

Метод логарифмической интерполяции в задачах валидации результатов бортовых и наземных измерений

Х. Г. АСАДОВ¹, Н. А. АБДУЛЛАЕВ², Ф. М. ВЕЛИЕВ¹

¹ Национальное аэрокосмическое агентство, Баку, Азербайджан, e-mail: asadzade@rambler.ru

² Научно-исследовательский институт Министерства обороны промышленности Азербайджана, Баку, Азербайджан

Приведен краткий обзор применения весовых функций при вычислении оценок для узловых точек эталонной сетки на базе данных случайно распределенных пунктов наземных измерений. Сформированы максимально возможные оценки для указанных точек с помощью логарифмической модификации функций Барнеса и Крессмана.

Ключевые слова: интерполяция, валидация, весовая функция, оптимизация.

A brief review of weight functions application during calculation of estimates for reference grids nodes based on data of randomly distributed points of ground measurements is presented. The problem of maximum estimates formation for these nodes by means of logarithmic modification of Barnes and Cressman functions at norming of these estimates with fixed integral value of used weight function is formulated and solved.

Key words: interpolation, validation, weight function, optimization.

Создание сетки опорных точек для наземных измерений подразумевает вычисление параметров поля $\psi(\mathbf{r})$ вектора $\mathbf{r}$ на регулярной сетке его позиций при произвольно выбранных результатах наблюдений [1]. Вектор $\mathbf{r}$ можно определять на горизонтальной плоскости 2D или в многомерных пространствах 3D и 4D.

Чем меньше количество имеющихся результатов наблюдений, тем сложнее создать сетку. Например, в океанографии проблемой оказывается не только нехватка наблюдений, но и их неомогенное распределение по полю и во времени [1]. Результаты наблюдений обычно содержат определенную погрешность, что еще более осложняет построение сетки. Кроме инструментальных погрешностей могут существовать и погрешности репрезентативности. Так, по суточным данным в принципе невозможно предсказать месячные тренды различных процессов.

Традиционно используют субъективные и объективные методы для составления сетки [1]. Методы, реализуемые вручную на базе собственного опыта и интуиции оператора, принципиально необъективны. В то же время объективные методы предполагают применение математических формул для вычислений значений в тех точках поля, где наблюдения не проводили, с использованием результатов измерений в других точках. Во многих объективных методах поле определяют как

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_{\text{ф}}(\mathbf{r}) + \sum_{j=1}^{N_d} \omega_j d_j,$$

где $\varphi_{\text{ф}}(\mathbf{r})$ — фоновое поле; ω_j — весовые функции; d_j — результаты наблюдений (измерений). Существуют разные способы составления сетки, в которых используются различные весовые функции ω_j . Например, в методе Крессмана весовые функции зависят только от расстояния r :

$$\bar{\omega}(r) = (R^2 - r^2) / (R^2 + r^2) \text{ при } r < R; \quad \bar{\omega}(r) = 0 \text{ при } r \geq R, \quad (1)$$

где R — радиус влияния, ограничивающий размеры поля, в котором проводятся наблюдения.

Весовые функции нормализуют так: $\omega_j = \bar{\omega}_j / \sum_j \bar{\omega}_j$.

В методе составления сетки Барнеса в качестве весовых применяют функции Гаусса [1]:

$$\bar{\omega}_d = \exp[-d^2 / (2R^2)].$$

Такие функции позволяют избежать искусственных разрывов, появляющихся при использовании функции (1).

Метод Крессмана может служить для интерполирования данных метеостанций в точки широтно-долготной сетки [2]. Его также можно использовать для коррекции результатов путем формирования взвешенной средней оценки наблюдаемых приращений относительно точек сетки в пределах радиуса влияния R . При этом, если в зоне его действия число станций меньше трех, то корректирующий сигнал не вычисляется [3]. Весовые функции Крессмана обладают фильтрующими свойствами, близкими к действию низкочастотных усеченных фильтров [4].

Применение методов Крессмана и Барнеса в целях валидации бортовых измерений рассмотрено в [5]. Для создания опорной сетки отсчетных значений на базе неомогенно распределенных измерительных станций предлагается использовать специальные весовые функции. Ставится следующая задача: на базе данных, полученных от неомогенно расположенных наземных станций $\{S_i\}$, $i = \overline{1, n}$ сформировать оценки для узловых точек создаваемой эталонной сетки. Общим решением этой задачи является вычисление средневзвешенного значения S_E данных S_i по формуле

$$S_E = \frac{\sum_{i=1}^n W(r_{i,E}) S_i}{\sum_{i=1}^n W(r_{i,E})}, \quad (2)$$

где $W(r_{i,E})$ — весовые функции станций S_i , находящихся в пределах радиуса влияния R .

Вместе с тем, средняя взвешенность оценок (2) для указанных весовых функций автоматически приводит к следующим суждениям: близкие станции должны иметь большую весовую функцию и наоборот; невозможно получить оптимальную оценку для узловой точки исходя из имеющегося набора случайно распределенных измерителей; усреднение происходит по абсолютным значениям весовых функций хотя в случае неомогенного поля такой подход может вызвать некоторые неудобства.

Чтобы учесть эти положения в новом подходе к задаче формирования средневзвешенных оценок для узловых точек эталонной сетки предлагается в числителе выражения (2) использовать логарифмические значения весовых функций и ограничить их сумму с целью ослабления влияния на формируемую оценку. При этом средневзвешенная оценка должна обеспечить формирование наивысших оценок при надлежащем выборе функции $r_E = f(S)$. Введение функции означает, что для выбранной узловой точки создаваемой сетки произвольный выбор измерительных станций исключается.

Рассмотрим новый порядок формирования оценок для узловых точек сетки. При применении весовой функции Барнеса оценки вычисляются по формуле

$$S_E = \frac{\int_0^{S_m} S \log_2 \left\{ \exp \left[-4 \left(\frac{r_E}{R} \right)^2 \right] \right\} dS}{\int_0^{S_m} \exp \left[-4 \left(\frac{r_E}{R} \right)^2 \right] dS}, \quad (3)$$

причем если интеграл в знаменателе формулы (3) равен некоторой постоянной, то получаем $r_E = f(S)$.

С учетом (3) можно сформировать следующую задачу безусловной оптимизации:

$$S_E = \frac{\int_0^{S_m} S \log_2 \left\{ \exp \left[-4 \left(\frac{r_E}{R} \right)^2 \right] \right\} dS + \lambda \int_0^{S_m} \exp \left[-4 \left(\frac{r_E}{R} \right)^2 \right] dS}{\int_0^{S_m} \exp \left[-4 \left(\frac{r_E}{R} \right)^2 \right] dS}, \quad (4)$$

где λ — множитель Лагранжа.

Для нахождения оптимальной функции $r_E = f(S)$ воспользуемся методом Лагранжа, согласно которому она должна удовлетворять условию

$$d \left\{ \left[S \log_2 \left[\exp \left(-4 \frac{f(S)^2}{R^2} \right) \right] \right] + \lambda \exp \left(-4 \frac{f(S)^2}{R^2} \right) \right\} / df(S) = 0.$$

Решение задачи по методу Лагранжа имеет вид

$$r_E = f(S)_{\text{опт}} = 0,5R \ln [S_m / (2SC)]. \quad (5)$$

Таким образом, при выборе функции $r_E = f(S)$ в виде (4) оценка S_E , вычисляемая по (3), достигает максимума.

При применении весовой функции Крессмана функционал (4) выражается как

$$S_E = \int_0^{S_m} S \log_2 \frac{R^2 - f(S)^2}{R^2 + f(S)^2} dS + \lambda \int_0^{S_m} \frac{R^2 - f(S)^2}{R^2 + f(S)^2} dS. \quad (6)$$

Если второй интеграл в (6) равен постоянной C , то решением задачи (6) по методу Лагранжа будет

$$r_E = f(S) = R \sqrt{(S_m - CS) / (S_m + CS)}. \quad (7)$$

Следовательно, при выборе функции (7) функционал (6) принимает максимальное значение.

Таким образом, показана возможность решения задачи формирования максимально допустимых оценок для узловых точек эталонной сетки с применением логарифмических весовых функций Барнеса и Крессмана при нормировании этих оценок произвольной постоянной величиной, являющейся одновременно интегральной для используемой весовой функции.

Литература

1. **Barth A., Azcarate A. A., Joassin P., Beckers J.-M., Troupin Ch.** Introduction to optimal interpolation on variational analysis // GeoHydrodynamics and Environment Research. Nov. 26, 2008. [Электрон. ресурс]. http://modb.oce.ulg.ac.be/wiki/upload/diva_intro_slides_easy_printer.pdf (дата обращения 05.12.2014 г.)
2. **Statistical** Techniques in the Data Library: A Tutorial. Interpolation Techniques, 01.01.2006. [Электрон. ресурс]. <http://iridi/ideo.columbia.edu/dochelp/StatTutorial/Interpolation> (дата обращения 05.12.2014 г.)
3. **Jiang J., Tambke J., Wolff M.** Cressman correction of NNP for further improvements of wind power forecasts / Europ. Wind Energy Conf. and Exhibition (EWEC), 2009. [Электрон. ресурс]. http://proceedings.ewea.org/ewec2009/allfiles/553_EWEC2009presentation.pdf. (дата обращения 05.12.2014 г.)
4. **Stephess J. J.** Filtering responses of selected distance-dependent weight functions. January 1967. [Электрон. ресурс]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.395.1328&rep=rep1&type=pdf> (дата обращения 05.12.2014 г.)
5. **Sonmez I., Komuscu A. U., Oztopal A.** Satellite precipitation validation methodology with ground truth observation over Turkey. [Электрон. ресурс]. <http://www.isac.cnz/it/~ipwg/meetings/hamburg-2010/training/Sonmes.pdf> (дата обращения 05.12.14 г.)

Дата принятия 17.12.2014 г.