

Модель безгироскопной интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы

А. С. ДЕВЯТИСИЛЬНЫЙ^{1, 2}, К. А. ЧИСЛОВ¹

¹ Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия, e-mail: kirillche@rambler.ru

² Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия, e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

Предложено устройство оценки вектора угловой скорости вращения подвижного объекта в составе безгироскопной инерциальной навигационной системы и системы приёма данных с навигационных спутников. Для интегрирования систем применена мультимодельная искусственная нейронная сеть с безъядерным механизмом настройки синаптических коэффициентов. Представлены результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: угловая скорость, инерциально-спутниковая навигационная система, ньютонометр, нейронная сеть, синаптический коэффициент.

In the paper an onboard system for evaluating the angular velocity vector of moving object is proposed. It consists of inertial navigation system without gyroscopes and system of data receiving from navigation satellite system. For the integration of these systems is suggested the multimodel neural network with nucleus-free mechanism of synaptic coefficients adjustment. The results of a computational experiment are presented.

Key words: angular velocity, inertial navigation system, gyroscope, accelerometer, navigation satellite system, neural network, synaptic coefficient.

В [1] рассмотрена интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система с функцией оценки напряжённости гравитационного поля, в которой инерциальная навигационная система (ИНС) представлена двумя трёхкомпонентными блоками ньютонометров (акселерометров) и гироскопических датчиков угловых скоростей с осями чувствительности, совпадающими с осями ортогональной приборной системы отсчёта. Навигационная спутниковая система (НСС) — однопозиционный приёмник, размещённый в начале приборной системы отсчёта и доставляющий полную (три координаты) позиционную информацию о своём местоположении в системе отсчёта, жёстко связанной с Землёй. Также в [1] указано, что ориентация приборного координатного трёхгранника (ПТ) может быть определена независимо, например астросистемой.

В данной работе предложена и исследована модель интегрированной системы, включающей безгироскопную ИНС и устройство бортового многопозиционного приёма информации НСС. С помощью разработанной системы можно не только узнать ориентацию приборного трёхгранника, но и восполнить отсутствие гироскопических приборов для оценки вектора угловой скорости вращения трёхгранника, т. е. определить в итоге все 12 параметров движения объекта как твёрдого тела.

Основные модельные представления. Введём правые прямоугольные системы отсчёта: $O\eta = O\eta_1\eta_2\eta_3$ — инерциальную с началом в центре O Земли и осями, направленными на удалённые звёзды; $O\xi = O\xi_1\xi_2\xi_3$ — жёстко связанную с Землёй; $\tilde{O}q = \tilde{O}q_1q_2q_3$ — бортовую, оси которой совпадают с осями чувствительности линейных ньютонометров, размещённых в точке $\tilde{O}$ и с движением которой отождествляется тра-

екторное (поступательное) движение ПТ. Компоненты векторов в $O\eta$ и $O\xi$ связаны линейным преобразованием $\xi = A^{\xi\eta}\eta$ с матрицей $A^{\xi\eta}$ размерностью 3×3 и соответственно $q = A^{q\eta}\eta$, $q = A^{q\xi}\xi$. Поэтому $A^{q\eta} = A^{q\xi}A^{\xi\eta}$.

Рассмотрим кратко возможности бортового многопозиционного приёма информации НСС. Пусть такой приём осуществляется в точках a, b, c, d , жёстко привязанных к $\tilde{O}q$, так

что точки a и $\tilde{O}$ совпадают, а точки b, c, d соответственно размещены на осях $\tilde{O}q_1, \tilde{O}q_2, \tilde{O}q_3$ с равным удалением каж-

дой на расстояние l от точки $\tilde{O}$ в положительных направлениях. Бортовые приёмные устройства НСС выдают информацию о векторах ξ_i , $i = a, b, c, d$, которую можно использовать для построения матриц $A^{q\xi}, A^{q\eta}$.

Для оценки вектора абсолютной угловой скорости $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ вращения $\tilde{O}q$, а также для сглаживания отрицательных последствий ограничений на точность и частоту измерений, характерных для НСС, обратимся к информации о движении ПТ, доставляемой трёхкомпонентным блоком ньютонометров, измеряющим вектор кажущегося ускорения, или, по существу, вектор удельных сил негравитационной природы. Таким образом, рассмотрим складывающуюся информационную ситуацию с позиций метода инерциальной навигации. Предположим, что ориентация ПТ $\tilde{O}q$ определена, тогда из двух групп базовых уравнений метода (динамической и кинематической [2]), составляющих суть математической модели ИНС, можно оставить только первую — дифференциальные уравнения движения материальной точки, с которой совмещена точка $\tilde{O}$. Дополнив их урав-

нениями идеальных измерений места положения точки $\tilde{O}$, образуем объединённую систему уравнений в качестве идеализированной математической модели ИС и представим задачу наблюдения движения в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_i &= -e_{ikj}\omega_k q_j + p_i, \quad q_i(0) = q_{i,0}; \\ \dot{p}_i &= -e_{ikj}\omega_k p_j + G_i(\mathbf{q}) + F_i, \quad p_i(0) = p_{i,0}; \\ z_i &= q_i, \quad i, j, k = \overline{1,3}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где e_{ikj} — псевдотензор Леви—Чивита; $\mathbf{q} = (q_i)$, $\mathbf{p} = (p_i)$, $\mathbf{z} = (z_i)$ — векторы соответственно координат, удельных импульсов и измерений; $\mathbf{F} = (F_i)$, $\mathbf{G} = (G_i(\mathbf{q}))$ — соответственно вектор удельных сил негравитационной природы (измеряемых ньютонометрами) и напряжённость гравитационного поля (с известной моделью). Целью решения поставленной задачи является оценка вектора $(\mathbf{q}^T, \mathbf{p}^T, \boldsymbol{\omega}^T)^T$ в реальных условиях присутствия погрешностей измерений.

В соответствии с методом инерциальной навигации [3], перейдём к модели задачи коррекции, указав некоторые приближения искомых параметров, и к линейной задаче оценки их вариаций. Тогда, учитывая (1), получаем модель:

$$\left. \begin{aligned} \delta \dot{q}_i &= -e_{ikj}\omega_k \delta q_j + \delta p_i + e_{ikj}q_k \delta \omega_j, \quad \delta q_i(0) = \delta q_{i,0}; \\ \delta \dot{p}_i &= -e_{ikj}\omega_k \delta p_j + e_{ikj}p_k \delta \omega_j + \Gamma_{ij}\varepsilon_j + f_i, \quad \delta p_i(0) = \delta p_{i,0}; \\ \delta \dot{\omega}_i &= \chi_i(t), \quad \delta \omega_i(0) = \delta \omega_{i,0}; \\ \delta z_i &= \delta q_i + \varepsilon_i, \quad i, j, k = \overline{1,3}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\Gamma = (\Gamma_{ij}) = (\partial G_i / \partial q_j)$ — гессиан силовой функции гравитационного поля; $\mathbf{f} = (f_i)$, $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_i)$ — векторы соответственно инструментальных погрешностей ньютонометров и погрешностей оценок координат места ПТ по данным НСС; $\boldsymbol{\chi}(t) = (\chi_i(t))$ — скорость изменения вектора $\delta \boldsymbol{\omega} = (\delta \omega_i)$; также предполагаем, что при реализации модели гравитационного поля выполнено замещение $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ на $\mathbf{G}(\mathbf{z})$.

Для удобства рассуждений представим систему (2) в общем виде

$$\left. \begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{C} \delta \mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0; \\ \delta \mathbf{z} &= \mathbf{H} \delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\delta \mathbf{x} = (\delta \mathbf{q}^T, \delta \mathbf{p}^T, \delta \boldsymbol{\omega}^T)^T$ — вектор, подлежащий определению для прибавления его к вектору приближённых значений соответствующих навигационных параметров $(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\omega})$ с целью получения текущих значений последних; $\mathbf{C}, \mathbf{H}$ — матрицы соответствующих коэффициентов при компонентах вектора $\delta \mathbf{x}$; $\mathbf{w} = \mathbf{q}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\varepsilon})$ — вектор немоделируемых компонентов системы (1), имеющих случайный характер и неизвестную статистику.

Для решения задач типа (3) (по сути обратных задач) необходимо, чтобы пара матриц $(\mathbf{C}, \mathbf{H})$ или $(\Phi, \mathbf{H})$ была наблюдаема [4], здесь Φ — переходная матрица состояния системы линейных уравнений эволюции вектора $\delta \mathbf{x}$ и, что существенно, ядро интегрального преобразования в известной формуле Коши для решения этой системы уравнений.

Модели алгоритма динамического обращения. Концепция квазистатического алгоритма решения задачи (2) состоит в формировании системы линейных алгебраических уравнений для точечной оценки вектора $\mathbf{x}$ в заданный момент времени t^* на некотором скользящем интервале времени и

матрицы $\mathbf{N}$ связи «состояние — измерение», образуемой из блоков $\mathbf{H}(t_i) \Phi(t_i, t^*)$, $i = \overline{1, M}$. В этом случае матрица $\mathbf{N}$ вполне заменяет калмановскую матрицу наблюдаемости [4], а её вычисленное спектральное число обусловленности μ может служить конструктивной оценкой разрешимости обратной задачи (3). В настоящей статье именно в таком ограниченном аспекте рассмотрен этот алгоритм [5].

Переходя непосредственно к алгоритму динамического обращения, остановимся на его нейросетевой концепции, приняв за основу линейный динамический алгоритм (комментарий модели (3)) следующего вида [1]:

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^* = \tilde{\mathbf{C}} \delta \mathbf{x}^* + \mathbf{K} \delta \mathbf{z}, \quad \delta \mathbf{x}^*(0) = \delta \mathbf{x}_0^*, \quad (4)$$

где $\delta \mathbf{x}^*$ — текущая оценка вектора $\delta \mathbf{x}$; $\mathbf{K}$ — матрица синаптических коэффициентов, настраиваемых так, чтобы достигался минимум квадратичного критерия $J = \|\mathbf{z} - \mathbf{H} \mathbf{x}^*\|^2$; $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C} - \mathbf{K} \mathbf{H}$.

Одновременно с настройкой синаптических коэффициентов при обработке информации, доставляемой вектором

$\delta \mathbf{z}$, происходит и изменение матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$ или ядра $\tilde{\Phi}$ соответствующего интегрального преобразования, если представить решение системы уравнений (4) в форме Коши. Подобный процесс изменения функциональных (не путать с клеточными [6]) ядер популяций биологических нейронов, отождествляемый с обучением, происходит и при усвоении внешней информации «живыми» (биологическими) системами.

Настройка матрицы $\mathbf{K}$ связана с решением нескольких, близких по форме и содержанию экстремальных задач. Решение первой — $\mathbf{K} = \arg \min_{\Omega_K} J$ (Ω_K — область значений $\mathbf{K}$)

предполагает простейший механизм направленного (вследствие обращения к значениям J) перебора значений всех элементов матрицы $\mathbf{K}$. При этом скорость сходимости к наилучшему решению существенно зависит от выбора начального значения $\mathbf{K}$ и насколько успешно реализуется свойство асимптотической устойчивости решения системы (4).

Вторая экстремальная задача — $\mathbf{K} = \mathbf{D} \mathbf{H}^T (\mathbf{R}^*)^{-1}$, $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{C} \mathbf{D} + \mathbf{D} \mathbf{C}^T - \mathbf{D} \mathbf{H}^T (\mathbf{R}^*)^{-1} \mathbf{H} \mathbf{D} + \mathbf{Q}^*$, $\mathbf{D}(0) = \mathbf{D}_0$, $(\mathbf{Q}^*, \mathbf{R}^*) = \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} J$, где $\mathbf{D}_0$, $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ — положительно определённые матрицы. Обращение к этой задаче гарантирует асимптотическую устойчивость алгоритма (4) и при надлежащем выборе матриц $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ позволяет существенно сократить число настраиваемых параметров [1]. Заметим, что механизм настройки матрицы $\mathbf{K}$ включает матрицу $\mathbf{C}$, т. е. в неявном виде априорную информацию о характере эволюции вектора $\delta \mathbf{x}$ или о ядре Φ , и, следовательно, данный механизм можно назвать ядерным в отличие от безъядерного предыдущего. Обратившись к сообщениям биологических нейронов, можно предположить, что подобный механизм отклика на внешнюю по отношению к этому сообществу информацию существует и у них (высоко развитых организмов с высокоорганизованной центральной нервной системой).

Третья экстремальная задача, численная верификация которой будет предложена в следующем разделе при решении задачи аналитического конструирования интегрированной информационно-навигационной системы, имеет вид

$$\mathbf{K} = \mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}, \quad \dot{\mathbf{D}} = -\mathbf{D}\mathbf{H}^T(\mathbf{R}^*)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Q}^*, \quad \mathbf{D}(0) = \mathbf{D}_0, \quad (\mathbf{Q}^*\mathbf{R}^*) =$$

$$= \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} J \text{ и включает, очевидно, безъядерный (т. е. с дру-}$$

гим ядром $\Phi = \mathbf{E}$, где $\mathbf{E}$ — единичная матрица) механизм настройки синаптических коэффициентов. Пробразом этого механизма является более высокий уровень самоорганизации биологических нейронов по сравнению с первым случаем, но уступающий второму.

Если выбрать матрицы $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \sigma_3^2, \sigma_3^2)$

и $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_4^2, \sigma_4^2, \sigma_4^2)$, то рассматриваемая далее экстремальная задача (третья) будет решаться в пространстве только четырёх параметров ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$) при 27 синаптических коэффициентах. Как и в [1], для решения реализуется мультисистема из $3^4=81$ параллельных вычислительных систем. Подобная мультисистемная (по сути, с резервированием функций) организация может встречаться и у популяций биологических нейронов, что повышает их функциональную надёжность. Работа каждой из 81 систем — алгоритмов динамического обращения — выполняется при одинаковых на шаге решения стартовых условиях, но при разных значениях параметров $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$. Лучшей (победителем) признаётся система с наименьшим J , а значения её переменных $\mathbf{x}^*, \mathbf{D}$ принимают в качестве стартовых на следующем шаге решения для всех систем мультисистемы. Следующий набор параметров $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ формируется около значений параметров лучшей системы. Например, если $\tilde{\sigma}_1$ — значение параметра σ_1 системы-победителя, то новый набор значений параметра такой: $\{\tilde{\sigma}_1(1-\alpha), \tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_1(1+\alpha)\}$, $0 < \alpha < 1$. Аналогично выбираются новые значения параметров $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$.

Вычислительный эксперимент. Численную верификацию модельных представлений выполняли на двух траекториях: при движении объекта с постоянной относительно Земли линейной скоростью $v=100$ м/с вдоль меридиана и по параллели на широте 45° . В обоих случаях в качестве приближённого значения вектора $\boldsymbol{\omega}$ рассматривали вектор абсолютной угловой скорости вращения географически ориентированного (с осями, направленными на Восток, Север и по радиусу-вектору места объекта) подвижного ортогонального координатного трёхгранника, а в качестве оцениваемых компонентов вектора $\delta\boldsymbol{\omega}$ взяли синусоиды одной частоты, но с разными амплитудами и фазами. Прежде всего была оценена разрешимость задачи (2), (3) — возможность её численного обращения — на вычислительных средствах с относительной погрешностью $\varepsilon_1 = 2,2 \cdot 10^{-16}$.

На рис. 1 представлены графики эволюции (по мере накопления результатов измерений) чисел обусловленности $\mu(\mathbf{N}), \mu(\mathbf{N}_N)$ соответственно для матрицы $\mathbf{N}$ размером $m \times n$ и

нормированной матрицы $\mathbf{N}_N = \mathbf{N} \text{diag}(\|\mathbf{N}_1\|^{-1}, \|\mathbf{N}_2\|^{-1}, \dots, \|\mathbf{N}_n\|^{-1})$,

где $\|\mathbf{N}_i\|$ — евклидова норма i -го вектора столбца матрицы $\mathbf{N}$. Здесь же представлен график значений числа μ^* , рассчитанный по формуле $\mu^* = [\varepsilon_1(\sqrt{n}(2n-3)(4m+27)+4m+30)]^{-1}$ [5].

Из рис. 1 следует, что $\mu_N < \mu^*$, $\mu_{N_N} < \mu^*$, т. е. условия разрешимости задачи (2), (3) в выбранной вычислительной среде выполняются.

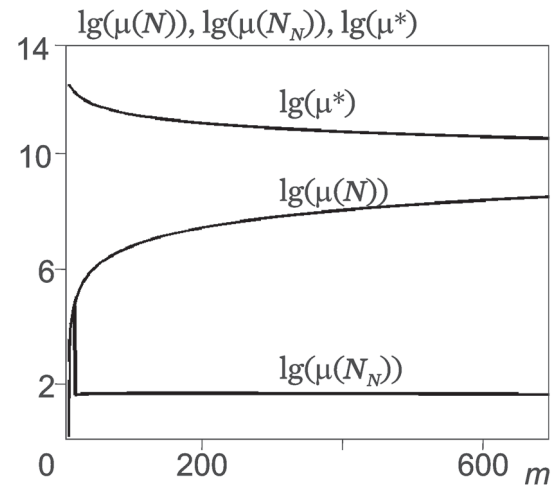


Рис. 1. Графики эволюции чисел обусловленности $\mu(\mathbf{N}), \mu(\mathbf{N}_N)$ и значений числа μ^*

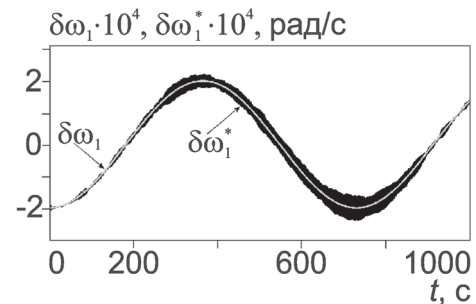


Рис. 2. Пример численного оценивания $\delta\omega_1^*$ значения компонента $\delta\omega_1$ вектора $\delta\boldsymbol{\omega}$

На рис. 2 приведён пример численного оценивания значения одного из компонентов ($\delta\omega_1$) вектора $\delta\boldsymbol{\omega}$. Эксперимент проводили при средних квадратических значениях погрешностей ньютонометров $\sigma_f = 10^{-3}$ м/с² и оценок места положения объекта системой ГЛОНАСС $\sigma_\varepsilon = 1$ м. Оба графика — значений $\delta\omega_1(t)$ и её оценки $\delta\omega_1^*(t)$ — мало отличаются, что свидетельствует об эффективности предложенного метода формирования интегрированной системы. Также можно сделать вывод и об эффективности по быстродействию нейросетевого алгоритма с безъядерным механизмом настройки синаптических коэффициентов, так как достаточно высок показатель быстродействия: $\tau = T_p/T_m > 12$ (T_m — время численного моделирования, T_p — длительность оценивания реального процесса).

Для полноты представлений о работе предложенной нейросети на рис. 3, а, б приведены соответственно графики эволюции критерия J и одного из параметров настройки σ_1 .

Вывод. Результаты выполненного исследования достаточно просто можно интерпретировать в рамках концепции бортового расширения потребительских функций навигационной спутниковой системы.

Работа частично выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований «Дальний Восток» (проект 15-I-4-006 о).

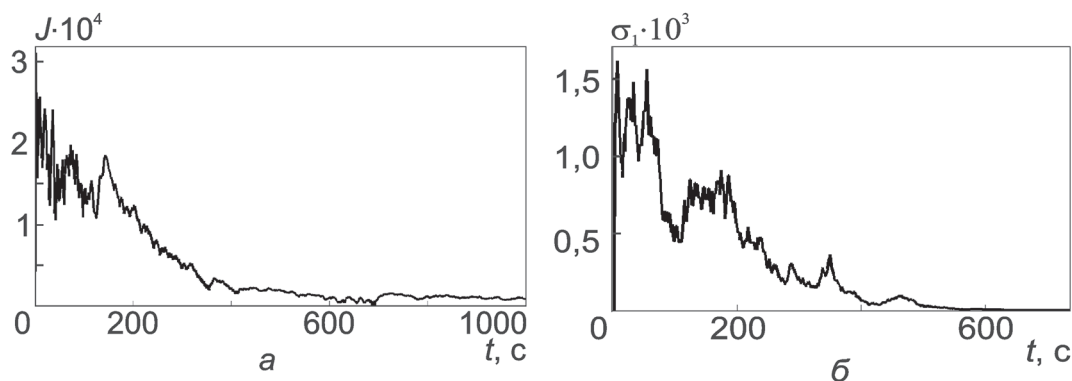


Рис. 3. Графики эволюции критерия $J(a)$ и параметра настройки $\sigma_1(b)$

Литература

1. Девятисильный А. С., Числов К. А. Нейроподобная инерциально-спутниковая векторная гравиметрическая система // Измерительная техника. 2013. № 10. С. 3—8.
2. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966.
3. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967.

4. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем / Пер. с англ., под ред. Э. З. Цыпкина. М.: Мир, 1971.

5. Девятисильный А. С., Числов К. А. Интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система, корректируемая по наблюдениям одной звезды // Измерительная техника. 2013. № 4. С. 3—5.

6. Лескова Н. Л. В стране лилипутов // В мире науки. 2014. № 6. С. 48—53.

Дата принятия 16.01.2015 г.

519.24

Выбор оптимального количества интервалов дискретизации области значений двумерной случайной величины

А. В. ЛАПКО^{1, 2}, В. А. ЛАПКО^{1, 2}

¹ Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

² Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М.Ф. Решетнева, Красноярск, Россия, e-mail: lapko@icm.krasn.ru

Исследованы асимптотические свойства непараметрической оценки двумерной плотности вероятности, синтез которой предполагает декомпозицию статистических данных. Определена зависимость количества двумерных интервалов дискретизации от объема исходной информации.

Ключевые слова: плотность вероятности, непараметрическая оценка, аппроксимационные свойства, количество интервалов дискретизации, критерий Пирсона.

The asymptotic properties of nonparametric estimation of two-dimensional probability density have been studied. The synthesis of this estimation presupposes decomposition of statistical data. The dependence is determined of the number of two-dimensional sampling intervals on the volume of the original data.

Key words: probability density, nonparametric estimation, approximation properties, number of sampling intervals, Pearson criterion.

Выбор количества интервалов дискретизации области значений случайных величин очень важен в задачах определения плотности вероятности, её доверительного оценивания и проверке статистических гипотез с использованием критерия Пирсона. Для этого разработаны традиционные

методы, характеризующиеся широким разбросом числа одномерных интервалов дискретизации [1—4]. В [5] при анализе аппроксимационных свойств непараметрической оценки плотности вероятности ядерного типа, восстанавливаемой по статистическим данным объема n , получена процедура