

# Применение логарифмического момента распределения интенсивности в качестве альтернативы коэффициенту распространения лазерного пучка

А. М. РАЙЦИН<sup>1</sup>, М. В. УЛАНОВСКИЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, e-mail: arcadiyram@rambler.ru

<sup>2</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия, e-mail: ulanovsky@vniiofi.ru

Рассмотрена характеристика, определяющая степень отличия измеренного распределения интенсивности лазерного пучка от распределения Гаусса и называемая гауссоподобие. Данная характеристика является альтернативой коэффициенту распространения пучка  $M^2$ .

**Ключевые слова:** лазерное излучение, мощность, энергия, распределение интенсивности, коэффициент распространения пучка.

The characteristic determining the degree of difference between the measured laser beam intensity distribution from the Gaussian distribution, called the «Gaussianness» has been considered. It is the alternative to  $M^2$  distribution coefficient laser bunch.

**Key words:** laser radiation, power, energy, intensity distribution, beam propagation factor.

В настоящее время для оценки степени фокусируемости лазерного пучка применяется характеристика  $M^2$  — коэффициент распространения пучка, вычисляемый как отношение произведений параметров распространения измеряемого (сертифицируемого) пучка и пучка с дифракционной расходимостью гауссова пучка ( $TEM_{00}$ ) на одной и той же длине волны  $\lambda$  [1]:

$$M^2 = \pi d_0 \theta / (4\lambda), \quad (1)$$

где  $d_0$  — диаметр пучка в перетяжке, определяемый через второй момент распределения интенсивности (РИ);  $\theta$  — полный угол расходимости пучка.

Наименьшее значение характеристики  $M^2$  равно единице для пучка Гаусса, все остальные пучки имеют  $M^2 > 1$ . Заметим, что  $M^2$  определяется через величины, не зависящие от формы РИ пучка. В (1) выражено только то, что инвариант  $d_0 \theta$  для любого лазерного пучка больше аналогичного инварианта пучка Гаусса. В то же время при изменении формы РИ в процессе распространения лазерного пучка или при его прохождении через оптические системы коэффициент  $M^2$  может оставаться постоянным. Форма РИ важна на выходе лазеров, применяемых, например, в системах, когда требуется получить максимальное дальное действие. Известно, что из всех возможных излучателей, у которых одинаковые мощности и площади выходных сечений, наибольшую осевую силу света имеют излучатели с равномерным РИ и плоским фронтом [2].

В случаях, когда характеристика  $M^2$  не чувствительна к форме РИ и не изменяется, она не может служить крите-

рием, по которому можно устанавливать эффективность лазеров, применяемых в системах. Это обстоятельство указано в [3], где приведены наглядные примеры неприменимости характеристики  $M^2$ .

В данной статье рассмотрена характеристика, являющаяся альтернативой  $M^2$  и называемая гауссоподобие РИ лазерного пучка, чувствительная к его форме. Пусть лазерный пучок с РИ  $I(x, y)$  на выходе излучателя поступает на средство измерений с входной апертурой, ограничивающей двумерную область  $G$ . Рассмотрим в данной области логарифмический момент РИ, определяемый выражением

$$H = - \iint_G s(x, y) \ln |s(x, y)| dx dy, \quad (2)$$

где  $s(x, y) = I(x, y) / I_{\max}$ ;  $I_{\max}$  — наибольшее значение РИ; так как  $0 \leq s(x, y) \leq 1$ , то всегда  $H \geq 0$ .

Предположим, что существуют вторые моменты РИ, нормированные к нулевому моменту, определенные относительно осей координат  $X, Y$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{2x} &= \iint_G x^2 I(x, y) dx dy / \iint_G I(x, y) dx dy; \\ \bar{M}_{2y} &= \iint_G y^2 I(x, y) dx dy / \iint_G I(x, y) dx dy. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Суммарный второй момент обозначим  $\bar{M} = \bar{M}_{2x} + \bar{M}_{2y}$ . В [4] показано, что среди всех возможных РИ, имеющих фиксиро-

ванный момент  $\bar{M}$ , логарифмический момент принимает наибольшее значение при гауссовой форме РИ, а именно

$$s_{\Gamma}(x, y) = \exp\left[-(x^2 + y^2)/\bar{M}\right], \quad (4)$$

при этом его наибольшее значение  $H_{\Gamma} = \pi\bar{M}$ .

Не ограничивая общности полученных выводов, рассмотрим в качестве области  $G$  круг радиусом  $L$ . Выражения (2), (3) в полярной системе координат запишем в виде

$$H = - \int_0^{2\pi} \int_0^L r s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \ln s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr; \quad (5)$$

$$\bar{M}_{2x} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^L r^3 s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \cos^2 \varphi dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^L r s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr d\varphi};$$

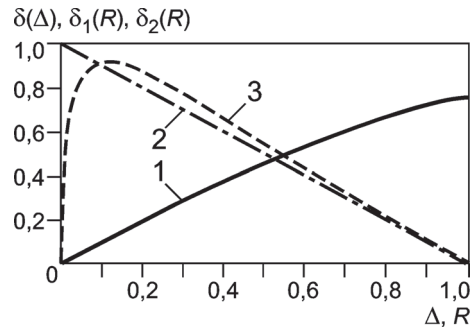
$$\bar{M}_{2y} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^L r^3 s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \sin^2 \varphi dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^L r s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr d\varphi},$$

а суммарный второй момент как

$$\bar{M} = \int_0^{2\pi} \int_0^L r^3 s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr d\varphi / \int_0^{2\pi} \int_0^L r s(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr d\varphi. \quad (6)$$

Пусть РИ на выходе лазера равномерное, т. е.  $s(x, y) = 1$ , тогда из (6) нетрудно показать, что  $\bar{M} = L^2/2 \Rightarrow H_{\Gamma} = \pi L^2/2$ . Из (5) следует, что для равномерного распределения  $H_p = 0$  — это минимально возможное значение логарифмического момента. Таким образом, равномерное РИ имеет наибольшее отклонение от  $H_{\Gamma}$ . Если в качестве меры отличия от РИ Гаусса рассматривать отношение  $\delta = H_p/H_{\Gamma}$ , то при  $\delta = 0$  отклонение будет наибольшим. Наименьшее отклонение ( $\delta = 1$ ) будет при гауссовой форме РИ (4). Следовательно, различным формам РИ будет соответствовать мера  $0 \leq \delta \leq 1$ , где крайним значениям будут соответствовать равномерное РИ и Гаусса и данная характеристика (гауссоподобие) может служить мерой близости измеренного РИ и Гаусса.

Равномерное РИ создается с помощью ГЭТ 187—2010 с применением фотометрического цилиндра с известными метрологическими характеристиками РИ на его выходе [5, 6]. Эталон в идеале должен воспроизводить РИ с наименьшим значением меры  $\delta = 0$ , но на практике равномерное распределение создается с заданной неопределенностью и получить нулевое значение логарифмического момента невоз-



Гауссоподобие распределений интенсивности:

1 — квазиравномерное  $\delta(\Delta)$ ; 2, 3 — ограниченное Гаусса  $\delta_1(R)$  и Коши  $\delta_2(R)$

можно. Рассмотрим случай квазиравномерного РИ, имеющего вид

$$s(r) = 1 - \Delta r^2/L^2, \quad (7)$$

где  $\Delta$  — неравномерность РИ на границе входной апертуры. Вычисления по формулам (5), (6) приводят к результату

$$H = \pi L^2 \left( (1 - \Delta)^2 \ln(1 - \Delta) - \Delta^2/2 + \Delta \right) / (2\Delta);$$

$$H_{\Gamma} = \pi \bar{M} = \pi L^2 (3 - 2\Delta) / (6 - 3\Delta).$$

В результате гауссоподобие квазиравномерного РИ в зависимости от неравномерности  $\Delta$  найдем как

$$\delta(\Delta) = [3(2 - \Delta)((1 - \Delta)^2 \ln(1 - \Delta) - \Delta^2/2 + \Delta)] / [6\Delta - 4\Delta^2]. \quad (8)$$

Данная зависимость представлена на рисунке. Значение меры отличия  $\delta$  примерно совпадает с неравномерностью  $\Delta$  на границе апертуры.

Рассмотрим распределение Гаусса, ограниченное нижним уровнем  $R$  измерения относительного РИ, достигаемым на окружности радиусом  $L$ . Такое РИ имеет вид

$$s(r) = R r^{2/L^2}, \quad 0 \leq R \leq 1.$$

В этом случае расчет по (5), (6) приводит к следующим результатам:

$$H = \pi L^2 (R - 1 - R \ln R) / \ln R;$$

$$H_{\Gamma} = \pi \bar{M} = \pi L^2 (R - 1 - R \ln R) / [(1 - R) \ln R].$$

Следовательно, гауссоподобие  $\delta_1 = H/H_{\Gamma}$  рассматриваемого РИ в зависимости от  $R$  линейно и  $\delta_1(R) = 1 - R$  (см. рисунок). В случае, когда  $R \rightarrow 0$  распределение в виде Гаусса основной долей интенсивности практически полностью укладывается на входной апертуре средства измерений и  $\delta_1 \rightarrow 1$ ,

если же  $R \rightarrow 1$ , то РИ на входной апертуре приближается к равномерному и  $\delta_1 \rightarrow 0$ .

Рассмотрим случай РИ со слабо спадающими «хвостами». Такие РИ, рассматриваемые на всей плоскости ХОУ, могут не иметь моментов, например распределение Коши

$$s(r) = [1 + br^2]^{-1}, 0 \leq r < \infty.$$

Реальное РИ измеряется в пределах входной апертуры конечных размеров и поэтому всегда имеет моменты. Следовательно, распределение Коши, имеющее нижний уровень  $R$  измерения относительного РИ, достигаемый на окружности радиусом  $L$ , можно записать в виде

$$s(r) = [1 + br^2]^{-1}, 0 \leq r < L,$$

где  $b = (1 - R)/(RL^2)$ .

Рассмотрим гауссоподобие ограниченного распределения Коши. Вычисления по формулам (5), (6) приводят к результату

$$H = \pi L^2 R \ln^2 R / [2(1 - R)];$$

$$H_f = \pi \bar{M} = \pi L^2 (R - 1 - R \ln R) / [(1 - R) \ln R].$$

Гауссоподобие такого РИ:

$$\delta_2(R) = H/H_f = R \ln^3 R / [2(R - 1 - R \ln R)].$$

Зависимость  $\delta_2(R)$  также представлена на рисунке. При  $R \rightarrow 1$  распределение приближается к равномерному и  $\delta_2 \rightarrow 0$ , а при  $R \rightarrow 0$  — распределение основной долей интенсивности укладывается на входной апертуре средства измерений. В этом случае также получим нулевое гауссоподобие. Существует значение  $R \approx 0,1$ , при котором гауссоподобие распределения Коши будет наибольшим  $\delta_2 \approx 0,9$ , откуда следует, если средство измерений РИ будет иметь значение нижней границы измерения относительного распределения интенсивности  $R \approx 0,1$ , то гауссоподобия  $\delta_1(R)$ ,  $\delta_2(R)$  ограниченных рас-

пределений Коши и Гаусса будут практически совпадать. Для устранения такого недостатка нижняя граница динамического диапазона средства измерений РИ должна быть  $R < 0,1$ .

Таким образом, на основе применения логарифмического момента установлена новая характеристика — гауссоподобие распределения интенсивности измеряемого лазерного пучка, которая, в отличие от коэффициента распространения пучка  $M^2$ , определяется более простым методом и характеризуется чувствительностью к различным формам РИ.

#### Л и т е р а т у р а

1. **ГОСТ Р ИСО 11146—2008.** Лазеры и лазерные установки (системы). Методы измерений ширин, углов расходимости и коэффициентов распространения лазерных пучков. Части 1—3.
2. **Ананьев Ю. А.** Оптические резонаторы и проблемы расходимости лазерного излучения. М., Наука, 1979.
3. **Ананьев Ю. А.** Еще раз о критериях «качества» лазерных пучков // Оптика и спектроскопия. 1999. Т. 86. № 3. С. 499—502.
4. **Райцин А. М.** Новая интегральная характеристика степени отличия пространственного распределения лазерного пучка от распределения Гаусса // Измерительная техника. 2011. № 2. С. 36—40.
5. **Абдрахманов К. Ш., Либерман А. А., Москалюк С. А., Улановский М. В.** Государственный первичный специальный эталон единиц энергии, распределения плотности энергии. Длительности импульса и длины волны лазерного излучения ГЭТ 187—2010 // Измерительная техника. 2013. № 12. С. 3—7.
6. **Абдрахманов К. Ш., Райцин А. М.** Диффузный формирователь равномерного распределения интенсивности в поперечном сечении пучка лазерного излучения // Измерительная техника. 2013. № 1. С. 33—38.

Дата принятия 25.02.2015 г.