реализации и постоянных и переменных систематических погрешностей, вызываемых помехами и шумами. Они снижают как точность, так и достоверность результатов измерения. Возможности их уменьшения сопряжены с усложнением аппаратуры, использующей микроконтроллерные средства измерений.

В этом отношении временные оценки амплитуды гармонических сигналов существенно уступают ее спектральным оценкам [3]. В системах ДИП они могут вычисляться, например, с помощью специализированных портативных компьютеров фирмы GETAC, в том числе со встроенным навигационным приемником GPS для позиционирования на местности.

Л и т е р а т у р а

1. Пат. RU 2280269 С1. Способ геоэлектроразведки и устройство для его осуществления / П. Ю. Пушкарев и др. // Открытия. Изобретения. 2006. № 20.

2. Тронин О. А. Анализ погрешностей измерения эффективного сопротивления среды при дипольном электромагнитном профилировании с измерением магнитного поля // Маркшейдерский вестник. 2007. № 1. С. 51—54.

3. Глинченко А. С., Комаров В. А. Исследовательский комплекс спектрально-вещного измерения параметров сигналов // Измерительная техника. 2011. № 1. С. 51—55; Glinchenko A. S., Komarov V. A. A system for the spectrally-weighted measurement of signal parameters // Measurement Techniques. 2011. V. 54. N 1. P. 74—80.

4. Гутников В. С. Фильтрация измерительных сигналов. Л.: Энергоатомиздат, 1990.

Дата принятия 10.03.2012 г.

