

Шкала космологических расстояний. Ч. 4. Калибровка по сверхновым типа SN Ia

С. Ф. ЛЕВИН

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия
e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

Рассмотрена измерительная задача калибровки шкалы космологических расстояний на основе красного смещения по стандарту абсолютной звездной величины сверхновых типа SN Ia в максимуме блеска.

Ключевые слова: шкала космологических расстояний, интерполяционная модель с параметром формы, стандарт абсолютной звездной величины сверхновых типа SN Ia.

The measuring problem of cosmological distances scale calibration on the red shift basis by the magnitude standard of supernovae SN Ia is considered.

Key words: cosmological distances scale, interpolation model with form parameter, magnitude standard of supernovae type SN Ia.

В космологии используют ряд измерительных шкал расстояний — абберационного, сопутствующего, фотометрического, а также углового диаметра. С помощью шкалы фотометрических расстояний D_L по стандарту абсолютной звездной величины $M_{st\ SN\ Ia}$ сверхновых типа SN Ia получен фундаментальный результат: расширение Вселенной происходит с ускорением.

Шкала фотометрических расстояний основана на том, что в двойной звездной системе белый карлик, достигая по массе предела Чандрасекара [1] вследствие аккреции вещества спутника или слияния, становится сверхновой звездой с почти постоянной в максимуме светимости абсолютной звездной величиной. Поэтому значимость калибровки по реперам такого рода шкал космологических расстояний на основе красного смещения, присущего почти всем внегалактическим объектам, очевидна.

Шкалы этого типа калибруют методом совместных измерений. В рассматриваемом случае это требует уточнения модулей фотометрического расстояния для сверхновых типа SN Ia по шаблонам кривых блеска введением поправок в данные о наблюдаемых звездных величинах на максимуме светимости m^{peak} и подгонкой свободных параметров модели к полученным таким методом реперам:

$$\mu_0 = m^{peak} - M_{st\ SN\ Ia} = 5 \lg D_L + 25.$$

За последние десятилетия точность астрофизических измерений возросла на порядки, однако многие проблемы статистической идентификации космологических моделей остаются нерешенными со времен Э. Хаббла. В этом отношении показательна параметрическая идентификация в рамках модели Фридмана—Робертсона—Уокера шкалы D_Z (c , H_0 , Ω_M , Ω_Λ ; z) как функции красного смещения z с параметрами c (скорость света) и H_0 (постоянная Хаббла), а также свободными параметрами Ω_M (плотность масс) и Ω_Λ (плотность энергии вакуума). По ее результатам группами исследователей High-Z SN Search Team (HZST) [2] и Supernovae Cosmology Project (SCP) [3] был сделан вывод о

начале ускоренного расширения Вселенной около $6 \cdot 10^9$ лет назад. Остались без ответа вопросы о соблюдении условий применимости статистических методов и смысле результатов, полученных в рамках теории статистической обработки данных измерений на основе нормального распределения путем лучшей подгонки критерия χ^2 на основе матрицы Фишера, средних квадратических отклонений (СКО) средних арифметических и средневзвешенных по дисперсиям. Есть вопросы о состоятельности статистических критериев при нарушении предпосылок нормальности и связи модулей расстояния SN Ia с радиусом Хаббла $R_0 = c/H_0$.

К сожалению, не все космологи в курсе, что статистический метод Фишера по спецификации параметрических моделей критериями Стюдента и Фишера для гипотезы нормальности ведет к парадоксу Эльясберга—Хампеля, что в нем нет ни слова о зависимости и катастрофической неробастности F -критерия (Фишера) [4, 5]. Также ни слова о том, что различные критерии согласия оценивают разные и часто несущественные аспекты подгонки, и что при больших выборках все уровневые критерии превышают уровень значимости. Не сказано там и о том, что статистически плавную нулевую гипотезу доказать нельзя, ее можно только опровергнуть при большом объеме выборки.

И даже «следуя Р. Фишеру [6], с известной осторожностью можно сказать, что информационная матрица описывает среднее количество информации о параметрах закона распределения, содержащееся в случайной выборке» [7]. На практике же закон распределения отклонений данных измерений от интерпретирующей космологической модели, как правило, так и остается неизвестным. На этом фоне схемы типа перекрестного экзамена и перекрестной проверки выглядят революционными, тогда как от них до схемы перекрестного наблюдения погрешности неадекватности всего шаг.

Полученные в [2, 3] результаты имеют ряд особенностей. Во-первых, свободные параметры Ω_M , Ω_Λ связывают с темной материей и темной Λ -энергией, природа которых неизвестна.

Во-вторых, стандартизованные данные о SN Ia в фильтре B представлены как $m_B^{peak}(z) = 26,626z^{0,147} \pm 0,142$, а для нормальных SN Ia принято $M_{st\ SN\ Ia} = -19,5^m$ [8]. В то же время для SN Ia в скоплении Virgo Cluster $M_{st\ SN\ Ia} = (-19,6 \pm 0,4)^m$ [9], а в обзоре [10] при $H_0 = 65 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ принято $M_{st\ SN\ Ia} = -19,46^m$. Общей для [2, 3] оказалась сверхновая SN 1992bs при $z = 0,063$ и $\mu_0 = 37,61^m$. Для нее из обзора Calan/Tololo указано отклонение от стандарта $\Delta = 0,00$ и максимум наблюдаемой звездной величины $m_B^{peak} = 18,24^m$.

Отсюда $M_{st\ SN\ Ia} = 18,24^m - 37,61^m = -19,37^m$, тогда $D_L = 10^{-5+0,2 \cdot 37,61} = 332,66 \text{ Мпк}$, а для оценки $H_0 = 63 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ закон Хаббла дает $D_Z = 299,79 \text{ Мпк}$. Если результаты [2] к расстоянию не привязаны, то в [3] вспышка SN 1997G при

$m_B^{peak} = 24,49^m$ и $z = 0,763$ датирована как произошедшая примерно $6 \cdot 10^9$ лет назад, чему соответствует расстояние $D_L \approx 1842 \text{ Мпк}$, но тогда $M_{st\ SN\ Ia} = 24,49 - 25 - 5 \lg 1842 = -16,84^m$, хотя отклонения от $M_{st\ SN\ Ia}$ в [3] достигают $\Delta = (-0,7...+1,3)^m$. В [2] также упомянуто $M_{st\ SN\ Ia} \approx -19,5^m$ в фильтре B , а кривые блеска приведены для $M_{st\ SN\ Ia} \approx -19,3^m$. Примечательно, что выборка ограничена модулем расстояния $\mu_0 = 44,30$ при $z = 0,97$ или $D_L = 23,602 \text{ млрд. световых лет}$, что превышает принятый в [2] возраст Вселенной $(14,2 \pm 1,7) \cdot 10^9$ лет. Каким же тогда должно быть D_L для объектов при $1 < z < 10$?

В-третьих, в [2, 3] отсутствуют указания на то, что сформированные выборки данных о сверхновых типа SN Ia были проверены на статистическую однородность, а используемые интерпретирующие модели — на непрерывность, не говоря уже о проверке на нормальность, стохастическую компактность и корректность параметризации.

Б. Шмидт, вспоминая события 1996 г., в своей нобелевской лекции отметил, что «имелись некоторые проблемы, связанные со статистикой, которые необходимо было решать» и группы HZST и SCP были «озадачены этими статистическими проблемами — не то, чтобы они были неизвестны науке, а просто мы были новичками в этой области. Вот мы и думали, как найти решение. Адам Рисс, который в своей диссертации подробно занимался статистическими методами, после обсуждения этих вопросов с Биллом Прессом предложил обратить критерий χ^2 в вероятность...» [11]. Однако это была вероятность с весовыми коэффициентами по дисперсиям компонентов, т. е. функция правдоподобия для так называемых неравноточных измерений, а уже известные на тот момент проблемы статистики χ^2 и гипотезы нормальности остались неотмеченными. В данном случае казус неидентичности по параметрам сомножителей функции правдоподобия соответствует смеси распределений данных неравноточных измерений, для которых дисперсия среднего взвешенного меньше дисперсии любого из сомножителей. Эта иллюзия высокой точности объединенного результата порождает вопрос об оценке σ : это СКО, СКО среднего арифметического или средневзвешенного по дисперсиям?

В-четвертых, погрешности неадекватности шкалы космологических расстояний в рамках модели Фридмана—Робертсона—Уокера [2, 3] не оценивали и с результатами калибровки по тем же данным для альтернативных моделей не сравнивали, что представляло бы не меньший интерес, чем только оценки параметров Ω_M, Ω_Λ модели этой шкалы.

Цель статьи — решение по данным [2, 3] измерительной задачи калибровки шкалы расстояний для модифицированной интерполяционной модели красного смещения с параметром формы k , обеспечивающим сходимость к эмпирическому закону Хаббла при $z \ll 1$ [12]:

$$z_k = (D_L/R_0) (1 - kD_L/R_0)^{-1/k}. \quad (1)$$

Калибровка шкалы космологических расстояний. В работе [2] для подгонки шкалы $D_Z(c, H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda; z)$ под модули расстояния была взята статистика χ^2 в виде

$$\chi^2 = \sum_i \left\{ \left(\sigma_{\mu_{0i}}^2 + \sigma_v^2 \right)^{-1} \left[\mu_{pi}(z_i; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) - \mu_{0i} \right]^2 \right\},$$

где $(\sigma_{\mu_{0i}}^2 + \sigma_v^2)$ — дисперсия подгонки оценок соответственных кривых блеска и красного смещения из-за пекулярных скоростей галактик в единицах модуля расстояния; $\mu_p = 5 \lg D_L + 25$ — предсказываемый модуль расстояния.

Эта статистика в виде вероятности была подвергнута максимизации:

$$P(\mu_0 | H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) = \prod_i \left[2\pi (\sigma_{\mu_{0i}}^2 + \sigma_v^2) \right]^{-1/2} \exp(-\chi^2/2). \quad (2)$$

Заметим, что в математической статистике вероятность (2) называется функцией правдоподобия, а метод ее максимизации — методом максимального правдоподобия. Его связывают с работами 1912 г. английского биолога-генетика и статистика Р. Фишера. Метод максимального правдоподобия получил очень широкое распространение, однако за последние 100 лет появились более эффективные методы не только параметрической, но и структурно-параметрической идентификации математических моделей объектов измерений. Вместе с тем надо отметить, что группы HZST и SCP уделили большое внимание отклонению гипотез о потускнении SN Ia в результате поглощения пылью и эволюции кривых блеска. Для этого использовали данные о сверхновых, обнаруженных телескопом Хаббла, что только подчеркивает важность калибровки шкал космологических расстояний по сверхновым типа SN Ia.

В расширяющейся Вселенной плотность Ω_M снижается пропорционально кубу масштаба шкалы космологических расстояний, а плотность Ω_Λ остается постоянной. Для полученных по максимуму функции правдоподобия (2) в плоской космологии ($\Omega_k = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda = 0$) оценок этих параметров их начальное соотношение должно быть около 10^{-100} , равенство — достигаться при $z \approx 0,37$, а переход между замедлением и ускорением — при $(1+z)^3 \Omega_M/2 = \Omega_\Lambda$, где $z \approx 0,73$. Согласно [3] это и соответствует взрыву сверхновой SN 1997G около $6 \cdot 10^9$ лет назад. При этом максимуму функции (2) при $\Omega_M = 0,24$ и $\Omega_\Lambda = 0,76$ для зависимости модуля фотометрического расстояния от красного смещения [2] соответствует средний модуль погрешности аппроксимации $d_\Omega \approx 0,14^m$.

Важнейшую роль при структурно-параметрической идентификации математических моделей объектов измерений играет понятие идеальности модели: в качественном — по структуре и составу переменных, а в количественном отно-

Модели кривых блеска сверхновой SN 1996K в классе степенных рядов

Алгоритм	$\vartheta_{\text{опт}}$	Параметры модели					СМПН
		θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
ММКМНК	11110	-23,65142	$-1,846204 \cdot 10^{-2}$	$-8,674853 \cdot 10^{-3}$	$1,277502 \cdot 10^{-4}$	0	0,1873289
ММКМЕДС	11100	-23,8171	$-1,723372 \cdot 10^{-2}$	$-5,5096 \cdot 10^{-3}$	0	0	0,2229812

шении — по оценкам параметров. Этому понятию соответствует модель с минимальной суммой составляющих погрешности неадекватности модели — инструментальной, параметрической и структурной [13]. Инструментальную составляющую образуют погрешности средств измерений, параметрическую — погрешности оценивания параметров модели как погрешности аппроксимации данных измерений. Структурная составляющая погрешности неадекватности в сумме с погрешностью аппроксимации становится наблюдаемой в схеме перекрестного наблюдения погрешности неадекватности как погрешности предсказания (экстраполяции) тех данных измерений выходной переменной, которые не были использованы при построении модели. При этом погрешность неадекватности как функция количества параметров модели Q (ее сложности по Колмогорову) имеет минимум, положение которого зависит от погрешностей измерений. С ростом точности измерений минимум смещается в сторону более сложных моделей, а для более неточных данных — в сторону более примитивных моделей. Логика статистического вывода в схеме перекрестного наблюдения погрешности неадекватности предусматривает усложнение характеристики положения модели путем увеличения числа параметров при последовательном переборе двоичных кодов структуры с выделением оптимального $\vartheta_{\text{опт}}$ по минимуму среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) структуры модели [13], что и соответствует понятию идеальности модели на текущем уровне точности измерений.

В отчете WMAP [14] указано, что введение одного или двух дополнительных параметров Λ CDM-модели увеличивает ее точность на 90—300 %, но при этом СКО оценок постоянной Хаббла в рамках таких моделей возросли в 1,28—6 раз. Другими словами, такие оптимистические оценки повышения точности усложненной Λ CDM-модели оказались несостоятельными. Вместе с тем, в [2] приведены данные о шаблоне кривой блеска SN 1996K, отличающиеся наиболее точным, с точки зрения идентификации, распределением оценок звездной величины в днях относительно максимума при $t = 0$. Результаты структурно-параметрической идентификации модели шаблона кривой блеска SN 1996K методом совместных измерений [13] в классе степенных рядов (табл. 1) показывают, что ММКМНК-модель характеристики положения кривой блеска в области максимума совпадает с шаблоном

кривой светимости SN 1996K (рис. 1). Это дает нижнюю границу случайной составляющей СМПН $\bar{\epsilon}_m > 0,187^m$ или СКО $s_\epsilon = 0,144^m$, т. е. величину того же порядка, что и СКО модулей фотометрического расстояния как функции красного смещения [2].

Рассмотрим задачу калибровки шкалы космологических расстояний при $M_{st \text{ SN Ia}} = -16,84^m$ интерполяционной модели (1) с параметром формы по данным [3] о красном смещении z и эффективных (т. е. с учетом поправок) наблюдаемых в фильтре B звездных величин 42 сверхновых типа SN Ia $m_B^{\text{эфф}}$ (рис. 2). Прежде всего, проверим модель (1) на кор-

ректность параметризации подстановкой $m_B^{\text{эфф}} - M_{st \text{ SN Ia}} = 5 \lg D_L + 25$:

$$z_k = \left[R_0^{-1} 10^{-5+0,2(m_{B,n}^{\text{эфф}} - M_{st \text{ SN Ia}})} \right] \times \left[1 - k_n R_0^{-1} 10^{-5+0,2(m_{B,n}^{\text{эфф}} - M_{st \text{ SN Ia}})} \right]^{-1/k_n}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (3)$$

В системе (3) для SN 1997I и 1997N уравнения не имеют действительных корней, а для SN 1997K и 1997O — корни отрицательные (табл. 2). Однако корни остальных уравнений образуют случайную функцию (рис. 3) с характеристикой положения при почти равном среднем абсолютном отклонении погрешности аппроксимации:

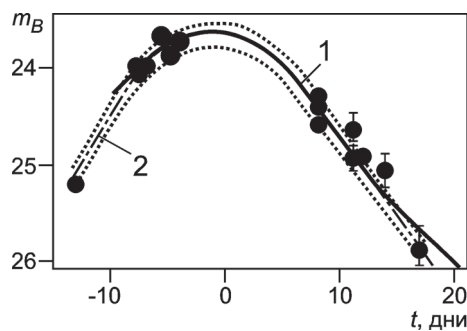


Рис. 1. Кривые блеска SN 1996K ($z = 0,38$) в фильтре B [2]:
1 — шаблон; 2 — ММКМНК-оценка; $\bar{\epsilon}_\Sigma = 0,187$;
 $d = 0,110$; $s = 0,114$

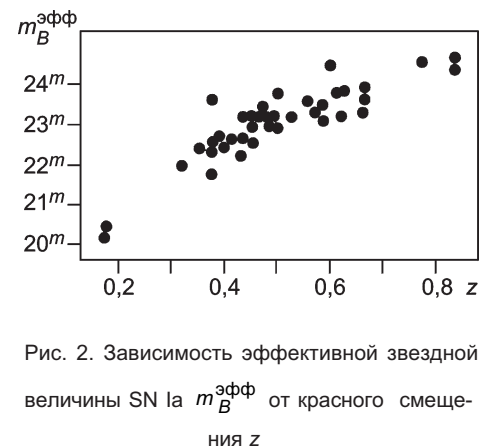


Рис. 2. Зависимость эффективной звездной величины SN Ia $m_B^{\text{эфф}}$ от красного смещения z

Таблица 2

Реперные точки шкалы космологических расстояний при $z < 1$

SN	z_n	D_L , Мпк	k_n	$z_{k,n}$
1992bi	0,458	977,237	3,75948	0,518
1994F	0,354	698,232	5,68859	0,408
1994G	0,425	622,300	6,48357	0,286
1994H	0,374	515,229	7,84012	0,188
1994al	0,420	755,092	5,27614	0,498
1994am	0,372	660,693	6,07376	0,341
1994an	0,378	765,597	5,12401	0,506
1995aq	0,453	1004,616	3,54100	0,522
1995ar	0,465	1081,434	3,03856	0,536
1995as	0,498	1288,250	1,59878	0,589
1995at	0,655	1051,962	3,71616	0,530
1995aw	0,400	691,831	5,79737	0,396
1995ax	0,615	1013,911	3,85961	0,523
1995ay	0,480	912,011	4,25083	0,513
1995az	0,450	741,310	5,40765	0,482
1995ba	0,388	790,678	4,93565	0,516
1996cf	0,570	1051,962	3,61461	0,530
1996cg	0,490	972,747	3,89216	0,518
1996ci	0,495	859,014	4,60767	0,514
1996ck	0,656	1207,814	3,03789	0,567
1996cl	0,828	1986,095	0,22836	0,813
1996cm	0,450	1004,616	3,52480	0,522
1996cn	0,430	986,279	3,54651	0,519
1997F	0,580	1148,154	3,14605	0,552
1997G	0,763	1828,100	0,56511	0,760
1997H	0,526	995,405	3,83811	0,521
1997I	0,172	—	—	—
1997J	0,619	1342,765	2,28041	0,605
1997K	0,592	—	–2,67464	—
1997L	0,550	1174,898	2,89569	0,559
1997N	0,180	—	—	—
1997O	0,374	—	–1,32145	—
1997P	0,472	977,237	3,81094	0,518
1997Q	0,430	762,079	5,23052	0,504
1997R	0,657	1361,445	2,34952	0,611
1997S	0,612	1276,439	2,59689	0,586
1997ac	0,320	549,541	7,33840	0,213
1997af	0,579	1158,777	3,08849	0,554
1997ai	0,450	859,014	4,54806	0,514
1997aj	0,581	968,278	4,05794	0,517
1997am	0,416	762,079	5,21609	0,504
1997ap	0,830	1706,082	1,52087	0,720

$$k(D_L) = 41,1527664 - 12,45001197 \lg D_L \pm 0,1574237748. \quad (4)$$

Тем самым для шкалы космологических расстояний расчетное значение красного смещения (рис. 4):

$$z_{k,n} = (D_{L,n} / R_0) \left[1 - (A + B \lg D_{L,n}) D_{L,n} / R_0 \right]^{-1/(A + B \lg D_{L,n})},$$

где $A = 41,153$; $B = 12,45$.

Зависимость параметра формы от фотометрического расстояния при $H_0 = 74,2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ приведена в табл. 2, а ММКМНК-модель $z_k(D_L)$ с суммарным СМПН $\bar{\epsilon}_\Sigma < 0,0031$ — в табл. 3 [13]. Если связывать космологическое красное смещение с эффектом Доплера, то структурное изменение в точке ($z = 0,504$; $D_L = 762,079$) будет соответствовать изменению скорости или ускорению расширения Вселенной, а ближайшая к этой точке SN 1997Q будет находиться на расстоянии 2,482 млрд. световых лет.

Физика и статистика в моделях космологии. Параметрическая идентификация компонентов вещества с различными константами состояния в модели Фридмана—Робертсона—Уокера на основе шкалы фотометрических расстояний, реперами которой являются сверхновые типа SN Ia в максимуме светимости, была осуществлена в 1998—1999 гг. двумя способами. Группа исследователей HZSN использовала подгонку шкалы космологических расстояний на основе красного смещения под модули расстояний сверхновых типа SN Ia в рамках диаграммы Хаббла, а группа исследователей SCP — подгонку модельной зависимости для максимумов светимости сверхновых под данные измерений. При этом оценки свободных параметров оказались совместимыми, что и было положено в основу вывода об ускорении расширения Вселенной.

Вызывает сожаление тот факт, что в упомянутых работах так и не приведены данные о шкале космологических расстояний, которую можно было бы построить при подгонке шкалы по красному смещению под шкалу фотометрических расстояний. Суть проблемы в том, что полученные при этом оценки модулей расстояния для $z \approx 0,97$ и $M_{st \text{ SN Ia}} = -19,5^m$ дают фотометрические расстояния, заведомо превышающие радиус Хаббла, не говоря уже об известных объектах при $1 < z < 10$. Это обстоятельство обычно объясняют при помощи шкал так называемого абберационного и сопутствующего расстояний, которые близки к шкале фотометрического расстояния в пределах только $2 \cdot 10^9$ световых лет. Что же касается новых наименований конструкций, известных в математической статистике, то этот факт можно считать несущественным.

В рассматриваемой задаче модели, используемые упомянутыми группами исследователей, содержат свободные параметры, физический смысл которых не имеет экспериментальной основы. По тем же данным эта задача была решена при помощи интерполяционной модели космологического красного смещения с параметром формы. При этом обнаружена зависимость параметра формы от расстояния, а начало ускоренного расширения Вселенной сместилось к красному смещению $z = 0,506$ или моменту почти $2,5 \cdot 10^9$ лет назад, когда взорвалась SN 1997Q.

В основе интерполяционных моделей, в отличие от модели Фридмана—Робертсона—Уокера для расширяющейся идеальной однородной и изотропной жидкости, лежит

процесс взаимного удаления с произвольными начальными скоростями $0 \leq v \leq c$ точечных источников электромагнитного излучения, сосредоточенных в начальный момент времени в достаточно малой области. Для наблюдателя в центре этой области распределение скоростей источников по расстоянию в результате запаздывания будет подчиняться зависимости $v \approx D(T_0 - D/c)^{-1}$, где D — наблюдаемое расстояние, T_0 — время движения (разлета, расширения). Соответственно доплеровское красное смещение

$$z = [1 - 2D/(cT_0)]^{-1/2} - 1$$

или

$$z = 1 + \frac{1}{2} [2D/(cT_0)] + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} [2D/(cT_0)]^2 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} [2D/(cT_0)]^3 + \dots - 1.$$

Для $D \ll cT_0$ следует, что $z \approx D/(cT_0)$, и для $T_0 = H_0^{-1}$ доплеровская модель дает закон Хаббла, а именно: $cz \approx H_0 D$ или $z \approx D/R_0$.

Собственное гравитационное красное смещение или пекулярная составляющая скорости источников z_0 дает более сложную зависимость, которая тоже сходится к закону Хаббла при $z_0 \rightarrow 0$:

$$z = (1 + z_0) [1 - 2D/(cT_0)]^{-1/2} - 1 \underset{z_0 \ll z}{\approx} z_0 + (1 + z_0) D/(cT_0) \rightarrow z_0 + (1 + z_0) D/R_0.$$

Возможные отклонения от линейного распределения скоростей удаления при доплеровской интерпретации интерполяционной модели учитывает параметр формы. Проверка правильности параметризации показала, что этот параметр является функцией фотометрического расстояния, это существенно повышает точность интерпретирующей модели красного смещения и, соответственно, откалиброванной таким способом шкалы космологических расстояний на основе красного смещения. Нет ничего удивительного в том, что по одним и тем же данным разные модели дают различные результаты. Тем не менее результаты, полученные для интерполяцион-

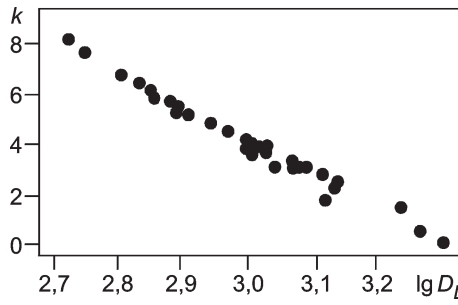


Рис. 3. Зависимость параметра k модели (1) от фотометрического расстояния D_L

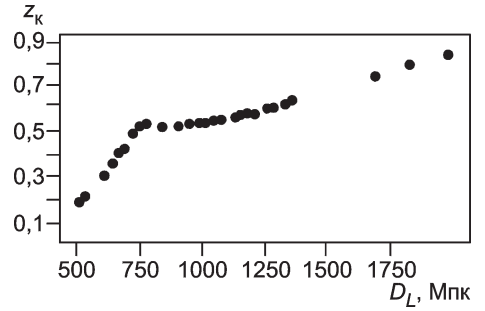


Рис. 4. Зависимость расчетного значения космологического красного смещения z_k от фотометрического расстояния D_L

ной модели с параметром формы, следует рассматривать только как иллюстрацию методики калибровки шкалы космологических расстояний, для которой нужны все-таки более точные данные. Ведь из выборки объемом 42 SN Ia выпали 4 объекта. Более того, по данным каталога ГАИШ интерполяционная модель для тех же сверхновых не показала ускоренного расширения.

Закключение. Таким образом, вопросы о реальной точности оценок ускоренного расширения Вселенной при доплеровской интерпретации красного смещения требуют дополнительного исследования и анализа альтернативных моделей с учетом погрешности неадекватности.

Т а б л и ц а 3

Оптимальная ММКМНК-модель зависимости расчетного значения красного смещения z_k от фотометрического расстояния D_L в классе

$$z_k = \theta_0 + \theta_1 D_L + \theta_2 D_L^2 + \theta_3 D_L^3 + \theta_4 D_L^4 + \theta_5 D_L^5$$

D_L , Мпк	Код структуры	Параметры модели	Объем выборки	$\bar{\epsilon}$
515,23 – 549,54	001000	$\theta_2 = 7,058776 \cdot 10^{-7}$	2	$3,216490 \cdot 10^{-4}$
622,3 – 660,69	000100	$\theta_3 = 1,185364 \cdot 10^{-9}$	2	$1,230493 \cdot 10^{-3}$
691,83 – 698,23	000100	$\theta_3 = 1,197380 \cdot 10^{-9}$	2	$9,047985 \cdot 10^{-4}$
741,31 – 755,09	001000	$\theta_2 = 8,748914 \cdot 10^{-7}$	2	$2,248049 \cdot 10^{-3}$
762,08 – 1706,1	111111	$\theta_0 = 0,3413251$ $\theta_1 = 7,481279 \cdot 10^{-4}$ $\theta_2 = -1,105691 \cdot 10^{-6}$ $\theta_3 = 4,489198 \cdot 10^{-10}$ $\theta_4 = 2,025408 \cdot 10^{-13}$ $\theta_5 = -1,124131 \cdot 10^{-16}$	28	$2,956897 \cdot 10^{-3}$
1828,1 – 1986,1	010000	$\theta_2 = 4,123284 \cdot 10^{-4}$	2	$1,244281 \cdot 10^{-2}$
Суммарный СМГН				$\bar{\epsilon}_\Sigma = 3,081229342 \cdot 10^{-3}$

Литература

1. Ленг К. Астрофизические формулы. В 2-х частях. М.: Мир, 1978.
2. Riess A. G. e. a. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant // Astron. J. 1998. V. 116. P. 1009—1038.
3. Perlmutter S. e. a. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae // Astrophys. J. 1999. V. 517. P. 565—586.
4. Эльясберг П. Е. Измерительная информация: сколько ее нужно? Как ее обрабатывать? М.: Наука, 1983.
5. Хампель Ф. и др. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния. М.: Мир, 1989.
6. Fischer R. A. Theory of statistical estimation // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1925. V. 22. N. 5. P. 700—725.
7. Математическая энциклопедия. Т. 2. М.: Советская энциклопедия, 1979. С. 656.
8. Tonry J. L. e. a. Cosmological results from high-z supernovae // Astrophys. J. 2003. V. 594. P. 1—24.
9. Branch D., Tammann G. A. Type Ia supernovae as standard candles // Annual Reviews Astronomy & Astrophysics. 1992. V. 30. P. 359—389.

10. Hicken M. e. a. Improved dark energy constraints from ~100 new CfA supernova type Ia light curves // Astrophys. J. 2009. V. 700. P. 1097—1140.

11. Шмидт Б. П. Ускоренное расширение Вселенной по наблюдениям далеких сверхновых // УФН. 2013. Т. 183. № 10. С. 1078—1089.

12. Левин С. Ф. Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте—Карло и закон красного смещения. М.: АН СССР, Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика», 1980.

13. Р 50.2.004—2000. ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения.

14. Larson D. e. a. 7 year WMAP observations: power spectra and WMAP-derived parameters // Astrophys. J. Suppl. Ser. 2011. № 192.

Дата принятия 18.12.2014 г.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

519.24

Анализ зависимости аппроксимационных свойств непараметрической оценки плотности вероятности от методов дискретизации области определения

А. В. ЛАПКО^{1, 2}, В. А. ЛАПКО^{1, 2}

¹ Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

² Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М. Ф. Решетнева, Красноярск, Россия, e-mail: lapko@icm.krasn.ru

Предложена методика сравнения эффективности процедур дискретизации интервала значений случайной величины при оценивании плотности вероятности. В качестве критерия эффективности использовано асимптотическое выражение среднего квадратического отклонения регрессионной оценки плотности вероятности.

Ключевые слова: плотность вероятности, непараметрическая оценка, аппроксимационные свойства, количество интервалов дискретизации, правило Хайнгольда—Гаеде, правило Брукса и Каррузера, правило Старджесса, правило Фридмана и Диакониса, правило Скотта.

The comparison procedure for the effectiveness of methods for discretization of the interval of values of a random variable at probability density estimation has been suggested. As an efficiency criterion the asymptotic expression of standard deviation of regression model of probability density has been used.

Key words: probability density, nonparametric estimation, approximation properties, number of sampling intervals, Heinhold—Gaede rule, Brooks—Carruthers rule, Sturges rule, Freedman—Diaconis rule, Scott rule.

Данный материал развивает и обобщает результаты исследований по оцениванию эффективности формул дискретизации, изложенные в [1].

Пусть x^i , $i = \overline{1, n}$ — выборка из n независимых наблюдений одномерной случайной величины x с неизвестной плот-

ностью вероятности $p(x)$, которая ограничена и непрерывна со всеми производными до второго порядка включительно.

Для условий выборок большого объема n в [2] предложена и в [3, 4] развита методика синтеза непараметрической оценки плотности вероятности, основанная на сжатии исходных статистических данных.