

Влияние неравномерности вращения Земли на релятивистские смещения частоты и времени наземных атомных часов

В. Ф. ФАТЕЕВ¹, С. М. КОПЕЙКИН^{2, 3}, С. Л. ПАСЫНОК¹

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, г. п. Менделеево, Московская область, Россия

² Сибирская государственная геодезическая академия, Новосибирск, Россия, e-mail: kopeikins@missouri.edu

³ Университет штата Миссури, Колумбия, США (Department of Physics and Astronomy, University of Missouri, Columbia, USA)

Рассмотрено влияние неравномерности вращения Земли (прецессии и нутации оси вращения Земли, колебаний модуля угловой скорости, периодических отклонений линии полюсов, а также углового момента Земного шара) на частоту и время высокостабильных атомных часов с позиций теории относительности. Показано, что относительное смещение частоты и времени по указанной причине может превышать $5 \cdot 10^{-16}$.

Ключевые слова: частота и время, теория относительности, релятивистские эффекты, движение полюса, неравномерность вращения Земли.

The theory of relativity is applied to analyze the impact of the Earth rotation irregularity on the frequency and time of high stability atomic clocks. The precession and nutation of Earth rotation axis, variation of absolute value of rotation velocity and angular momentum of the globe have been considered. It is shown that the relative shift of time and frequency caused by the above reason can exceed $5 \cdot 10^{-16}$.

Key words: frequency and time, theory of relativity, relativistic effects, polar motion, Earth rotation irregularity.

При создании наземных высокостабильных атомных часов в последние годы появился значительный прогресс: существующие стандарты частоты и времени (СЧВ) фонтанного типа характеризуются нестабильностью 10^{-15} — 10^{-16} [1, 2]; намечены реальные перспективы создания первичных оптических СЧВ с нестабильностью 10^{-17} и выше [3, 4]; разработан прообраз атомных часов с нестабильностью 10^{-18} [5], суточный ход которых составляет около 0,1 пс; обсуждаются возможности снижения нестабильности до 10^{-19} и ниже [6]. В связи с этим важно строго учитывать смещения частоты и времени из-за релятивистских явлений, поскольку относительное смещение данных величин сравнимо или превышает достигнутый и перспективный уровень нестабильности. В некоторых работах эти вопросы рассмотрены как для стационарных [7, 8], так и для мобильных (перевозимых) часов [9—12]. Показано, что относительное смещение шкалы времени наземных часов в результате влияния только гравитационного поля Земли превышает $6,9 \cdot 10^{-10}$, относительное значение эффекта центробежного силового поля, вызванного вращением Земли, больше 10^{-12} . Эффект, вызванный передвижением часов по поверхности Земли (эффект Саньяка), также может превосходить 10^{-12} .

Один из факторов, влияющий на релятивистские эффекты в атомных часах, — неравномерность вращения Земли. В предыдущих исследованиях с позиции общей теории относительности этот важный метрологический аспект не рассматривали.

Исходные соотношения. Определим релятивистское расхождение частоты и времени двух атомных часов, размещенных на поверхности или вблизи поверхности Земли. Пер-

вые часы назовем базовыми, так как они являются хранителями шкал собственных (действительных, измеряемых) времени τ_0 и частоты f_0 , а вторые часы — ведомыми, хранящими время τ_b и частоту f_b .

Метрологический эксперимент с часами рассмотрим в невращающейся небесной геоцентрической системе координат ICRS (International Celestial Reference System), начало которой находится в центре вращающейся Земли, плоскость XOY совмещена с плоскостью экватора, а ось OX направлена в точку весеннего равноденствия [13, 14]. Текущее положение обоих часов в выбранной системе координат характеризуется радиус-векторами соответственно R_0 , R_b , а скорости перемещения — векторами V_0 , V_b . В общем случае скорость каждого часа в данной системе складывается из линейной скорости вследствие суточного вращения Земли и скорости перемещения относительно ее поверхности.

Для вывода релятивистской формулы связи интервалов собственного времени, отсчитываемых по шкалам рассматриваемых часов в заданной системе координат, воспользуемся общим выражением для четырехмерного пространственно-временного интервала в виде [15]:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + 2g_{0\alpha}dx^\alpha cdt + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta, \quad (1)$$

где c — скорость света; dt — бесконечно малый интервал координатного времени t , не зависящего от параметров гравитационного поля; g_{00} , $g_{0\alpha}$, $g_{\alpha\beta}$ — компоненты четырехмерного метрического тензора g_{jk} гравитационного поля в выбранной системе отсчета; dx^α , dx^β — пространственные бесконечно малые интервалы; здесь и далее тензорные индексы обозначены α , $\beta = 1, 2, 3$.

Для двух событий в одной и той же пространственной точке выбранной системы координат, т. е. при $dx = dy = dz = 0$, выражение (1) имеет вид

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 = -c^2d\tau^2,$$

где $d\tau$ — собственное время рассматриваемых часов.

После алгебраических преобразований соотношение (1) запишем как

$$-c^2d\tau^2 = \gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta - \left(\sqrt{-g_{00}} cdt - g_{0\alpha} / \sqrt{-g_{00}} dx^\alpha \right)^2,$$

где $\gamma_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - g_{0\alpha}g_{0\beta}/g_{00}$ — трехмерный метрический тензор гравитационного поля в выбранной системе отсчета.

Отсюда следует общий вид коэффициента преобразования θ шкалы собственного времени τ относительно шкалы координатного времени t для хранителя, движущегося в гравитационном поле:

$$\theta = d\tau/dt = \left\{ \left(\sqrt{-g_{00}} - g_{0\alpha}V^\alpha / (c\sqrt{-g_{00}}) \right)^2 - V_\kappa^2/c^2 \right\}^{0.5}, \quad (2)$$

где $V_\kappa^2 = dx^\alpha/dt, V_\kappa^2 = V_\alpha V^\alpha = \gamma_{\alpha\beta}V^\alpha V^\beta$ — координатная скорость часов, выраженная в единицах координатного времени t .

Чтобы перейти к действительной скорости движения V^α , выраженной в единицах собственного времени базовых часов τ_0 , преобразуем выражение для скорости V_κ^α к виду

$$V_\kappa^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt} = \frac{dx^\alpha}{d\tau_0} \frac{d\tau_0}{dt} = V^\alpha \theta_0. \quad (3)$$

На основе выражения (3) из формулы (2) можно установить связь между промежутками собственного времени рассматриваемых часов при условии их координатной синхронизации, т. е. равенства промежутков координатного времени ($dt_B = dt_0$):

$$d\tau_B = \theta_B/\theta_0 d\tau_0, \quad (4)$$

где θ_B, θ_0 — коэффициенты преобразования шкалы ведомых и базовых часов, соответственно.

Согласно (2) для ведомых часов имеем

$$\theta_B = \left\{ \left[\sqrt{-g_{00}^B} - g_{0\alpha}V_B^\alpha / (c\sqrt{-g_{00}^B}) \right]^2 - (V_B^\alpha \theta_0/c)^2 \right\}^{0.5}. \quad (5)$$

Для нахождения коэффициента θ_0 из (2) получим квадратное уравнение и его решение, соответственно:

$$\left\{ 1 + \frac{V_0^2}{c^2} + \frac{(g_{0\alpha}V_0^\alpha)^2}{c^2 g_{00}^0} \right\} \theta_0^2 + \frac{2g_{0\alpha}V_0^\alpha}{c} \theta_0 + g_{00}^0 = 0; \quad (6)$$

$$\theta_0 = -b/2a \pm (b^2/4a^2 - h/a)^{0.5}, \quad (7)$$

где $a = 1 + V_0^2/c^2 + b^2/4g_{00}^0$; $b = 2g_{0\alpha} \cdot V_0^\alpha/c$; $h = g_{00}^0$. Решение (7) имеет два корня, однако корень со знаком «минус» соответствует отрицательному течению времени и поэтому далее не используется.

На основе формул (4), (5), (7) связь между собственными циклическими частотами f_B, f_0 задающих генераторов хранителей времени определяется как $f_B = f_0 \theta_0/\theta_B$ [12]. Отсюда найдем относительное значение взаимного релятивистского эффекта сдвига частот задающих генераторов хранителей времени:

$$\delta f_p/f_0 = (f_B - f_0)/f_0 = \theta_0/\theta_B - 1 \text{ или } -\delta f_p/f_B = (f_0 - f_B)/f_B = \theta_B/\theta_0 - 1. \quad (8)$$

Характеристики неравномерности вращения Земли. Вектор угловой скорости неравномерно вращающейся Земли $\mathbf{\Omega}_3$ в небесной геоцентрической земной системе координат представим в виде

$$\mathbf{\Omega} = i\Omega_x + j\Omega_y + k\Omega_z,$$

где $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — проекции скорости на координатные оси, причем

$$\Omega_z = \Omega_0 + \Delta\Omega_z, \quad (9)$$

Ω_0 — средняя угловая скорость вращения Земли; $\Delta\Omega_z$ — отклонение угловой скорости от номинального значения, характеризующее неравномерность суточного вращения Земли.

Среднее значение угловой скорости вращения Земли вокруг оси OZ небесной системы ICRS принимается Международной службой вращения Земли и опорных систем отсчета IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) и составляет $\Omega_0 = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ [16].

Данные о текущих значениях угловой скорости вращения Земли регулярно вычисляют по результатам инструментальных наблюдений, выполненных Государственной службой времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ) России и национальными лабораториями других государств, и публикуют в специальных бюллетенях. В целом вариации модуля угловой скорости содержат линейную по времени часть, а также годичную и полугодичную волны. В течение 2013 г. относительное отклонение угловой скорости Земли $\Delta\Omega_z/\Omega_0$ находилось в пределах $(-187 \dots -30) \cdot 10^{-10} \text{ c}^{-1}$, на 1 июля 2014 г. его значение составило $-40 \cdot 10^{-10}$ [17].

Помимо указанной вариации частоты неравномерность вращения Земли относительно небесной системы координат ICRS характеризуется прецессией и нутацией оси вращения Земли, а также конусообразующим движением линии полюсов Земли вокруг ее оси вращения [14, 18].

Прецессия оси вращения имеет период около 26 тыс. лет и $\vartheta_{\text{пр}} \approx 50''/\text{год}$ ($2,5 \cdot 10^{-4} \text{ рад/год}$). Составляющие угловой скорости прецессии по осям геоцентрической небесной системы координат [14]:

$$\Omega_x^{\text{пр}} = 0, \Omega_y^{\text{пр}} \approx -\vartheta_{\text{пр}} \sin \varepsilon \approx -3,2 \cdot 10^{-12} \text{ c}^{-1}, \quad (10)$$

где $\varepsilon \approx 23,4^\circ$ — средний наклон эклиптики к экватору.

Нутация имеет период 18,6 года и амплитуду угла отклонения от оси OZ $\vartheta_n \approx 10''$ ($\sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$) [14]. Ввиду малости данного угла, текущие нутационные проекции вектора угловой скорости Земли на оси геоцентрической системы ICRS

определяются соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x^H &\approx \Omega_0 \sin \vartheta_H \cos \Phi_H \approx \Omega_0 \vartheta_H \cos \Phi_H; \\ \Omega_y^H &\approx \Omega_0 \sin \vartheta_H \sin \Phi_H \approx \Omega_0 \vartheta_H \sin \Phi_H; \\ \Omega_z^H &\approx 0, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $\Phi_H = 2\pi t_0/T_H - \varphi_H$ — полная фаза нутации; T_H, φ_H — период и начальная фаза нутации, соответственно. Отсюда следует, что амплитуда составляющих угловой скорости нутации по

осям OX, OY не превышает $(\Omega_x^H, \Omega_y^H)_{\max} \approx 3,7 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$.

Сложное коническое движение линии полюсов относительно вращающейся Земли складывается из колебаний периодами примерно 1 год и 430 сут. Угловая амплитуда движения составляет $\vartheta_n \approx 0,5''$ ($\sim 2,5 \cdot 10^{-6}$ рад) [18]. Пространственная амплитуда «качания» полюсов Земли при этом составляет 15—16 м. По аналогии с нутацией, текущие проекции вектора угловой скорости Земли на оси геоцентрической системы координат составляют:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x^n &\approx \Omega_0 \vartheta_n \cos \Phi_n; \\ \Omega_y^n &\approx \Omega_0 \vartheta_n \sin \Phi_n; \\ \Omega_z^n &\approx 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $\Phi_n = 2\pi t_0/T_n - \varphi_n$, T_n, φ_n — полная фаза, период и начальная фаза колебаний полюса. Амплитуда угловых скоростей по осям вследствие «качания» полюсов достигает $1,8 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$.

Составляющие углового ускорения неравномерно вращающейся Земли по всем осям выбранной системы координат вычисляются как производные по времени от соответствующих составляющих угловой скорости. По результатам наблюдений их амплитуда не превышает $4 \cdot 10^{-19} \text{ с}^{-2}$, что на суточном интервале дает приращение угловой скорости на 10^{-14} с^{-1} [17]. В силу чрезвычайной малости этой величины далее влияние углового ускорения не рассматривается.

Учитывая, что все характеристики неравномерности вращения Земли весьма малы и независимы, их можно суммировать линейно. На этом основании из (10)—(12) получим следующие выражения для составляющих угловой скорости Земли, входящих в (9):

$$\Omega_x = \Omega_x^H + \Omega_x^n; \Omega_y = \Omega_y^H + \Omega_y^n; \Omega_z = \Omega_0 + \Delta\Omega_z + \Omega_z^n. \quad (13)$$

Метрический тензор и релятивистские коэффициенты преобразования шкал времени. Если пренебречь членами порядка $1/c^4$ и меньше, то метрический тензор в стационарном гравитационном поле вращающейся Земли будет иметь следующие компоненты [13]:

$$\left. \begin{aligned} g_{00} &= -(1 - 2\varphi_3/c^2) + O(c^{-4}); \\ g_{\alpha\beta} &= \delta_{\alpha\beta} (1 + 2\varphi_3/c^2) + O(c^{-4}); \\ g_{0\alpha} &= -4\varphi_\alpha/c^3 + O(c^{-5}), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где $O(c^{-4}), O(c^{-5})$ — исключенные члены, которые при размещении часов вблизи поверхности Земли дают вклад менее 10^{-20} ; $\delta_{\alpha\beta}$ — единичный тензор второго ранга; φ_3 — скалярный гравитационный потенциал поля Земли в точке на поверхности, представляемый обычно в виде разложения по сферическим функциям (поля других небесных тел в данной

задаче не учитываем); φ_α — векторный потенциал поля Земли, определяемый соотношением

$$\varphi_\alpha = \frac{G}{3} \frac{[\mathbf{SR}]^\alpha}{R^3}, \quad (15)$$

где $\mathbf{R} = ix+iy+kz$ — радиус-вектор точки на поверхности Земли; G — гравитационная постоянная; $\mathbf{S} = 2\mathbf{\Omega}_z/3$ — вектор углового момента Земли; Ω_z — угловая скорость Земли; $I = 2MR^2/5$ — момент инерции Земного шара как твердого тела массой M .

В результате пространственно-временной компонент метрического тензора (14) для точек на поверхности Земли в первом приближении имеет вид

$$g_{0\alpha} \approx \mu \Omega_z \cos \psi / 3c^3, \quad (16)$$

где $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ — геоцентрическая гравитационная постоянная; ψ — географическая широта рассматриваемой точки на поверхности Земли; для точки на экваторе ($\psi = 0$) $g_{0\alpha} \approx -4 \cdot 10^{-16}$.

Пренебрегая членами вида $O(c^{-4})$, из (5), (7) с помощью метрического тензора (15)—(16) находим выражения для релятивистских коэффициентов преобразования шкал времени часов, стационарно размещенных на поверхности Земли:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 1 - \varphi_0/c^2 - V_0^2/2c^2 - g_{0\alpha} V_0^\alpha/c; \\ \theta_B &= 1 - \varphi_B/c^2 - V_B^2/2c^2 - g_{0\alpha} V_B^\alpha/c, \end{aligned} \quad (17)$$

где скорость и квадрат скорости часов определяются формулами (индексы опустим):

$$\mathbf{V} = [\mathbf{\Omega R}] = iV_x + jV_y + kV_z; \mathbf{V}^2 = V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2, \quad (18)$$

$$V_x = \Omega_y z - \Omega_z y, \quad V_y = \Omega_z x - \Omega_x z,$$

$$V_z = \Omega_x y - \Omega_y x, \quad V^\alpha = \{V_x, V_y, V_z\}, \quad (19)$$

Ω_3 — угловая скорость движения Земли (см. (9), (13)); $\mathbf{R}$ — радиус-вектор точек размещения рассматриваемых часов; x, y, z — текущие координаты часов.

Релятивистские смещения частоты и времени вследствие неравномерности вращения Земли. Вычисление искомого смещения частоты проведем по формулам (8), (17)—(19). При этом для упрощения анализа полученных результатов сделаем допущение о сферичности Земли и перейдем от текущих прямоугольных координат часов к сферическим по формулам

$$x(\tau) = R_3 \cos \psi \cos (\Omega_0 \tau + \lambda);$$

$$y(\tau) = R_3 \cos \psi \sin (\Omega_0 \tau + \lambda);$$

$$z = R_3 \sin \psi,$$

где $R_3, \psi, \lambda(\tau)$ — радиус сферы Земли, геоцентрическая широта и текущая долгота точек на поверхности Земли, вращающейся в системе ICRS.

В результате получим

$$\frac{\Delta f_p}{f_0} = \frac{\varphi_B - \varphi_0}{c^2} + \frac{\Omega_0^2}{2c^2} (R_B^2 \cos^2 \psi_B - R_0^2 \cos^2 \psi_0) + \frac{1}{f_0} \sum_{i=1}^4 \delta f_i; \quad (20)$$

$$\delta f_1/f_0 = -\Omega_0 \Omega_y (y_B z_B - y_0 z_0)/c^2; \quad (21)$$

$$\delta f_2/f_0 = -\Omega_0 \Omega_x (x_B z_B - x_0 z_0)/c^2; \quad (22)$$

$$\delta f_3/f_0 = \Omega_0 (\Delta \Omega_z + \Omega_z^{\text{np}}) (R_B^2 \cos^2 \psi_B - R_0^2 \cos^2 \psi_0)/c^2; \quad (23)$$

$$\delta f_4/f_0 = g_{0\alpha} (V_B^\alpha - V_0^\alpha)/c. \quad (24)$$

В (20) первые два члена описывают эффект гравитационного смещения частоты вследствие различия гравитационных потенциалов в точках размещения часов, а также эффект Доплера 2-го порядка, вызванный различием линейных скоростей движения часов на разных широтах вследствие вращения Земли в выбранной небесной невращающейся системе отсчета [7, 11]. Дополнительные вклады f_i вызваны неравномерностью вращения Земли и движением полюса.

Для оценки релятивистского смещения δf_1 , вызванного влиянием Ω_y , соотношение (21) преобразуем при следующих условиях: $\psi_B = \psi_0 = \psi$, $\lambda_B = \lambda_0 + \pi$ (часы находятся на одной широте, но их долгота отличается на 180°). В результате при $R_B = R_0 = R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м имеем

$$\delta f_1/f_0 = \Omega_0 R_3^2 (\Omega_y^{\text{np}} + \Omega_y^{\text{H}} + \Omega_y^{\text{П}}) \sin 2\psi \sin(\Omega_0 \tau + \lambda_B)/c^2. \quad (25)$$

Оценка вкладов амплитуд каждой составляющей неравномерности вращения Земли в относительное смещение частоты дает результаты: по нутации — $1,2 \cdot 10^{-16}$; по отклонению полюсов — $0,6 \cdot 10^{-17}$; по прецессии — $1 \cdot 10^{-19}$. Эти эффекты имеют суточный период колебания и их амплитуда максимальна при размещении часов на широте 45° и разнице в долготе на 180° .

Влияние угловой скорости Ω_x определяется формулой, следующей из (22) при тех же условиях:

$$\delta f_2/f_0 = \Omega_0 R_3^2 (\Omega_x^{\text{H}} + \Omega_x^{\text{П}}) \sin 2\psi \sin(\Omega_0 \tau + \lambda_B)/c^2. \quad (26)$$

Оценки вкладов Ω^{H} , $\Omega^{\text{П}}$ аналогичны предыдущим, однако здесь нет влияния прецессии. Для оценки влияния неравномерности вращения по оси OZ формулу (23) упростим, приняв условие $\psi_0 = 0^\circ$, $\psi_B = 90^\circ$ (одни часы — на экваторе, другие — вблизи полюса):

$$\delta f_3/f_0 = -\Omega_0 R_3^2 (\Delta \Omega_z + \Omega_z^{\text{np}})/c^2. \quad (27)$$

При условии, что $\Delta \Omega_z$ в последний год изменялась в пределах $-187 \cdot 10^{-10} \dots -3 \cdot 10^{-9}$, ее вклад в сдвиг частоты находится в диапазоне $1 \cdot 10^{-16} \dots 6 \cdot 10^{-16}$. Вклад прецессии при этом составляет $1 \cdot 10^{-19}$. Важной особенностью смещения частоты (см. (27)) является ее независимость от суточного вращения.

Частотный сдвиг, вызванный моментом вращения Земли и определяемый по (24), также не зависит от суточного вращения. Однако он зависит от разности линейных скоростей часов, которая определяется различием географических широт. Этот частотный сдвиг не изменяется во времени и при $\psi_B = 0$, $\psi_0 = \pi/2$ составляет приблизительно 10^{-21} .

На основе формул (4)–(7) найдем релятивистское расхождение временных шкал обоих часов как функцию базового времени τ_0 :

$$\delta \tau_p = \Delta \tau_B - \Delta \tau_0 = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \frac{\theta_B(\tau_0)}{\theta_0} d\tau_0 - \Delta \tau_0, \quad (28)$$

где τ_{01} , τ_{02} — моменты начала и окончания интервала интегрирования по шкале τ_0 , $\Delta \tau_0 = \tau_{02} - \tau_{01}$.

Используя формулы (17), (20)–(26), (28), получим

$$\begin{aligned} \Delta \tau_p = & -\frac{\varphi_B - \varphi_0}{c^2} \Delta \tau_0 - \frac{\Omega_0^2}{2c^2} (R_B^2 \cos^2 \psi_B - R_0^2 \cos^2 \psi_0) \Delta \tau_0 - \\ & - \frac{1}{f_0} \sum_{i=1}^4 \delta f_i d\tau_0. \end{aligned} \quad (29)$$

Первые два члена выражения (29) описывают уже рассмотренные эффекты, а члены под знаком суммы определяют искомые эффекты смещения времени, вызванные неравномерностью вращения Земли. Интегрирование их на основе (25)–(27) дает следующие результаты.

1. По влиянию составляющей угловой скорости Ω_y :

$$\delta \tau_1 = \int \frac{\delta f_1}{f_0} d\tau_0 = \frac{R_3}{c^2} (\Omega_y^{\text{H}} + \Omega_y^{\text{П}} + \Omega_y^{\text{np}}) \sin 2\psi \cos(\Omega_0 \tau_0 + \lambda_B). \quad (30)$$

Оценка амплитуды периодических суточных эффектов, определяемых по формуле (30), составила: по нутации — 164 пс; по отклонению полюсов — 8 пс; по прецессии — $1,4 \cdot 10^{-3}$ пс.

2. По влиянию составляющей угловой скорости Ω_x . Если не учитывать очень малый эффект прецессии, то можно считать $\delta \tau_1 = \delta \tau_2$.

3. По влиянию изменений угловой скорости вокруг оси OZ:

$$\delta \tau_3 = \int \frac{\delta f_3}{f_0} d\tau_0 = \frac{\Omega_0 R_3^2}{c^2} (\Delta \Omega_z + \Omega_z^{\text{np}}) \Delta \tau_0. \quad (31)$$

При среднем значении изменения модуля угловой $\Delta \Omega_z = -100 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$ и интервале интегрирования 3 мес (четверть периода изменения $\Delta \Omega$) эффект смещения шкалы времени составляет около 2500 пс. На практике этот изменяющийся во времени эффект необходимо вычислять путем численного интегрирования по текущим данным, поступающим от Службы вращения Земли. Эффект прецессии, вычисляемый по (31), на интервале 1 год составляет 3,1 пс.

4. По влиянию момента импульса Земли:

$$\delta \tau_4 = \int \frac{\delta f_4}{f_0} d\tau_0 = \frac{g_{0\alpha}}{c} (V_B^\alpha - V_0^\alpha) \Delta \tau_0. \quad (32)$$

Смещение (см. (32)) представляет разность двух эффектов — частотно-временных аналогов гравитомагнитного эффекта Лензе—Тирринга для двух часов, движущихся по окружностям разного диаметра. Эффект зависит от разности линейных скоростей часов и прямо пропорционален времени интегрирования. При $\psi_B = 0$, $\psi_0 = 90^\circ$ и времени интегрирования 1 год ($\sim 3 \cdot 10^7$ с) он составляет около $3 \cdot 10^{-2}$ пс.

Заключение. Проведенный релятивистский анализ показывает, что шкалы времени и частоты наземных высокостабильных атомных часов значимо зависят от неравномерности вращения Земли. Эти смещения можно измерить с помощью высокостабильных стандартов частоты и времени в прецизионных метрологических экспериментах. Годовые вариации модуля угловой скорости вызывают относительное релятивистское изменение частоты задающего генератора часов в пределах $(1...6) \cdot 10^{-16}$, а смещение шкалы времени в трехмесячном периоде может превысить 2500 пс. Нутационные относительные смещения частоты имеют период 1 сут и амплитуду $1,2 \cdot 10^{-16}$. Соответствующая амплитуда нутационных суточных колебаний сдвига времени составляет 164 пс. Относительный частотный сдвиг, вызванный периодическим отклонением линии полюсов, имеет амплитуду суточных колебаний $6 \cdot 10^{-18}$. Соответствующая амплитуда колебания сдвига времени составляет 8 пс. Влияние прецессии оси вращения Земли на относительное изменение частоты и на смещение времени незначительно и на периоде накопления 1 год оценивается соответственно как 10^{-19} и 3,1 пс. Взаимное временное запаздывание обоих часов, вызванное частотно-временным эффектом Лензе—Тирринга вследствие влияния углового момента Земли, на этом же интервале не превышает 0,1 пс. Влияние углового ускорения вращения Земли пренебрежимо мало.

Работа выполнена в рамках ОКР «Создание государственной геоцентрической системы координат» («ГГСК-точность») и при поддержке РФФИ (грант 14-27-00068).

Л и т е р а т у р а

1. Донченко С. И., Блинов И. Ю., Гончаров А. С., Домнин Ю. С., Костромин В. П., Норец И. Б. Состояние и перспективы развития Государственного первичного эталона единиц времени, частоты и национальной шкалы времени ГЭТ 1—2012 // Метрология времени и пространства: Материалы VII Междунар. симпозиума. Суздаль, 2014. С. 7—8.
2. Ovchinnikov Y., Marra G. Accurate rubidium atomic fountain frequency standard // Metrologia. 2011. V. 48. P. S87—100.
3. Пальчиков В. Г. Состояние и перспективы развития оптических стандартов времени и частоты на холодных атомах и ионах // Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение (КВНО-2011): Материалы 4-й Всерос. конф. Санкт-Петербург, 2011. В кн. «Труды ИПА РАН». 2012. Вып. 23. С. 107—111.

4. Chou C. W., Hume D. B., Koelemeij J. C. J., Wineland D. J., Rosenband T. Frequency comparison of two high-accuracy Al⁺ optical clocks // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 1204. N. 7. DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.070802.

5. Bloom B. J., Nicholson T. L., Williams J. R. e. a. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level // Nature. 2014. V. 506. P. 71—75.

6. Campbell C. J. e. a. A single-ion nuclear clock for metrology at the 19th decimal place // Atomic physics (physics.atom-ph). [Электрон. версия] <http://arxiv.org/abs/1110.2490> (дата обращения 22.11.2014 г.).

7. Борисова Л. Б., Бронников К. А., Мельников В. Н. Учет гравитационно-релятивистских эффектов при ведении единой шкалы времени на Земле и в околоземном пространстве // Измерительная техника. 1988. № 5. С. 31—33.

8. Wolf P., Petit G. Relativistic theory for clock syntonisation and the realization of the geocentric coordinate times // Astron. Astrophys. 1995. V. 304. P. 653—661.

9. Hafele J., Keating R. Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains // Science. 1972. V. 177. P. 166—168.

10. Борисова Л. Б., Мельников В. Н. Релятивистские поправки в показаниях транспортируемых эталонов времени // Измерительная техника. 1988. № 4. С. 13—15.

11. Petit G., Wolf P. Relativistic theory for time comparisons: a review // Metrologia. 2005. V. 42. P. S138—S144.

12. Фатеев В. Ф., Сысоев В. П. Релятивистские эффекты в мобильных часах // Измерительная техника. 2014. № 8. С. 31—35.

13. Копейкин С. М. Релятивистские системы отсчета в солнечной системе // Астрономический журнал. 1989. Т. 66. Вып. 5. С. 1069—1080.

14. Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребеников Е. А., Демин В. К., Рябов Ю. А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976.

15. Меллер К. Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975.

16. McCarthy D., Petit G. IERS Conventions (2003). IERS Technical Note 32. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2004.

17. Всемирное время и координаты полюса // Бюллетень Е ГСВЧ. 2013. № 153—156. С. 6.

18. Petit G., Luzum B. IERS Conventions (2010). IERS Technical Note 36. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010.

Дата принятия 22.01.2015 г.