

14. Lemeshko B. Yu., Lemeshko S. B. Models of Statistic Distributions of Nonparametric Goodness-of-Fit Tests in Composite Hypotheses Testing for Double Exponential Law Cases // Communications in Statistics — Theory and Methods. 2011. V. 40. N. 16. P. 2879—2892.

15. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б. Модели распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез с использованием оценок максимального правдоподобия. Ч. I // Измерительная техника. 2009. № 6. С. 3—11.

16. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б. Модели распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез с использованием оценок максимального правдоподобия. Ч. II // Измерительная техника. 2009. № 8. С. 17—26.

17. Lemeshko B. Yu., Gorbunova A. A., Lemeshko S. B., Rogozhnikov A. P. Solving problems of using some nonparametric goodness-of-fit tests // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2014. V. 50. № 1. P. 21—35.

18. Лемешко Б. Ю., Горбунова А. А. Применение непараметрических критериев согласия Купера и Ватсона при проверке сложных гипотез // Измерительная техника. 2013. № 9. С. 14—21.

19. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б. Сравнительный анализ критериев проверки отклонения распределения от нормального закона // Метрология. 2005. № 2. С. 3—24.

20. Лемешко Б. Ю., Рогожников А. П. Исследование особенностей и мощности некоторых критериев нормальности // Метрология. 2009. № 4. С. 3—24.

21. Лемешко Б. Ю. Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона: Руководство по применению. М.: ИНФРА-М, 2015. DOI: 10.12737/6086.

22. Лемешко Б. Ю., Блинов П. Ю. Критерии проверки отклонения распределения от равномерного закона: Руководство по применению. М.: ИНФРА-М, 2015. DOI: 10.12737/11304.

23. ГОСТ Р 8.736—2011. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.

24. Анцыферов С. С., Афанасьев М. С., Русанов К. Е. Обработка результатов измерений: Учебное пособие. М.: Изд-во ИКАР, 2014.

Дата принятия 27.07.2015 г.

519.688

Области эффективного применения статистических методов обработки результатов многократных измерений

Г. Н. СОЛОПЧЕНКО

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
С.-Петербург, Россия, e-mail: g.n.solopchenko@mail.ru

Показано различие областей эффективного применения статистической обработки результатов многократных измерений неизменной измеряемой величины: при реальных измерениях и при определении и контроле характеристик погрешности средств измерений в процессе их метрологических испытаний. Сформулированы условия, при которых можно удовлетворительно обеспечить независимость получаемых характеристик погрешности от вида плотности распределения случайной погрешности.

Ключевые слова: поверка, калибровка, доверительный интервал, неопределённость, толерантные пределы.

Difference between two fields of effective application of multiple measurement results statistical processing for evaluation and control of error characteristics of measuring instrument under metrological test is shown. Conditions to ensure obtained error characteristics independence from random error density distribution type are formulated.

Key words: metrological verification, calibration test, error characteristics, confidence interval, uncertainty, tolerant bounds.

В настоящей статье представлены две области эффективного применения статистической обработки результатов многократных измерений неизменных во времени измеряемых величин: реальные измерения и метрологические испытания (поверка и (или) калибровка) средств измерений (СИ). Многократные реальные измерения обычно проводят, когда результаты измерений содержат случайные погрешности. Цель таких измерений — усреднение результатов и снижение погрешности конечного результата. При метрологических испытаниях СИ многократные измерения величины, неизменное значение которой обеспечивается мерой с

высокой точностью, выполняют в нормальных условиях, чтобы определить подлежащие нормированию характеристики инструментальной погрешности или проконтролировать погрешность испытываемого СИ на предмет удовлетворения установленным нормам. Ниже показано различие методов статистической обработки результатов измерений в указанных областях и сформулированы условия, при которых эти методы не зависят от вида плотности распределения случайных погрешностей (distribution-free methods).

В случае, когда выполняются многократные измерения величин на природном или рукотворном объекте и их ре-

зультаты усредняются, необходимо определить интервал оставшейся неопределённости (погрешности) реального значения измеряемой величины. Если эти измерения сопровождаются систематической погрешностью, то при усреднении она не уменьшается. Пусть x_0 — измеряемая величина, Δ_c — систематическая погрешность измерений, Δ_{cpi} — случайная погрешность при каждом i -м измерении, тогда

$$x_1 = x_0 + \Delta_c + \Delta_{cpi1}, x_2 = x_0 + \Delta_c + \Delta_{cpi2}, \dots, x_n = x_0 + \Delta_c + \Delta_{cpi n}$$

— выборочные значения результатов многократных измерений. На рис. 1 условно показан пример плотности распределения результатов однократного (кривая 1) и многократных (кривая 2) измерений величины x_0 , возмущенных случайными погрешностями. При усреднении результатов измерений получаем

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0 + \Delta_c + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_{cpi} \quad (1)$$

Свойства этого результата могут быть описаны следующими вероятностными характеристиками — математическим ожиданием и дисперсией:

$$M \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right] = x_0 + \Delta_c + M \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_{cpi} \right] = x_0 + \Delta_c, \quad (2)$$

$$D \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right] = M \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_{cpi} \right)^2 \right] = \frac{1}{n} \sigma_{cpi}^2. \quad (3)$$

Из (2), (3) следует, что при усреднении результатов многократных измерений систематическая погрешность остается неизменной, дисперсия среднего уменьшается, а это значит, что уменьшаются случайная составляющая погрешности и ширина доверительного интервала J , который обеспечивает доверительную вероятность Q .

Описанная ситуация представлена в стандартах [1, 2], которые являются переводами международных рекомендаций на русский язык. Математическая корректность международных первоисточников вызывает некоторые сомнения

(см., например [3, 4]). В [1, 2] величина $\sigma_{рез} = \sqrt{D_{рез}} = \sigma_{cpi} / \sqrt{n}$ именуется как стандартная неопределённость результата измерений типа А. Интервал J , показанный на рис. 1, называется интервалом охвата или расширенной неопределённостью типа А (хотя лучше бы подошёл термин «интервал неопределённости»). Чтобы не возникало путаницы с доверительным интервалом, рекомендуется определять половину ширины этого интервала как произведение «стандартной неопределённости» $\sigma_{рез}$ на «коэффициент охвата» в пределах значений от 2 до 3, выбираемый пользователем в соответствии с его квалификацией и опытом независимо от количества n выполненных измерений. В [1, 2] доверительную вероятность рекомендуется называть «вероятностью охвата» или «уровнем доверия». Все эти переименования введены «для удобства» (см., например, пп. 3.3.5, 4.2.3 в [2]).

Что касается систематической погрешности, то её влияние на неопределённость измерений рекомендуется характеризовать стандартной неопределённостью типа В. Систематическая погрешность результата измерения зависит от таких факторов, как стохастический характер измеряемой величины, взаимодействие СИ с объектом, подвергающим-

ся измерениям, собственная систематическая погрешность СИ, действие влияющих величин и т. д. Учесть эту неопределённость можно лишь оценкой максимально возможного значения систематической погрешности в условиях проведения измерений. В некоторых случаях, когда систематическая погрешность, возникающая от взаимодействия между СИ и объектом, доступна для численной оценки, её можно уменьшить введением соответствующей поправки.

Отметим некоторые обстоятельства, при которых статистическое оценивание интервала неопределённости типа А с практической точки зрения можно считать не зависящим от плотности распределения случайной составляющей погрешности:

обычно не принято указывать значение характеристики погрешности (границы интервала неопределённости) числом, содержащим более двух значащих цифр;

полученное значение погрешности (неопределённости) округляют до двух значащих цифр в сторону увеличения, превышение погрешности при таком округлении составляет не более 10 %;

в соответствии с центральной предельной теоремой сумма выборочных значений из одной и той же произвольно распределённой генеральной совокупности (что происходит при усреднении) асимптотически нормальна, и уже при объёме выборки $n \in (10, 15)$ плотность распределения среднего арифметического (1) незначительно отличается от нормальной.

В этих условиях, когда оценка $s_{рез}$ значения $\sigma_{рез}$ полученного результата определяется по формуле

$$s_{рез} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (4)$$

для погрешности (неопределённости типа А) с удовлетворительной точностью в качестве коэффициента охвата можно использовать квантиль распределения Стьюдента $t_{(1+Q)/2}(n-1)$, отвечающую доверительной вероятности (вероятности охвата, уровню доверия), равной Q , и количеству степеней свободы $(n-1)$. Тогда о математическом ожидании суммы (1), т. е. об $(x_0 + \Delta_c)$, с некоторым запасом можно предположить, что с доверительной вероятностью (вероятностью охвата) Q эта сумма находится в интервале J (интервале охвата, интервале неопределённости типа А):

$$J = \left(\bar{x} - s_{рез} \frac{t_{1+Q/2}(n-1)}{2}, \bar{x} + s_{рез} \frac{t_{1+Q/2}(n-1)}{2} \right). \quad (5)$$

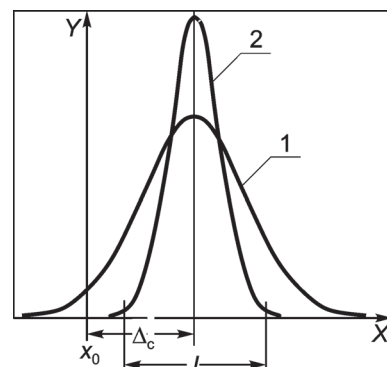


Рис. 1. К задаче обработки результатов многократных измерений:

1, 2 — плотности распределения результатов однократного и многократных измерений; J — доверительный интервал; Δ_c — систематическая погрешность

Из (4), (5) следует, что с неограниченным увеличением n оценка $s_{рез}$ уменьшается до нуля и, следовательно, ширина интервала неопределённости типа А уменьшается также до нуля. При отсутствии систематической составляющей погрешности это может дать положительный эффект. Так проявляется фильтрующий эффект операции усреднения.

Рассмотрим статистическую обработку результатов многократных измерений неизменной измеряемой величины при метрологических испытаниях СИ, когда инструментальная погрешность содержит собственную случайную составляющую. Цель этих испытаний — определение (при калибровке) или контроль (при поверке) характеристик погрешности СИ. Полученные характеристики погрешности можно использовать для установления её нормы, а именно, предельно допускаемой инструментальной погрешности $\Delta_{пр}$. Эта норма заносится в нормативные документы (технические условия, инструкция по эксплуатации, техническое описание) испытываемого СИ конкретного типа в качестве предельно допускаемого значения.

В общем случае инструментальная погрешность СИ может содержать систематическую Δ_c и случайную $\Delta_{сл}$ составляющие. На рис. 2 показаны два варианта представления и нормирования характеристик инструментальной погрешности СИ в статическом режиме. Наиболее распространённым является совместное представление и нормирование систематической и случайной составляющих инструментальных погрешностей в виде границ нецентрального интервала J_P , такого, что

$$P(\Delta_{сл} + \Delta_c \in J_P) = P(-\Delta_{пр} \leq \Delta_{сл} + \Delta_c \leq \Delta_{пр}) \geq P. \quad (6)$$

При раздельном представлении и нормировании систематической и случайной составляющих отдельно нормируются пределы допускаемой систематической погрешности и пределы допускаемой случайной составляющей погрешности, которые выражаются границами интервала J_P , центрированного относительно систематической погрешности Δ_c . Этот интервал назовём *центральным интервалом*, и его границы, отсчитываемые от нового начала координат Δ_c , т. е. O' на рис. 2, будут симметричными:

$$P(\Delta_{сл} \in J_P) = P(-\Delta_{пр} \leq \Delta_{сл} \leq \Delta_{пр}) \geq P. \quad (7)$$

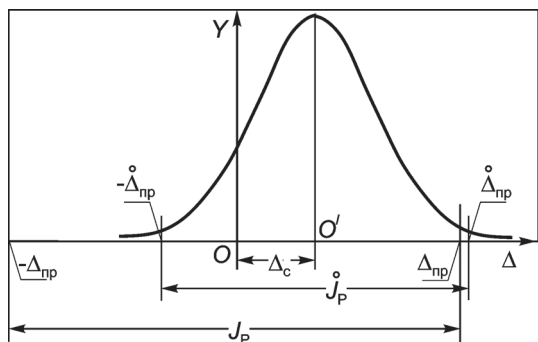


Рис. 2. К задаче определения инструментальной погрешности средств измерений при поверке или калибровке

Случайная погрешность представлена графиком плотности распределения. Оба эти варианта нормирования инструментальной погрешности предусмотрены стандартом [5].

В отечественных документах обычно принято $P = 0,95$.

Если случайная погрешность СИ отсутствует, то для оценки систематической погрешности многократные измерения не требуются. В присутствии случайной погрешности выполняется статистическая обработка результатов многократных измерений неизменных, заданных в нормативной документации эталонных значений измеряемой величины x_j , $j = 1, 2, \dots, m$ воспроизводимых многозначной мерой, с целью назначения одной из норм $\Delta_{пр}$, $\Delta_{пр}$ или с целью контроля удовлетворения этим нормам. Чтобы в обоих вариантах учесть случайный разброс систематических погрешностей СИ на множестве экземпляров одного типа, необходимо провести метрологические испытания нескольких экземпляров СИ данного типа.

Рассмотрим вначале методы статистического оценивания значения $\Delta_{пр}$ одного экземпляра СИ.

Точечные оценки границ интервалов

$$J_P = \left[-\Delta_{пр}, \Delta_{пр} \right], \quad (8)$$

$$J_P = \left[-\Delta_{пр}, \Delta_{пр} \right], \quad (9)$$

соответствующих неравенствам (6), (7), рассматривать не будем, поскольку они не могут обеспечить вероятность выполнения упомянутых неравенств. Поэтому рассмотрим статистическую оценку границ интервала (8) или (9) с помощью до-

верительных интервалов — границ интервалов $\left(-\Delta_{тол}, \Delta_{тол} \right)$

или $(-\Delta_{тол}, \Delta_{тол})$, которые с вероятностью Q накрывают интервалы (8) или (9):

$$P\left(-\Delta_{тол} < -\Delta_{тол}, \Delta_{тол} > \Delta_{тол}\right) \geq Q,$$

$$\text{или } P(-\Delta_{тол} < -\Delta_{тол}, \Delta_{тол} > \Delta_{тол}) \geq Q.$$

Границы указанных доверительных интервалов, которые с доверительной вероятностью Q накрывают интервалы J_P (8) и J_P (9), называются *толерантными пределами* [6], соответственно *центральным* и *нецентральным*. С увеличением объёма выборки n толерантные пределы приближаются не друг к другу, а извне стремятся к границам интервалов (8) или (9). Ширина соответствующего доверительного интервала не уменьшается до нуля. Экспериментально толерантные пределы определяют по результатам многократных измерений неизменной измеряемой величины в каждой точке x_j диапазона измерения из перечня, который обычно указывают в методике поверки (калибровки).

Остановимся на методике калибровки, после которой полученные значения характеристик погрешности фиксируются в нормативных документах. При метрологических испытаниях СИ на его вход последовательно подаются значения

неизменной измеряемой величины x_j , $j = 1, 2, \dots, m$. Номинальная статистическая характеристика преобразования $y = f(x)$ СИ известна из нормативной документации. Поэтому каждому значению x_j должно соответствовать расчётное значение $y_j = f(x_j)$. Выборка $y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jn}$ представляет результаты n -кратных измерений. В выборке значений инструментальной погрешности $\Delta_{j1}, \Delta_{j2}, \dots, \Delta_{jn}$ каждый i -й элемент вычисляется как $\Delta_{ji} = y_{ji} - f(x_j)$. При раздельном нормировании систематической и случайной погрешностей вычисляется не зависящая от вида плотности распределения последняя несмещённая точечная оценка систематической погрешности и оценка среднего квадратического отклонения этой оценки (см. также (1), (4)):

$$\bar{\Delta}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_{ji}; \quad s_j = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Delta_{ji} - \bar{\Delta}_j)^2}.$$

Если объём выборки $n \geq 10$, то в соответствии с центральной предельной теоремой в качестве наибольшей по модулю границы доверительного интервала для систематической погрешности при заданной доверительной вероятности Q независимо от вида распределения можно использовать соотношение (см. также (5)):

$$\bar{\Delta}_{\max j} = \max \left(\left| \bar{\Delta}_j - s_j t_{1+Q/2}(n-1) \right|, \left| \bar{\Delta}_j + s_j t_{1+Q/2}(n-1) \right| \right). \quad (10)$$

Центральные толерантные пределы можно вычислить двумя способами. Если имеются убедительно обоснованные предположения о том, что случайные погрешности СИ распределены нормально, то при каждом j вычисляются параметрические толерантные пределы

$$(-\Delta_{\text{тол}}, \Delta_{\text{тол}}) = (\bar{\Delta}_j - s_j \kappa(n, P, Q), \bar{\Delta}_j + s_j \kappa(n, P, Q)), \quad (11)$$

где $\kappa(n, P, Q)$ — толерантный множитель, зависящий от объёма выборки, вероятности P (обычно $P = 0,95$) и доверительной вероятности Q , с которой искомый интервал J_P целиком находится внутри толерантных пределов (11). Значения толерантного множителя табулированы в [7] для объёмов выборки n от 4 до 50.

Если вид плотности распределения погрешности неизвестен, то можно определить непараметрические толерантные пределы. Эти пределы не зависят от вида плотности распределения и определяются следующим образом. Для оценки центральных толерантных пределов J_P вычисляются выборочные значения случайной погрешности

$$\overset{\circ}{\Delta}_{ji} = \Delta_{ji} - \bar{\Delta}_j,$$

после чего из полученных значений составляют вариационный ряд путем их расстановки в порядке возрастания. Поскольку эта процедура выполняется при всех значениях x_j одинаково, в дальнейшем индекс j опустим и для каждого значения j вариационный ряд представим как [6]:

$$\overset{\circ}{\Delta}_{(1)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(2)}, \dots, \overset{\circ}{\Delta}_{(n-1)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(n)}, \quad (12)$$

где нижние индексы поставлены в скобки, что является признаком такого ряда. Его элементы, т. е. выборочные значения погрешности, при нанесении на вещественную ось де-

лят отрезок оси $\left(-\infty, \overset{\circ}{\Delta}_{(n)} \right]$ на статистически эквивалентные блоки $\left(-\infty, \overset{\circ}{\Delta}_{(1)} \right], \left(\overset{\circ}{\Delta}_{(1)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(2)} \right], \dots, \left(\overset{\circ}{\Delta}_{(n-1)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(n)} \right]$. Статистическая

эквивалентность означает, что вероятностные меры блоков одинаковы:

$$P \left(\Delta \in \left(-\infty, \overset{\circ}{\Delta}_{(1)} \right] \right) = P \left(\Delta \in \left(\overset{\circ}{\Delta}_{(i-1)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(i)} \right] \right) = 1/n, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

причем $\overset{\circ}{\Delta}_{(0)} = -\infty$. Указанное свойство строго доказано в [6].

Упомянутую статистическую эквивалентность обычно используют путём построения графика эмпирической функции распределения по выборочным значениям, который представляет собой ступенчатую кривую. Высота всех ступеней одинакова и равна $1/n$. Абсциссы ступеней — выборочные значения (12). На основании этого нужно выбрать такие зна-

чения погрешности $\overset{\circ}{\Delta}_{(k)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(i)}$, чтобы вероятность нахождения случайной погрешности между ними была не меньше P . Точечная оценка этой вероятности

$$P = P \left(\overset{\circ}{\Delta}_{(k)} < \Delta \leq \overset{\circ}{\Delta}_{(i)} \right) = (i - k)/n, \quad (13)$$

где $(i - k)$ — количество статистически эквивалентных блоков, находящихся между $\overset{\circ}{\Delta}_{(k)}$ и $\overset{\circ}{\Delta}_{(i)}$; n — общее число блоков.

Однако любая точечная статистическая оценка не дает гарантированной информации об истинном положении оцениваемого параметра, в нашем случае, вероятности P . Более информативны доверительные интервалы, границами которых в этом случае являются толерантные пределы (границы доверительного интервала). Воспользуемся стандартным приёмом определения нижней P_n и верхней P_b границ доверительного интервала для вероятности (13) с доверительной вероятностью Q [6]:

$$\sum_{m=i-k}^n C_n^m P_n^m (1 - P_n)^{n-m} \leq \frac{1-Q}{2}, \quad \sum_{m=0}^{m=i-k} C_n^m P_b^m (1 - P_b)^{n-m} \leq \frac{1-Q}{2},$$

где C_n^m — число сочетаний из n по m .

Чтобы искомый интервал J_P целиком находился между элементами $\overset{\circ}{\Delta}_{(k)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(i)}$ вариационного ряда, $i > k$ с вероятностью, не меньшей Q , т. е.

$$P \left(J_P \in \left(\overset{\circ}{\Delta}_{(k)}, \overset{\circ}{\Delta}_{(i)} \right] \right) \geq Q,$$

необходимо обеспечить $P_n > P$ и $P_b < 1$. Однако положение верхней границы P_b в этом случае роли не играет. Поэтому для определения тех элементов вариационного ряда или

толерантных пределов $\overset{\circ}{\Delta}_{(k)}$, $\overset{\circ}{\Delta}_{(i)}$, между которыми с вероятностью Q находится искомым интервал J_P , нужно решать неравенство

$$\sum_{m=i-k}^n C_n^m P^m (1-P)^{n-m} \leq 1-Q \quad (14)$$

путём перебора значений k и i . Здесь P — заданное значение вероятности того, что случайная составляющая инструментальной погрешности находится в тех пределах, которые установлены в качестве нормы на инструментальную погрешность СИ.

Как правило, метрологические испытания СИ выполняются в метрологических лабораториях, где соблюдаются нормальные условия и по возможности исключается действие помех. Поэтому, чтобы избежать избыточной трудоемкости испытаний, не опасаясь грубых промахов, можно порекомендовать использовать в качестве непараметрических толерантных пределов первый и последний члены вариационного ряда (12), приняв $i = n$, $k = 1$:

$$\sum_{m=n-1}^n C_n^m P^m (1-P)^{n-m} \leq 1-Q. \quad (15)$$

При заданной вероятности $P = 0,95$ и для достижения доверительной вероятности $0,8 \leq Q \leq 0,9$ следует провести такое количество повторных измерений, чтобы неравенство (15) выполнялось. Иными словами, необходимо найти такой наименьший объем выборки n , при котором неравенство (15) справедливо. Решение этой задачи для $i = n$, $k = 1$, полученное путём простого перебора при $P = 0,95$ и различных значениях Q дает результаты, представленные в табл. 1.

Таблица 1
Объём выборки в зависимости от Q при $i = n$, $k = 1$

Q	0,8	0,9	0,95	0,99
n	59	77	93	130

Понятно, что такие результаты разочаруют читателя, в особенности, практикующего метролога. Однако, учитывая

принятую в современной метрологии симметричную форму

нормирования погрешности в виде $\left(-\overset{\circ}{\Delta}_{\text{пр}}, \overset{\circ}{\Delta}_{\text{пр}} \right)$, количество повторных измерений можно уменьшить. Для этого вместо вариационного ряда (12) из выборочных значений погрешности строится вариационный ряд из модулей погрешностей:

$$\left| \overset{\circ}{\Delta}_{(1)} \right|, \left| \overset{\circ}{\Delta}_{(2)} \right|, \dots, \left| \overset{\circ}{\Delta}_{(n)} \right|. \quad (16)$$

В силу того, что на этот раз все значения принадлежат положительной полуоси, статистически эквивалентные мо-

дули, в том числе, модуль $\left(-\infty, \left| \overset{\circ}{\Delta}_{(1)} \right| \right)$ переведены на поло-

жительную полуось. Если в качестве толерантных пределов

выбрать симметричные значения $-\left| \overset{\circ}{\Delta}_{(n)} \right|$, $\left| \overset{\circ}{\Delta}_{(n)} \right|$, тогда $i = n$,

$k = 0$, и этот выбор дает возможность определить минимально необходимое количество многократных измерений из (14), которое в этом случае есть не что иное, как $P^n \leq 1 - Q$. Поскольку обе части неравенства меньше единицы, при логарифмировании знак неравенства меняется на противоположный: $n \geq \ln(1 - Q)/\ln P$. Целочисленные решения этого неравенства представлены в табл. 2.

Таблица 2
Объём выборки в зависимости от Q при $i = n$, $k = 0$

Q	0,8	0,9	0,95	0,99
n	32	45	59	90

Однако и в этом случае количество повторных измерений оказалось значительным по сравнению с оценкой параметрических толерантных пределов (11). Это происходит потому, что информация о виде плотности распределения погрешности очень существенна и ее отсутствие компенсируется большим числом повторных измерений.

Если принято решение о совместном нормировании инструментальных погрешностей СИ в соответствии с (6) без разделения на систематическую и случайную составляющие, тогда из модулей выборочных значений погрешности, полученных при каждом из заданных значений x_j как разности $\Delta_{ji} = y_{ji} - f(x_j)$, составляется вариационный ряд (индекс j опущен):

$$\left| \Delta_{(1)} \right|, \left| \Delta_{(2)} \right|, \dots, \left| \Delta_{(n)} \right|. \quad (17)$$

И в этом случае в качестве толерантных пределов, являющихся границами доверительного интервала, который с доверительной вероятностью Q накрывает интервал J_P , где

$P = 0,95$, следует выбирать значения $\left| \Delta_{(n)} \right|$ и $-\left| \Delta_{(n)} \right|$, если

объём выборки соответствует данным, приведённым в табл. 2.

Заметим, что описанный метод определения непараметрических толерантных пределов чувствителен к грубым промахам измерений, которые возможны и в метрологических лабораториях. При возникновении грубого промаха толерантные пределы могут оказаться чрезмерно большими. Чтобы застраховаться от одного грубого промаха достаточно выбрать в качестве положительного толерантного предела не последний элемент вариационного ряда (16) или (17), а предпоследний. Тогда $i = n - 1$, $k = 0$. Этот случай по объёму выборки эквивалентен результатам, представленным в табл. 1, и здесь нужно сделать столько повторных измерений, сколько указано в табл. 1, т. е. увеличить объём выборки. Подобным же образом можно подстраховаться от двух грубых промахов, если в качестве положительного толерантного предела использовать третий от конца элемент вариационного

ряда (16) или (17), но для этого объём выборки придётся ещё увеличить, как это показано в табл. 3.

Таблица 3
Объём выборки в зависимости от Q
при $i = n - 2, k = 0$

Q	0,8	0,9	0,95	0,99
n	84	105	124	165

Объёмы выборок, приведённые в табл. 1—3, обеспечивают определение гарантированных характеристик погрешности вне зависимости от вида её плотности распределения. В силу сравнительной редкости калибровки СИ (не чаще одного или двух раз в год) иногда с этим можно примириться. С другой стороны, стремление применить статистическую обработку результатов, зависящую от вида плотности распределения погрешности, потребует ещё большего объёма выборки, чем приводится в табл. 3, поскольку для определения действительного вида плотности распределения и проверки гипотезы о справедливости сделанного вывода нужен значительный объём выборки. Мало того, нет никаких гарантий неизменности вида плотности распределения инструментальной погрешности при транспортировании, эксплуатации и хранении СИ. Использование при этом некоторой предполагаемой плотности или плотности распределения, идентифицированной по небольшому объёму выборки, также не позволит сделать достоверного заключения о характеристиках погрешности.

Приведённые методы определения толерантных пределов для инструментальной погрешности относятся к метрологическим испытаниям одного экземпляра СИ. Если на испытания типа предъявляются уникальные СИ в количестве одного или нескольких экземпляров, то все перечисленные действия выполняются для каждого экземпляра, и в качестве нормы на характеристики погрешности всех представленных экземпляров одного типа назначаются наибольшие из полученных значений толерантных пределов с последующим округлением максимум до двух значащих цифр в сторону увеличения. Точно так же следует поступать при испытаниях типа СИ, предназначенных для серийного выпуска, когда количество предъявляемых на испытания приборов определяется по согласованию между испытательным метрологическим органом, разработчиком и производителем. Однако чаще всего на все виды государственных приемочных и типовых испытаний, как и на поверку, предъявляются СИ с предлагаемыми или установленными нормами на характеристики инструментальной погрешности. В этом случае при наличии случайной составляющей в составе инструментальной погрешности испытания СИ заключаются в проверке статистической гипотезы о том, что вероятность нахождения случайной составляющей погрешности внутри нормированного интервала $[-\Delta_{\text{пр}}, \Delta_{\text{пр}}]$ не меньше P . Поскольку эти испытания выполняются в метрологической лаборатории при нормальных условиях без помех, можно ограничиться объемом выборки, представленным в табл. 2.

Эти испытания выполняются следующим образом. При заданной вероятности $P = 0,95$ и вероятности Q , которая обеспечивает возможность ошибочного решения не более, чем $\alpha = 1 - Q$, из табл. 2 выбирается объём выборки n .

На вход испытываемого СИ подаётся значение измеряемой величины x_j из ряда значений, установленных в технической документации. При каждом значении j выполняется измерение, вычисляется погрешность этого измерения, значение которой сравнивается с нормированными пределами $[-\Delta_{\text{пр}}, \Delta_{\text{пр}}]$. Если при всех n измерениях значение погрешности не вышло за пределы интервала $[-\Delta_{\text{пр}}, \Delta_{\text{пр}}]$, то делается вывод об успешности результатов испытаний инструментальной погрешности с вероятностью Q . Если случайная и систематическая составляющие погрешности нормируются раздельно, то по результатам всех измерений, выполненных при входном значении x_j , воспроизводимой мерой, определяют погрешности и вычисляют среднее арифметическое значение этих погрешностей. Вычитанием среднего арифметического из значений погрешностей, получают значения случайных погрешностей, которые сравнивают с нормированными значениями $\begin{pmatrix} -\Delta_{\text{пр}}, \Delta_{\text{пр}} \end{pmatrix}$, аналогично тому, как это

было описано выше. После этого по формуле (10) определяют значение $\bar{\Delta}_{\text{max}j}$ в этой точке, которое сравнивают с нормой, установленной на систематическую составляющую погрешности. Положительное решение о результатах метрологических испытаний СИ выносится тогда, когда при всех значениях $x_j, j = 1, 2, \dots, m$ контролируемые составляющие погрешности не превысили установленные для них нормы.

Если в обоих случаях при благополучных предыдущих результатах вдруг возникает помеха (например, произошел бросок напряжения питания при включении кондиционера) и погрешность превысила норму только один раз, то можно продолжить измерения до количества, соответствующего табл. 1 и заданным значениям вероятностей P и Q . Если при последующих испытаниях погрешность больше не превысила норму, такой результат также считается положительным. Если в ходе испытаний в одной точке x_j погрешность превысила норму дважды, то измерения можно продолжить до объемов, указанных в табл. 3.

Для полноты картины следует отметить, что при пренебрежимой малости или при отсутствии случайной составляющей инструментальной погрешности СИ многократные измерения не применяются. При каждом значении x_j достаточно сделать одно, максимум два измерения (при прямом и обратном ходе, чтобы зафиксировать погрешность от вариации) и сравнить полученные результаты с нормой.

Заключение. В области измерения неизменной измеряемой величины эффективность статистической обработки состоит в повышении точности (уменьшении неопределённости) результата и в определении ширины интервала неопределённости результата вместе со значением его вероятности. Условие независимости от распределения погрешности обеспечивается центральной предельной теоремой и реализуется уже при объёме выборки не меньше десяти. При поверке и(или) калибровке СИ эффективным представляется метод оценивания толерантных пределов по значениям вариационного ряда, составленного из модулей погрешностей. Независимость от распределения погрешности обеспечивает применение непараметрических толерантных пределов.

Л и т е р а т у р а

1. **ГОСТ 54500.1—2011.** Руководство ИСО/МЭК 98-1:2009. Неопределённость измерения. Ч. 1. Введение в руководства по неопределённости измерения.
2. **ГОСТ 54500.3—2011.** Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008. Неопределённость измерения. Ч. 3. Руководство по выражению неопределённости измерения.
3. **Рабинович С. Г.** Навстречу новой редакции «Руководства по выражению неопределённости измерений» // Системы обработки информации. 2008. Вып. 4 (71). С. 10—14.

4. **Рабинович С. Г.** О необходимости создания новых рекомендаций по оцениванию погрешностей и неопределённостей измерений // Системы обработки информации. 2010. Вып. 4 (85). С. 23—26.
5. **ГОСТ 8.009—85.** ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
6. **Уилкс С.** Математическая статистика. М.: Наука, 1967.
7. **Большев Л. Н., Смирнов Н. В.** Таблицы математической статистики. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1968.

Дата принятия 27.07.2015 г.

534.78

Метод адаптивной обработки сигналов для диагностики органов речевого аппарата

А. Ю. ТЫЧКОВ, А. К. АЛИМУРАДОВ, П. П. ЧУРАКОВ

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, e-mail: tychkov-a@mail.ru

Приведены результаты исследования разработанного метода. Показано, что среднее значение энергии спектра Гильберта речевого сигнала, полученное с использованием комплементарной множественной декомпозиции на эмпирические моды и преобразования Гильберта—Хуанга, варьируется в разных пределах в зависимости от выбора фраз, сформированных отдельными активными органами речевого аппарата.

Ключевые слова: распознавание речи, обработка речевого сигнала, преобразование Гильберта—Хуанга.

The developed method evaluation results are presented. The mean energy value of Hilbert spectrum (HS) of a speech signal received by the CEEMD and HHT is shown to vary in different ranges depending on the choice phrases formed by separate active organs of speech apparatus.

Key words: a speech signal processing, Complementary Ensemble Empirical Mode Decomposition, Hilbert-Huang transform.

В настоящее время речевые сигналы широко используются для диагностики состояния органов речевого аппарата (ОРА) [1—3]. Эффективность анализа этих сигналов зависит от точности измерений амплитудных, временных, частотных и энергетических характеристик. Основной причиной погрешностей измерений являются физиологические помехи, вызванные нестабильной работой ОРА при патологических отклонениях (ларингит, синусит, фарингит и др.). Помехи в зависимости от происхождения, интенсивности, характеристик и взаимодействия с полезным сигналом могут существенно исказить результаты анализа речевых сигналов.

Цель статьи — создание и исследование адаптивного к физиологическим особенностям человека метода обработки речевых сигналов для диагностики ОРА.

Речевой сигнал представляет акустический нестационарный сигнал сложной формы, образуемый артикуляционным отделом ОРА [4]. В процессе формирования речевых сигналов участвуют три основных отдела органов дыхания: I — лёгкие, бронхи и трахея; II — голосовой аппарат гортани; III — полость рта, глотки носа и околоносовых пазух. При использовании определённых методик (новых алгоритмов) обработки сигналов и специальных верифицированных баз ре-

чевых сигналов открывается уникальная возможность диагностировать патологию ОРА на различных стадиях развития.

Существуют разные подходы к обработке речевых сигналов, что обусловлено как важностью проблемы, так и отсутствием достаточно эффективных методов её решения. Среди известных можно отметить систему анализа спектральных характеристик и формирования изображения шума дыхательных путей [5], позволяющую регистрировать и анализировать акустические шумы тела пациента, и использовать полученную информацию для диагностики состояния дыхательных путей. Широкому использованию данного метода препятствуют следующие его недостатки: кроме акустических шумов регистрируются шумы, связанные с физиологической активностью других систем организма — сердечно-сосудистой, желудочно-кишечного тракта и др.; диагностируются заболевания только отдела I ОРА.

Способ [6] позволяет регистрировать речевой сигнал, сегментировать его на вейвлет-коэффициенты, определять информативную область вейвлет-поверхности с последующим вычислением энергии информативной области и сравнением вычисленного значения с пороговым. Недостатки