

понятием эффективной излучательной способности. Она определяется как найденная традиционным образом излучательная способность с мультипликативной составляющей, учитывающей изменение потока при изменении расстояния между объектом и пирометром. При этом сами традиционные соотношения для коррекции по излучательной способности остаются неизменными, в них лишь вместо обычной излучательной способности входит упомянутая выше  $\epsilon^{\text{эфф}}$ .

Более эффективным способом исключения рассматриваемой систематической погрешности является использование пирометров с объективом, снабженным специаль-

ной диафрагмой и позволяющим фокусировать на приемник излучения изображение измеряемого объекта.

## Л и т е р а т у р а

1. **Линевег Ф.** Измерение температур в технике: Справочник / Пер. с нем. М.: Металлургия, 1980.
2. **Гаррисон Т. Р.** Радиационная пирометрия. М.: Мир, 1964.

Дата принятия 11.01.2012 г.

681.121:533.6.08

## Критериальные уравнения для шара в области малых чисел Рейнольдса

**А. В. РУМЯНЦЕВ, К. В. ГУСЬКОВ**

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия,  
e-mail: albert37@list.ru

*Проанализирован процесс конвективной теплоотдачи шара в области малых значений чисел Рейнольдса ( $Re \leq 65$ ). Показано, что в исследуемой области расчетные параметры существенно превышают полученные экспериментально вследствие физически неоправданного завышения вклада вынужденной конвекции в суммарную. Сделан вывод, согласно которому для указанной области должно формироваться отдельное критериальное уравнение вида, как минимум, квадратичного полинома по числу Рейнольдса.*

**Ключевые слова:** расходомер, конвекция, характерные радиус и диаметр, коэффициент теплоотдачи, критериальное уравнение, температура отнесения, числа Грасгофа, Рейнольдса, Нуссельта.

*The process of convective heat transfer from a sphere at low Reynolds numbers ( $Re \leq 65$ ) is examined. By comparing the parameters of convective heat transfer — heat transfer coefficient (or Nusselt numbers) found experimentally with those calculated from criterial equation we show that in the investigated region of Reynolds numbers these parameters are much higher than the calculated ones due to physically unjustified overstatement of the contribution of forced convection to the total. According to our conclusion for low Reynolds numbers a single criterial equation should be formed representing at least a quadratic polynomial for the Reynolds number.*

**Key words:** flowmeter; convection, characteristic radius and diameter, heat transfer coefficient; criterial equation, reference temperature, Grashof, Reynolds, Nusselt numbers.

Исследованию коэффициента теплоотдачи шара, относящегося к плохо обтекаемым телам, при различных условиях посвящено не очень много работ. Под различными условиями понимается, прежде всего, область чисел Рейнольдса ( $Re$ ), для которой строится та или иная критериальная зависимость. В экспериментах [1] с тепловыми расходомерами газа  $Re \approx 0 \dots 60$ . Поэтому из имеющихся в литературе формул для расчета чисел Нуссельта ( $Nu$ ) для шара в табл. 1 приведены только те, применение которых возможно при малых значениях  $Re$  (здесь  $Pr$ ,  $Gr$  — числа Прандтля и Грасгофа, соответственно). Из табл. 1 следует, что расчетные формулы существенно отличаются друг от друга, но во всех теплоотдача шара за счет теплопроводности — одного из компонентов естественной конвекции — учитывается одинаковым образом:  $Nu = 2$ . Такое значение получено в [5; 11], при этом  $Nu = Nu(d) = \alpha d / \lambda$ , т. е. характерный размер шара в процессе конвективной теплоотдачи равен диаметру  $d$  шара ( $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $\lambda$  — теплопроводность среды).

Общим для большинства формул является отличие слагаемых, описывающих теплоотдачу в лобовой и кормовой частях шара [3, 4, 7—9]. Решения получены для случая постоянных теплофизических свойств среды, т. е. распределение скорости будет таким же, как и для изотермического течения. На рис. 1 в графическом виде представлены все компоненты конвекции, суммарная и экспериментальная. Превышение лобового компонента над кормовым во всем диапазоне  $Re$  снижается с 4,7 до 3,5 раза (см. рис. 1, кривые 2, 1). Практически постоянным остается вклад, вносимый теплопроводностью газа (кривая 3), незначительно снижаясь за счет введения поправки в коэффициент теплопроводности при уменьшении температурного напора  $\theta$ .

Структура последующих членов, содержащих  $Re$  и  $Pr$ , сильно зависит от области значений этих чисел, т. е. от того, какие из перечисленных ниже факторов учитываются и какая среда подразумевается — газ или жидкость, поскольку у них очень разные значения  $Pr$ . Отметим, что в области  $Re = 0 \dots 40$  расчетные числа  $Nu$  лежат выше найденных экспериментально.

Таблица 1

Критериальные уравнения для шара при смешанной конвекции

Источник	Критериальное уравнение	Re <sub>min</sub>
[2]	$Nu = 2 + 1,3Pr^{0,15} + 0,66Re^{0,5}Pr^{0,31}$	1
[3]	$Nu = 2 + 0,35Re^{0,58}Pr^{0,356} + 0,03Re^{0,54}Pr^{0,33}$	2
[4]	$Nu = 2 + (0,4Re^{0,5} + 0,06Re^{2/3})Pr^{0,4}(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$	3,5
[5]	$Nu = 2 + 0,493Re^{0,5}$	10
[6]	$Nu = 2 + 0,37Re^{0,6}$	17
[7]	$Nu = 2 + [0,5(26Re_* + Re_*^2 \pm Gr/Pr^{1/3})^{1/4} + 0,036 Re_*^{2/3}] \times (Pr_n^{1/3})(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$	10 <sup>-2</sup>
[8]	$Nu = 2 + \{0,58[Re_* + (Re_*^2 + 0,92Gr/Pr^{1/3})^{1/4}]^{0,5}\} \times (Pr_n^{1/3})(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$	10 <sup>-2</sup>
[9]	$Nu = 2 + 0,5Re_s^{0,5}Pr^{0,25} + 0,01Re_s^{0,8}Pr^{0,4}$	—
[10]	$Nu = [2^{0,816} + 0,152(GrPr)^{0,277}]^{1/0,816}$	0

При построении критериальных уравнений в общем случае учитываются следующие факторы:

вид конвекции (естественная или вынужденная); взаимная ориентация уравнений; направление теплового потока; физические свойства среды и их температурная зависимость; загромождение (пористость) канала.

При введении температурных поправок в числа Gr, Re и Nu, учитывающих зависимость от температуры свойств текучей среды — плотности, вязкости и теплопроводности, — не существует единого мнения относительно определяющей температуры: берется либо средняя температура

$\bar{T} = (T_T + T_n) / 2$ , где  $T_T, T_n$  — температуры обтекаемого тела и потока, либо только  $T_n$ .

Приведенные в табл. 1 формулы для расчета числа Nu содержат в явном виде числа Gr [7, 8, 10] и Re, значения которых будут зависеть от выбора температуры отнесения:

$$\frac{Re(T_n)}{Re(\bar{T}, T_n)} = \frac{a - bT_n}{a - b\bar{T}} \left(1 + \frac{\theta}{2T_n}\right)^m;$$

$$\frac{Gr(T_n)}{Gr(\bar{T}, T_n)} = \left(\frac{a - bT_n}{a - b\bar{T}}\right)^2 \left(1 + \frac{\theta}{2T_n}\right)^{2m+1}. \quad (1)$$

Здесь  $a, b$  — константы, входящие в полином, описывающий зависимость плотности газа от его температуры, и индивидуальные для каждого газа;  $\theta$  — температурный напор;  $m$  — показатель степени в функции  $\mu(T) = \mu_0(T/273)^m$  [12].

Результаты расчетов для азота и аргона по (1) при разных уровнях температуры  $T_n$  теплоносителя показали, что отношение чисел Re лежит в пределах 6,7 — 0,5 %, т. е. влияние выбора температуры отнесения на расчетные значения Nu будет незначительным, особенно если учесть, что это отношение пропорционально  $Re^{0,5}$ , умножаемому на коэффициент примерно 0,5. Отношение же чисел Gr существенно зависит от температуры  $T_n$  отнесения и лежит в диапазонах: 75 — 16 % при  $T_n = 293$  К; 50 — 10 % при  $T_n = 308$  К; 29 — 5 % при  $T_n = 323$  К. Однако с учетом того, что гравитационный компонент как функция чисел Gr и Pr дает малый вклад в естественную конвекцию, поправка на температуру отнесения составит не более 3 %.

Наконец, влияние температуры отнесения на число Nu зависит от процедуры расчета: если его вычисляют по экспериментальному коэффициенту теплоотдачи, то температура отнесения будет фигурировать в виде множителя:

$Nu(T_n)/Nu(\bar{T}, T_n) = (1 + \theta/(2T_n))^n$ , который отличается от множителя в (1) показателем степени ( $n$  вместо  $m$ ); при этом  $n(N_2) = 0,8$ ;  $m(N_2) = 0,68$  и  $n(Ar) = 0,8$ ;  $m(Ar) = 0,72$  [12]. Максимальное отличие значений этих отношений составляет около 1 %, следовательно, и выводы о влиянии выбора температуры отнесения должны быть аналогичными.

Существенным является вопрос о выборе характерного размера шара в процессе конвективной теплоотдачи, в качестве которого предлагаются: диаметр [3], радиус [1, 4], полудлина обтекания  $\pi d/2$  [13]. В [9] рекомендована расчетная формула  $Re_s = Re + Gr^{0,5}$ , в [7, 14, 21] при малых значениях Re с учетом загромождения (пористости) канала — формула  $Re_* = Re/(1 - q^{1/3})$ , где  $q = d_t/D_k$  — безразмерный параметр загромождения,  $d_t, D_k$  — диаметры обтекаемого тела и канала, в котором оно находится. При расчетах использованы функции  $Re = Re(d)$  и  $Nu = Nu(d/2)$ .

На величину Nu оказывает влияние направление теплового потока — от обтекаемого тела к потоку или наоборот. В [4, 7, 8, 15] показано, что это влияние можно учесть комплексом  $(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$ , значение которого для жидкостей (в отличие от газов) также может быть существенным.

Необходимо отметить, что почти отсутствуют исследования по измерению средней теплоотдачи шара при малых Re, а формулы из [2—5, 7—9, 16—23] в области малых чисел Re дают завышенные значения. Отличие экспериментальных данных от расчетных связано с тем, что в этой области существенную роль играет теплоотдача естественной конвекцией. По данным [18] влияние последней становится заметным уже при  $Re < 0,4(Gr/Pr_n)^{1/2}$ .

В течениях, в которых одновременно действуют естественная и вынужденная конвекции, следует различать вертикаль-

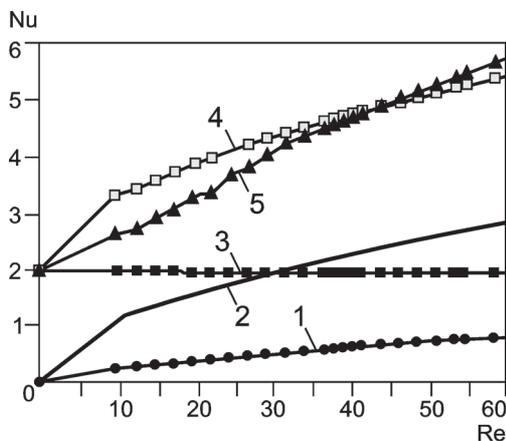


Рис. 1. Компоненты смешанной конвекции азота:

кормовой (1); лобовой (2); вклад теплопроводности (3); суммарная конвекция (4); 1 — 4 получены расчетным путем; экспериментальная кривая (5)

ные течения, одинаково и противоположно направленные. В [19] указан предел, когда влиянием естественной конвекции можно пренебречь:  $Re > 55Gr^{0,138}$ . В [20] путем решения уравнения теплообмена смешанной конвекцией найдены критерии, определяющие область действия выталкивающей силы: для одинаково направленных течений при  $Gr/Re^2 > 1,67$ , для противоположно направленных  $Gr/Re^2 < 1,3$ .

По аналогии с аэродинамическим сопротивлением естественная конвекция усиливает теплоотдачу, если ее направление совпадает с направлением вынужденной конвекции, и уменьшает при встречных направлениях. При очень маленькой скорости вынужденного потока направление и величина его вблизи тела обусловлены интенсивностью естественной конвекции. При этом коэффициент теплоотдачи в большей степени определяется также теплопроводностью.

Влияние физических свойств среды и изменение вязкости в пристеночной области на теплоотдачу шара при совместном действии естественной и вынужденной конвекций учитывается введением безразмерных комплексов  $Pr_n^{1/3}$  и  $(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$  [7, 8, 15].

Комплекс  $(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$  был введен для учета направления температурного напора, что существенно для теплоотдачи тела жидкой среде [15]. Результаты, полученные в [7, 8, 24], показывают, что дополнение этого комплекса множителем  $Pr_n^{1/3}$  обеспечивает учет физических свойств среды и направления температурного напора на теплоотдачу и круглого цилиндра, и шара. Слагаемое со знаком «±» указывает направление естественной и вынужденной конвекций: «+» для одинаково и «-» для противоположно направленных.

Рассмотрим связь комплекса  $(Pr_n^{1/3})(Pr_n/Pr_T)^{0,25}$  и результатов расчетов для азота и аргона. В случае газов критерий Прандтля слабо зависит от температуры потока, например, для азота  $Pr(273) = 0,71$ ;  $Pr(373) = 0,68$ , откуда  $dPr/dT = -3 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  и  $[Pr_n(293)/Pr_T(348)]^{0,25} = 1,006$ . При других уровнях  $T_n$  отличие от единицы будет еще меньше. Как правило,  $Pr$  в той или иной степени входит в расчетные формулы, но температура отнесения практически на него не влияет. Из проведенных расчетов коэффициента теплоотдачи шара следует, что учет комплекса приводит, в целом, к поправке примерно 2—3 % в сторону занижения.

Как показывают опытные данные, представленные в [14, 25], на обтекание тела значительное влияние оказывают стенки канала, поэтому в формулу необходимо ввести безразмер-

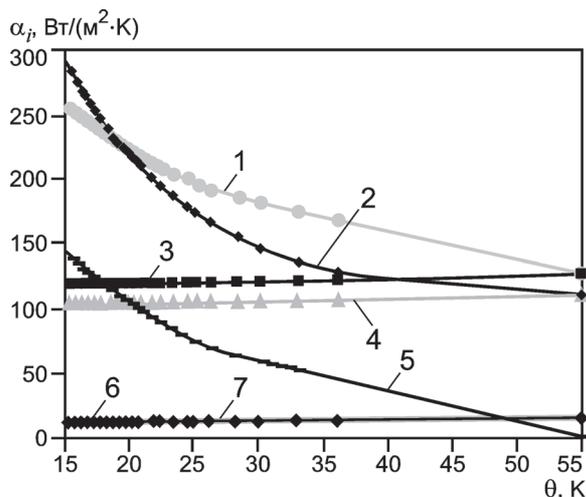


Рис. 2. Коэффициенты теплоотдачи азота при конвекции:

суммарной — 1, 2 (теория и эксперимент); естественной — 3 (эксперимент); за счет теплопроводности — 4 (эксперимент); вынужденной — 5 (теория); чистой конвекции — 6, 7 (эксперимент и теория)

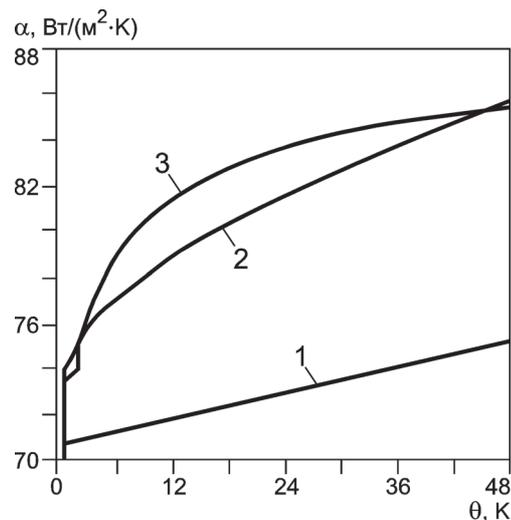


Рис. 3. Коэффициенты теплоотдачи при естественной конвекции аргона:

1 — вклад теплопроводности; 2, 3 — суммарные коэффициенты, рассчитанный по [10] и экспериментальный, соответственно

ный параметр  $q$ , который называют пористостью или загромождением. Влияние загромождения на теплоотдачу шара растет вместе с  $q$  в связи с тем, что с увеличением загромождения градиент скорости на поверхности шара возрастает. Это влияние учитывается, если число Рейнольдса подсчитывать по указанной в [7, 8, 14] формуле. Для процесса теплоотдачи в области малых чисел  $Re$  загромождение потока сказывается сильнее, чем при больших числах  $Re$  [25].

Согласно [7] отличие измеренных величин от рассчитанных за исключением весьма малых чисел  $Re$ , когда сильно сказывается встречное направление естественной конвекции, составляет не более 20 %. Формула, приведенная в [7], согласуется (в пределах 15 %) с формулой из [8] для области малых чисел  $Re$ . Таким образом, формула, указанная в [7], предлагается как универсальное уравнение, описывающее с погрешностью до 20 % теплообмен шара со средой в широком диапазоне изменения чисел  $Re$  и учитывающая все возможные факторы, сопутствующие процессу теплообмена.

С использованием экспериментального материала авторов рассмотрим естественную конвекцию при малых числах  $Re$  и, прежде всего, определим, когда ее влияние становится заметным, а когда им можно пренебречь, если опереться на приведенные выше критерии.

Согласно первому критерию  $Re < 0,4(GrPr)^{0,5}$  [18] область чисел  $Re$ , в которой следует учитывать естественную конвекцию:  $Re(293) = 0,88 \dots 1,05$ ;  $Re(308) = 0,86 \dots 0,98$ . По второму критерию  $Re > 55Gr^{0,138}$  [19], тогда  $Re > 65$ . Смысл первого критерия не ясен, поскольку очевидно, что естественную конвекцию необходимо учитывать в диапазоне  $0 < Re < 65$ , так как ее составляющей является теплоотдача теплопроводностью, причем с числом  $Nu = 2$ , что при малых  $Re$  дает относительно большое значение. Для иллюстрации на рис. 2 приведены зависимости (экспериментальные и расчетные) коэффициентов теплоотдачи азота от температурного напора для чистой конвекции  $\alpha(\theta, Gr, Pr)$ ; теплоотдачи теплопроводностью  $\alpha(\theta, \lambda)$ ; вынужденной конвекции

Результаты расчета разности  $Nu - 2$  при вынужденной конвекции

Re(d)	Экспериментальное значение $Nu(Re) - 2$	Расчет по [4]	Расчет по [5]	Расчет по [6]	Расчет по [9]	Расчетное среднее значение	$[Nu_{расч} - 2] / [Nu_{эксп} - 2]$
9,6	0,30	1,31	1,53	1,44	1,62	1,47	4,90
14,4	0,73	1,62	1,87	1,84	1,94	1,82	2,49
19,3	1,08	1,89	2,16	2,18	2,21	2,11	1,95
24,1	1,32	2,13	2,42	2,50	2,45	2,37	1,80
28,9	1,60	2,35	2,65	2,78	2,68	2,62	1,64
33,7	1,88	2,56	2,86	3,05	2,88	2,84	1,51
37,3	2,04	2,70	3,01	3,25	3,03	3,00	1,47
39,7	2,21	2,79	3,11	3,37	3,13	3,10	1,40
43,3	2,42	2,92	3,25	3,55	3,26	3,24	1,34
48,1	2,69	3,09	3,42	3,78	3,44	3,43	1,28
52,9	2,88	3,26	3,59	4,00	3,60	3,61	1,25
57,8	3,08	3,41	3,75	4,22	3,76	3,79	1,23
60,2	3,23	3,49	3,82	4,32	3,84	3,87	1,20

$\alpha(\theta, Re, Pr)$  и суммарной (расчет по формулам из [4; 10]). Из рис. 2 следует, что, во-первых, существует согласие между расчетными и экспериментально найденными значениями; во-вторых, оценив вклады компонентов в суммарную теплоотдачу, можно заключить, что основной вклад вносят сопоставимые по величине естественная и вынужденная конвекции, а чисто конвективный компонент дает вклад  $(15/282) \approx 5,3\%$  в суммарную теплоотдачу и  $(15/100) \approx 15\%$  в естественный компонент.

Результаты исследования естественной конвекции аргона представлены на рис. 3, откуда следует, что, как и для азота, расчетные по [10] и экспериментальные значения суммарного коэффициента теплоотдачи (кривые 2, 3) согласуются, отличие в пределах  $1,1 - 0,8\%$ . Вклад теплопроводности в суммарную теплоотдачу (кривая 1) составляет около  $86\%$ . Гравитационный компонент, усредненный по результатам вычислений по [7, 8, 10], содержащих в качестве аргументов число Gr и критерий Pr, дает вклад, который с уменьшением температурного напора  $\theta$  падает от  $17$  до  $4\%$ . При  $\theta \approx 20$  K (при смешанной конвекции это соответствует  $30 - 60$  Re) вклад составляет всего около  $8\%$ . Поэтому в данном диапазоне чисел Re гравитационным компонентом (2-й критерий) можно пренебречь, в отличие от теплоотдачи теплопроводностью.

Для области действия выталкивающей силы предложен критерий  $Gr/Re^2 > 1,67$  [20]. В экспериментах авторов настоящей статьи  $Gr = 3,32 \dots 4,75$ , а  $Re = 0 \dots 60$ . Их отношение согласно этому критерию лежит в пределах  $0,17 - 0,005$ . Очевидно, что указанный критерий относится к средам, число Gr которых достаточно велико (например, жидкостям), и едва ли применим к газам.

Результаты расчета разности  $Nu - 2$  при вынужденной конвекции азота с использованием формул, указанных в табл. 1, приведены в табл. 2, откуда следует, что расчетные значения сильно превышают полученные эксперименталь-

но. В последнем столбце табл. 2 представлено отношение значений  $Nu - 2$  при вынужденной конвекции, найденных по критериальным уравнениям и из эксперимента. Превышение первых над вторыми носит систематический характер и уменьшается с ростом расхода от  $4,9$  до  $1,2$  раза в диапазоне изменения  $Re = 10 \dots 60$ . На самом деле это превышение еще больше, поскольку экспериментально полученные значения при вынужденной конвекции содержат и чисто конвективный вклад, отсутствующий при расчетах по критериальным уравнениям.

Рассмотрим теплоотдачу шара при действительно малых числах  $Re = 0 \dots 1$ . В принципе, в этом диапазоне право на применение имеют только формулы из [7, 8, 22], так как в качестве минимального в них указан  $Re_{min} = 0,01$ . Во всех остальных формулах из табл. 1 значение  $Re > 1$ . Результаты расчетов чисел Nu для смешанной и вынужденной конвекции азота и их отношение (в процентах) представлены в табл. 3, откуда следует, что в указанной выше области расходов экспериментальные результаты лежат значительно ниже рассчитанных по критериальным уравнениям, особенно это заметно для вынужденной конвекции. При  $Re < 1$  вклад вынужденной конвекции в смешанную (см. табл. 3, последние столбцы) составляет  $1-18\%$  для экспериментальных данных;  $12-23\%$  и  $14-35\%$  для расчетных, т. е. экспериментально полученный вклад существенно меньше рассчитанного по критериальным уравнениям. Результаты эксперимента физически более правдоподобны, поскольку при малом расходе доля вынужденной конвекции в смешанной не может быть большой, особенно если учесть значительную долю естественной конвекции за счет, в основном, теплоотдачи теплопроводностью, обеспечивающей  $Nu = 2$ . Для аргона получены аналогичные результаты, хотя коэффициент теплоотдачи у него меньше, чем у азота. Таким образом, проблема состоит не в коэффициентах теплоотдачи, а в том, что в критериальных уравнениях всех цитируемых авторов

неоправданно завышена роль вынужденной конвекции. Особенно заметно это проявляется в области именно малых чисел  $Re$ , где вынужденная конвекция никак не может превалировать над теплоотдачей теплопроводностью.

Причина столь заметных различий между экспериментальными и расчетными результатами состоит в том, что во всех критериальных уравнениях число Рейнольдса возводится в степень  $m$  меньше единицы. В области чисел  $Re = 0 \dots 1$  это приводит к физически неоправданному завышению роли вынужденной конвекции. Для наглядности этот вывод проиллюстрирован в табл. 4. Естественно, чем меньше степень  $m$  (при  $m \leq 1$ ), тем больше результат возведения в эту степень, в чем можно убедиться при сравнении значений по столбцам: по мере увеличения степени результат возведения в нее падает, достигая наименьшего значения при  $m = 2$ . Поведение  $Re^m$  наглядно поясняет неверность формул, представленных в [7 — 9, 24], претендующих как раз на диапазон чисел  $Re \geq 0,01$ .

Видно, что в формулах для большего диапазона слагаемое с  $Re^2$  имеет отрицательный знак, а для малых  $Re$  — положительный. При этом их вклад, определяемый числовым множителем, существенно различается. Интересно отметить, что в этих формулах свободный член близок к двум, но это и есть  $Nu = 2$  при  $Re = 0$ . Отсюда следует вывод, что в областях  $0 \leq Re \leq 1$  и  $Re \geq 1$  должны использоваться свои, отличные друг от друга критериальные уравнения. Он подтверждается тем, что все применяемые здесь критериальные уравнения, кроме указанных в [8, 20], считаются авторами этих работ справедливыми лишь в области  $Re > 1$ .

Представленные полиномы  $Nu(Re)$  в разных областях чисел  $Re$  очень разные: при  $Re \leq 1$  они носят характер, близкий к параболическому, а при  $Re > 1$  — к линейному. Это наглядно демонстрирует рис. 4, на котором для азота и аргона построены полиномы, но каждый из них для своей области: первый при  $Re = 0 \dots 0,9$ , а второй при  $Re = 0,9 \dots 2,8$ ,

т. е. они «сшиты» на границе раздела. Заметно, что при  $Re \leq 0,9$  кривая вогнута, а при  $0,9 \leq Re \leq 2,5$  она близка к линейной. То же самое проделано и для аргона, но граница раздела  $Re = 0,85$ . В целом кривые имеют S-образную форму, в силу чего описывающий их полином должен содержать  $Re^3$ ,  $Re^4$ . Подтверждением этому служат аппроксимирующие полиномы 2-й степени для аргона и 4-й степени для азота и аргона, описывающие «сшитые» кривые:

аргон

$$Nu(Re) = -0,091Re^2 + 0,7004Re + 1,9033; R^2 = 0,9898;$$

$$Nu(Re) = 0,131Re^4 - 0,6902Re^3 + 1,0714Re^2 + 0,0284Re + 1,9986;$$

$$R^2 = 0,9977; \quad (2)$$

азот

$$Nu(Re) = 0,089Re^4 - 0,4710Re^3 + 0,6862Re^2 + 0,2211Re + 1,9879;$$

$$R^2 = 0,9993. \quad (3)$$

У полиномов разные коэффициенты достоверности, как следствие, свободные члены по-разному отличаются от классического значения. У полиномов (2), (3) он значительно ближе к двум.

Если использовать полином 6-й степени, то коэффициент достоверности аппроксимации возрастет до 0,9989 и свободный член станет равным 2,0.

В [7, 8, 14] предлагается учитывать влияние загромождения  $q$ . В расходомерах, использованных в эксперименте, в качестве теплочувствительных элементов служили термисторы СТ1-27 ( $q = 0,132$ ) и СТ1-18 ( $q = 0,05$ ). При учете  $q$  получили  $Re_* = 2,04 Re$  для СТ1-27 и  $Re_* = 1,58 Re$  для СТ1-18. Выше отмечалось, что расчеты по формулам из [7, 8, 14] даже при обычном  $Re$  дают существенно завышенные значения. Очевидно, что при увеличении аргумента в 2 и в 1,6 раза расчетные формулы дадут еще более завышен-

Таблица 3

Числа  $Nu$  при смешанной и вынужденной конвекциях и их отношения

Re	Nu при конвекции							Nu <sub>вын</sub> / Nu <sub>смеш</sub> %		
	смешанной				вынужденной			эксперимент	[9]	[8]
	эксперимент	[9]	[5]	[8]	эксперимент	[9]	[8]			
0,17	2,02	2,26	2,28	2,33	0,02	0,26	0,33	0,99	11,5	14,2
0,25	2,05	2,32	2,35	2,43	0,05	0,32	0,43	2,44	13,8	17,7
0,33	2,10	2,37	2,40	2,53	0,09	0,37	0,53	4,28	15,6	20,9
0,42	2,14	2,42	2,45	2,62	0,14	0,42	0,62	6,54	17,4	23,7
0,50	2,19	2,46	2,49	2,71	0,19	0,46	0,71	8,68	18,7	26,2
0,58	2,24	2,50	2,53	2,80	0,24	0,50	0,80	10,7	20,0	28,6
0,67	2,30	2,53	2,57	2,88	0,30	0,53	0,88	13,0	21,0	30,6
0,75	2,35	2,56	2,60	2,97	0,35	0,56	0,97	14,9	21,9	32,7
0,83	2,45	2,60	2,64	3,06	0,45	0,60	1,06	18,4	23,1	34,6

Таблица 4

Результат возведения  $Re$  в степень  $0,25 \leq m \leq 2$

Re	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,58	0,67	0,75	0,84	0,91
$Re^{0,25}$	0,64	0,71	0,76	0,80	0,84	0,87	0,90	0,93	0,96	0,98
$Re^{0,5}$	0,41	0,50	0,58	0,65	0,71	0,76	0,82	0,87	0,91	0,96
$Re^2$	0,03	0,06	0,11	0,17	0,25	0,34	0,45	0,56	0,70	0,83

По экспериментальным данным в диапазонах изменения  $0 \leq Re \leq 1$  и  $0 \leq Re \leq 2,5$  для азота и аргона были найдены аппроксимирующие функции:

азот

$$Re = 0 \dots 0,9; Nu = 1,9807 + 0,4067Re + 0,1487Re^2; R^2 = 0,9933;$$

$$Re = 0 \dots 2,6; Nu = 2,1085 + 0,3761Re - 0,0174Re^2; R^2 = 0,9981;$$

аргон

$$Re = 0 \dots 0,85; Nu = 1,9942 + 0,1431Re + 0,4695Re^2; R^2 = 0,9942;$$

$$Re = 0 \dots 2,5; Nu = 2,0392 + 0,6172Re - 0,0841Re^2; R^2 = 0,9948,$$

где  $R^2$  — коэффициент достоверности аппроксимации.

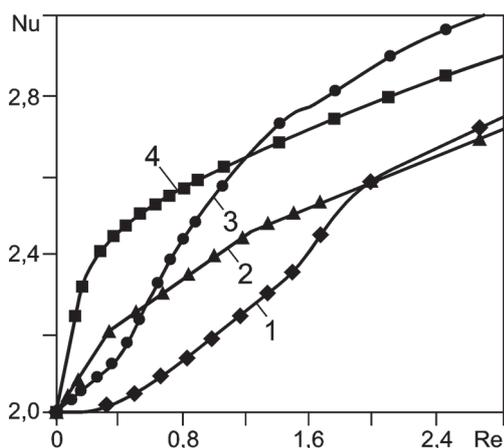


Рис. 4. Функции  $Nu(Re)$  в области малых  $Re \leq 2,8$ , найденные экспериментальным путем и рассчитанные по критериям, — соответственно 1 и 2 (для аргона); 3 и 4 (для азота)

ные результаты, не имеющие какого-либо серьезного обоснования. Отметим, что в [13] предлагается увеличивать  $Re$  в  $\pi$  раз (характерный размер  $l' = \pi d/2$ ), но это увеличение даже больше, чем при учете загромождения, и поэтому при расчетах это критериальное уравнение вообще не рассматривалось.

Согласно расчетам скорость газового потока в каналах расходомеров ( $v = G/\rho S_k$ ) не превышала 0,3 м/с для азота и 0,14 м/с для аргона. Это соответствует примерно  $10^{-3}M$  ( $M$  — число Маха) при  $D_k = 10$ . В случае термистора СТ1-27 при  $D_k = 7,6$  скорость немного больше — около  $1,7 \cdot 10^{-3}M$ . Столь малые скорости потока позволяют считать объективными сделанные ранее заключения о значениях компонентов суммарной конвекции и их отношения.

**Выводы.** В области малых чисел  $Re$  отсутствуют критериальные уравнения, правильно описывающие поведение функции  $Nu(Gr, Pr, Re)$ , а расчеты по этим уравнениям дают результаты, существенно завышенные в сравнении с экспериментальными данными. Область  $Re \leq 1$  имеет свои, физически объяснимые особенности, и поэтому для нее должны формироваться критериальные уравнения в виде, как минимум, квадратичного полинома по  $Re$ . Критериальные уравнения, претендующие на использование в области  $0,01 \leq Re \leq 1$ , не могут содержать член  $Re^m$ , если  $m < 1$ .

#### Л и т е р а т у р а

1. Румянцев А. В., Харюков В. Г. Характерный размер шара в процессе конвективной теплоотдачи // Измерительная техника. 2011. № 5. С. 34—37. Romyantsev A. V., Kharyukov V. G. The characteristic size of a sphere in convective heat transfer // Measurement Techniques. 2011. V. 54. N 5. P. 524—528.
2. Kramers H. Heattransfer from speheres to flowing media // Physika. 1946. V. 12. P. 347.
3. Канцельсон Б. Д., Тимофеева Ф. А. Исследование конвективного теплообмена между частицами и потоком в нестационарных условиях // Труды Центрального котлотурбинного ин-та. 1949. Вып. 12. С. 119—157.
4. Whitaker S. Forced convection heat transfer correlations for flow in pipes, past flatplates, singl cylinders, singl spheres and in flow in packed bedsand tube bunolles // AIChE J. 1972. V. 18. № 2. P. 361—368.
5. Juge T. Theory of heat transfer of sphere in uniform stream at low Reynolds numbers // Rep. Int. Speed Mech. 1956. V. 6. № 56.

6. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. М.: Metallurgizdat, 1961. С. 20.

7. Ползик В. В. Исследование гидроаэродинамики и теплообмена шара при обтекании потоком жидкости и газа в цилиндрическом канале: Автореф. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Алма-Ата, 1971.

8. Позвонков Ф. М. Конвективный теплообмен плавящегося шара. Сб.: Физика. Вып. 1. Алма-Ата, 1970.

9. Бузник В. М., Безломцев К. А. Обобщение экспериментальных данных по теплообмену естественной и вынужденной конвекцией при обтекании тел // Труды Николаевского кораблестроительного ин-та. 1959. Вып. 19.

10. Мартыненко О. Г., Соковишин Ю. А. Свободно-конвективный теплообмен. Справочник. Минск: Наука и техника, 1982. С. 193.

11. Гребер Г. Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. М.: ИИЛ, 1958.

12. Чиркин В. С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники: Справочник. М.: Атомиздат, 1968.

13. Лыков А. В. Теплообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978.

14. Гольдштик М. А., Силантьев Б. А. О влиянии загромождения канала на движение в зоне отрыва за плоскообтекаемыми телами // Ж. прикладной математики и технической физики. 1967. № 1.

15. Жукаускас А. А. Влияние физических свойств жидкости на гидродинамику и теплообмен продольно обтекаемой пластины // Труды АН Лит. ССР. Сер. Б. 1958. № 4 (16).

16. Сибулкин М. Теплопередача вблизи передней критической точки тела вращения // Механика: сборник переводов. 1953. № 3.

17. Браун Т., Питс М., Лепперт И. Теплоотдача при вынужденной конвекции от равномерно нагретой сферы // Теплопередача. 1962. № 2.

18. Garder F. H., Keey R. V. Mass transfer from single solid spheres // J. Transfer at low Reynolds numbers. Chem. Eng. Sci. 1958. N 9.

19. Кудряшов Л. И., Ипатенко А. Я. Влияние свободного движения на коэффициент теплоотдачи при обтекании шара в области малых чисел Рейнольдса // ЖТФ. 1959. Т. 29. Вып. 3. С. 275.

20. Исатаев С. И. и др. Влияние естественной конвекции и загромождения канала на теплообмен шара в интервале чисел Рейнольдса от  $10^{-2}$  до  $10^5$  // Теплофизика и радиационная физика. 1979. Т. 2. С. 112.

21. Клячко Л. А. К вопросу о теплообмене между газом и шаровой поверхностью в условиях совместного действия свободной и вынужденной конвекций // Теплоэнергетика. 1963. № 4.

22. Sing S. N., Hasan M. M. Free Convection about a sphere at small Gragsof number // J. Heat Mass Transfer. 1983. V. 26. N 5. P. 781—783.

23. Чень Т., Осин А., Тайн С. Л. Решение задачи о ламинарном пограничном слое в условиях свободной конвекции для шара // Труды Американского общества инженеров-механиков. Сер. С. Теплопередача. 1964. № 4. С. 81.

24. Турмухамбетов А. К. Экспериментальное исследование теплоотдачи и влияния неизотермичности на сопротивление шара при малых числах Рейнольдса: Автореф. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Алма-Ата, 1974.

25. Cotanceau M. Mouvement uniformedüne sphere dans l'axe dün cylinder contenant unliquide visqueux // J. Mech. 1968. V. 7. N 1. P. 215.

Дата принятия 15.11.2011 г.