

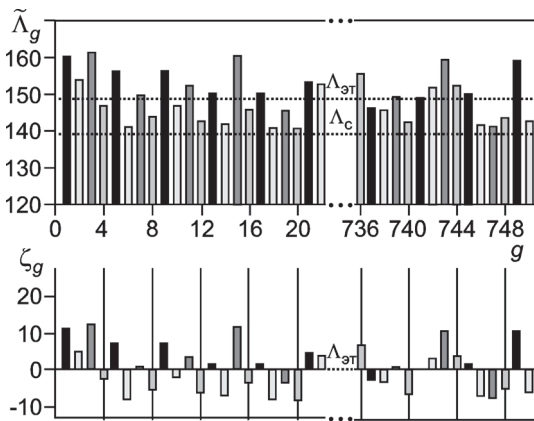


Рис. 4. Последовательность $\{\tilde{\Lambda}_g(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q)\}_{g=1, \dots, k}$ после компенсации погрешностей фазовых координат границ отверстий в экране

Литература

1. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник. М.: Техносфера, 2005.
2. Webster J. G. Measurement, instrumentation, and sensors handbook: CRC Press LLC, 1999.
3. Капля Е. В. Методика определения функциональной зависимости установившейся угловой скорости вращения ветроколеса от угла установки лопастей // Измерительная техника. 2012. № 6. С. 26—29; Kaplya E. V. A techniques of determining the functional dependence of the steady-state angular spin rate of a windwheel on the pitch angle of the blades. 2012. V. 55. N. 6. P. 630—636.
4. Bourns. [Офиц. сайт]. Specifications EN-Rotary optical encoder Rev.02-12 (Дата обращения 17.12.2013 г.).
5. Капля В. И., Капля Е. В. Идентификация динамических характеристик энкодера // Датчики и системы. 2012. № 4. С. 49—53.

Дата принятия 11.02.2014 г.

681.2.082

Определение коэффициентов преобразования многоэлементного устройства для измерений пространственно-энергетических характеристик лазерных пучков

А. М. РАЙЦИН

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия,
e-mail: arcadiyram@rambler.ru

Рассмотрены два основных способа оценки коэффициентов преобразования многоэлементного измерительного преобразователя. Исследованы их статистические характеристики и проведено сравнение.

Ключевые слова: лазерное излучение, мощность, энергия, распределение, моменты распределения.

Two main ways to assess the transformation coefficients multi-element transducer. The statistical characteristics of the methods are presented and compared.

Key words: laser light, power, energy, distribution, moments of the distribution.

В соответствии со стандартом [1] измерения пространственно-энергетических характеристик лазерного излучения (ПЭХЛИ) основаны на использовании начальных моментов распределения интенсивности излучения, определяемых с помощью многоэлементных измерительных преобразователей (МИП). Точность измерений ПЭХЛИ зависит от погрешности определения и учета коэффициентов преобразования многоэлементного устройства.

Для нахождения коэффициентов преобразования МИП в области линейности применяют поверочные установки, в состав которых входит устройство формирования равномерного распределения интенсивности излучения в поперечном сечении пучка и ослабители излучения [2]. Вычисляют данные коэффициенты двумя основными способами [3, 4].

Первый — определение коэффициентов преобразования каждого элемента МИП, второй — среднего коэффициента.

Современная элементная база позволяет оперативно реализовывать оба способа. При этом может быть поставлена задача анализа погрешностей, обусловленных применением этих способов для измерений моментов распределения, и условий, при которых предпочтителен первый или второй способ. В настоящей статье предложено решение и дан ответ на поставленную задачу.

Рассмотрим прямоугольный МИП размером $T_x \times T_y$. Для простоты анализа будем считать, что его центральный элемент расположен в начале декартовой системы координат, а стороны ориентированы параллельно соответствующим координатным осям. Число элементов в строке $N = 2n + 1$, а

в столбце $L = 2l + 1$, тогда $T_x = 2n\Delta_x$; $T_y = 2l\Delta_y$, где Δ_x, Δ_y — расстояния между элементами по осям X, Y ; n, l — число элементов, расположенных в строках и столбцах параллельных координатным полуосям X, Y , соответственно.

Пусть на вход МИП поступает детерминированное излучение исследуемого лазера, имеющее распределение плотности мощности или энергии в поперечном сечении пучка $I^*(x, y)$. На выходе МИП образуется совокупность $N \times L$ электрических сигналов, соответствующих распределению $I^*(x, y)$:

$$f(i\Delta_x, j\Delta_y) = \alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) + v(i\Delta_x, j\Delta_y), \quad i = \overline{-n, n}, \quad j = \overline{-l, l}, \quad (1)$$

где α_{ij} — коэффициенты преобразования элементов; $v(i\Delta_x, j\Delta_y)$ — случайная погрешность измерения считанного сигнала; $I^*(i\Delta_x, j\Delta_y)$ — оптический сигнал, соответствующий интенсивности $I^*(x, y)$ в точке поля с координатами $x_i = i\Delta_x, y_j = j\Delta_y$.

Предположим, что погрешности $v(i\Delta_x, j\Delta_y)$, $i = \overline{-n, n}$, $j = \overline{-l, l}$ распределены по нормальному закону, центрированы, т. е. математическое ожидание $M\{v(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = 0$, и между собой некоррелированы, т. е. $\text{cov}\{v(i\Delta_x, j\Delta_y), v(q\Delta_x, t\Delta_y)\} = 0$, если $i \neq q, j \neq t$ и $\text{cov}\{v^2(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = \sigma^2$, если $i = q, j = t$, где σ^2 — дисперсия случайной погрешности измерения в каждой точке поля. В результате математическое ожидание и дисперсию электрических сигналов найдем как

$$M\{f(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = \alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y); \quad D\{f(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = \sigma^2.$$

Рассмотрим ненормированные моменты распределения

$$m_{pr} = \left(\frac{T_x}{2n}\right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l}\right)^{r+1} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^p j^r I^*(i\Delta_x, j\Delta_y), \quad p, r = 0, 1, 2, \dots$$

Для определения m_{pr} необходима оценка коэффициентов преобразования $\hat{\alpha}_{ij}$. Оценку интенсивности $\hat{I}^*(i\Delta_x, j\Delta_y)$

после нахождения $\hat{\alpha}_{ij}$ вычислим из (1) по формуле

$$\hat{I}^*(i\Delta_x, j\Delta_y) = f(i\Delta_x, j\Delta_y) / \hat{\alpha}_{ij}, \quad i = \overline{-n, n}, \quad j = \overline{-l, l},$$

а оценку соответствующего момента как

$$\hat{m}_{pr} = \left(\frac{T_x}{2n}\right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l}\right)^{r+1} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \frac{i^p j^r f(i\Delta_x, j\Delta_y)}{\hat{\alpha}_{ij}}, \quad p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Для определения $\hat{\alpha}_{ij}$ на МИП подается излучение с плотностью мощности или энергии E_0 с распределением, близким к равномерному.

Определение коэффициентов преобразования каждого элемента МИП. Сигналы на выходе МИП при воздействии на него равномерного распределения запишем в виде

$$z(i\Delta_x, j\Delta_y) = \alpha_{ij} E_0 + \tilde{v}(i\Delta_x, j\Delta_y), \quad i = \overline{-n, n}, \quad j = \overline{-l, l},$$

где $\tilde{v}(i\Delta_x, j\Delta_y)$ — случайная погрешность измерения считанного сигнала при аттестации МИП.

Следовательно $M\{z(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = \alpha_{ij} E_0$, $D\{z(i\Delta_x, j\Delta_y)\} = \sigma^2$.

Оценки коэффициентов преобразования в этом случае запишем как

$$\hat{\alpha}_{ij} = \frac{1}{E_0 s} \sum_{k=1}^s z_k(i\Delta_x, j\Delta_y), \quad i = \overline{-n, n}, \quad j = \overline{-l, l}, \quad (3)$$

где $z_k(i\Delta_x, j\Delta_y)$ — электрические сигналы элементов МИП при воздействии на них равномерно распределенного излучения; s — число измерений; $M\{\hat{\alpha}_{ij}\} = \alpha_{ij}$.

Подставив (3) в (2), получим

$$\hat{m}_{pr} = \left(\frac{T_x}{2n}\right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l}\right)^{r+1} s E_0 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^p j^r \frac{f(i\Delta_x, j\Delta_y)}{\sum_{k=1}^s z_k(i\Delta_x, j\Delta_y)}, \quad p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Из (4) следует, что $\hat{m}_{pr}$ определяется отношением двух независимых случайных величин $\zeta = f(i\Delta_x, j\Delta_y)$ и

$$\eta = \sum_{k=1}^s z_k(i\Delta_x, j\Delta_y), \quad \text{характеристики которого подробно рас-}$$

смотрены в [5]. Медиана и дисперсия, вычисленная относительно медианы, при малой погрешности знаменателя ($\sigma_0/a_0 \ll 1$) определяются формулами

$$M(\zeta/\eta) = a_1/a_0; \quad (5)$$

$$D(\zeta/\eta) = a_0^{-2} \left(\sigma_1^2 + (a_1/a_0)^2 \sigma_0^2 \right), \quad (6)$$

где $a_0 = M\{\eta\} = \alpha_{ij} s E_0$; $a_1 = M\{\zeta\} = \alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y)$; $\sigma_0^2 = \sigma^2 s$ — дисперсия η ; $\sigma_1^2 = \sigma^2$ — дисперсия ζ (считаем, что погрешность измерения поля в точке пространства от двух разных источников излучения одинакова).

Подставив полученные значения в (5), (6), запишем

$$M(\zeta/\eta) = I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) / (s E_0); \quad (7)$$

$$D(\zeta/\eta) = \left[\sigma^2 / (E_0^2 s^2 \alpha_{ij}^2) \right] \left[1 + \left(I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) / (E_0 \sqrt{s}) \right)^2 \right]. \quad (8)$$

С учетом (7), (8) статистические характеристики $\hat{m}_{pr}$ (см. (4))

при условии $\sigma / (\alpha_{ij} E_0 \sqrt{s}) \ll 1$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} M_{pr}^I &= M\{\hat{m}_{pr}\} = \\ &= \left(\frac{T_x}{2n}\right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l}\right)^{r+1} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^p j^r I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) = m_{pr}, \\ p, r &= 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

откуда следует, что медианы $\hat{m}_{pr}$ являются несмещенными:

$$D_{pr}^I = D\{\hat{m}_{pr}\} = \sigma^2 \left(T_x / (2n) \right)^{2(p+1)} \left(T_y / (2l) \right)^{2(r+1)} \times \\ \times \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \alpha_{ij})^2 + \gamma^2 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \left(i^p j^r \bar{s}(i\Delta_x, j\Delta_y) / \alpha_{ij} \right)^2, \\ p, r = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

где $\gamma = I_{\max} / (E_0 \sqrt{s})$. Учитываем, что $I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) = I_{\max} \bar{s}(i\Delta_x, j\Delta_y)$,

$$0 \leq \bar{s}(i\Delta_x, j\Delta_y) \leq 1.$$

Если $\gamma \ll 1$, то найдем нижнюю границу дисперсии как

$$D_H^I \geq \sigma^2 \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{2(p+1)} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{2(r+1)} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \alpha_{ij})^2, \\ p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Определение среднего коэффициента преобразования МИП. В этом случае оценку среднего коэффициента преобразования определим как

$$\hat{\bar{\alpha}} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \bar{\alpha}_k, \quad (12)$$

$$\text{где } \bar{\alpha}_k = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l z_k(i\Delta_x, j\Delta_y) / [E_0 (2n+1)(2l+1)].$$

Подставив (12) в (2), запишем

$$\hat{m}_{pr} = \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{r+1} E_0 s (2n+1)(2l+1) \times \\ \times \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^p j^r \frac{f(i\Delta_x, j\Delta_y)}{\sum_{k=1}^s \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l z_k(i\Delta_x, j\Delta_y)}, \quad p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Для получения статистических характеристик этой оценки воспользуемся выражениями (5), (6). При этом

$$\zeta = f(i\Delta_x, j\Delta_y); \quad \eta = \sum_{k=1}^s \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l z_k(i\Delta_x, j\Delta_y).$$

Нетрудно показать, что

$$a_0 = M\{\eta\} = E_0 s \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij}; \quad a_1 = M\{\zeta\} = \alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y);$$

$$\sigma_0^2 = s(2n+1)(2l+1)\sigma^2; \quad \sigma_1^2 = \sigma^2.$$

Следовательно, медианы и дисперсии определения моментов при условии $\sigma / (\bar{\alpha} E_0 \sqrt{s}) \ll 1$ можно записать в следующем виде:

$$M(\zeta/\eta) = \alpha_{ij} I^*(i\Delta, j\Delta) / \left(E_0 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij} \right); \quad (14)$$

$$D(\zeta/\eta) = \frac{\sigma^2}{E_0^2 \left(\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij} \right)^2} \times \\ \times \left[1 + \left(\frac{\alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) \sqrt{(2n+1)(2l+1)}}{E_0 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij}} \right)^2 \right]. \quad (15)$$

Для $\hat{m}_{pr}$ (см. (13)) с учетом (14) медианы определяются как

$$M_{pr}^{II} = \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{r+1} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^p j^r \left(\alpha_{ij} I^*(i\Delta_x, j\Delta_y) / \bar{\alpha} \right), \\ p, r = 0, 1, 2, \dots, \quad (16)$$

где $\bar{\alpha} = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij} / [(2n+1)(2l+1)]$ — средний коэффициент преобразования МИП.

Из (16) следует, что оценки медианы $\hat{m}_{pr}$ по этому способу являются смещенными; значение смещения представляет неисключенную систематическую погрешность.

После несложных преобразований, учитывая (15), можно найти дисперсии $\hat{m}_{pr}$ как

$$D_{pr}^{II} = D\{\hat{m}_{pr}\} = \sigma^2 \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{2(p+1)} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{2(r+1)} \times \\ \times \left[\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \bar{\alpha})^2 + \gamma^2 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \left(\frac{i^p j^r \alpha_{ij} \bar{s}(i\Delta_x, j\Delta_y)}{\bar{\alpha}^2 \sqrt{(2n+1)(2l+1)}} \right)^2 \right], \\ p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

При достаточно большом числе элементов МИП (n, l велики) или $\gamma \ll 1$ получим нижнюю границу дисперсии $\hat{m}_{pr}$:

$$D_H^{II} \geq \sigma^2 \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{2(p+1)} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{2(r+1)} \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \bar{\alpha})^2, \\ p, r = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Если все α_{ij} равны между собой, т. е. $\alpha_{ij} = \bar{\alpha}$ («идеальный» МИП), то из (10), (17) следует, что

$$D_{pr}^I = \frac{\sigma^2}{\bar{\alpha}^2} \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{p+1} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{r+1} \times \\ \times \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \left[i^{2p} j^{2r} + \gamma^2 \left(\frac{i^p j^r \bar{s}(i\Delta_x, j\Delta_y)}{\sqrt{s}} \right)^2 \right],$$

$$D_{pr}^{\text{II}} = \frac{\sigma^2}{\alpha^2} \left(\frac{T_x}{2n} \right)^{2(p+1)} \left(\frac{T_y}{2l} \right)^{2(r+1)} \times \\ \times \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \left[i^{2p} j^{2r} + \gamma^2 \left(\frac{i^p j^r \bar{s}(i \Delta_x, j \Delta_y)}{\sqrt{s(2n+1)(2l+1)}} \right)^2 \right].$$

Сравнив последние выражения, определим, что $D_{pr}^{\text{I}} \geq D_{pr}^{\text{II}}$, т. е. второй способ имеет преимущество по дисперсии оценки, если же $\gamma \ll 1$, то дисперсии оценок между собой становятся близкими, а методы — эквивалентными. Аналогичные результаты были получены в [3, 4], но не для оценок измерений моментов, а для оценок коэффициентов преобразования МИП. Если α_{ij} различны, то данный результат не всегда верный.

Сравним способы определения произвольных коэффициентов преобразования МИП по отношению нижних границ дисперсий $\hat{m}_{pr}$ (см. (11), (18)), т. е. когда $\gamma \ll 1$:

$$h = D_{\text{H}}^{\text{II}} / D_{\text{H}}^{\text{I}} = \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r)^2 / \left[\bar{\alpha}^2 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \alpha_{ij})^2 \right] = \\ = (2n+1)^2 (2l+1)^2 \times \\ \times \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l i^{2p} j^{2r} / \left[\left(\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij} \right)^2 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l (i^p j^r / \alpha_{ij})^2 \right], \\ p, r = 0, 1, 2 \dots \quad (19)$$

Покажем, что для вычисления момента m_{00} всегда $h \leq 1$, т. е. второй метод эффективней. Действительно, пусть $p = 0$, $r = 0$, тогда (19) для момента m_{00} примет вид

$$h = (2n+1)^3 (2l+1)^3 / \left[\left(\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij} \right)^2 \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-l}^l \alpha_{ij}^{-2} \right].$$

Перенумеруем α_{ij} всех элементов МИП с двойного индекса на одинарный, расположив их в одну строку с числом элементов в строке $K = (2n+1)(2l+1)$. Получим

$$h = K^3 / \left[\left(\sum_{i=1}^K \alpha_i \right)^2 \sum_{i=1}^K \alpha_i^{-2} \right].$$

Из неравенства Коши [6] следует, что $\sum_{i=1}^K \alpha_i^{-2} \geq K / \sqrt{\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \dots \alpha_{K-1}^2 \alpha_K^2}$, тогда $\left(\sum_{i=1}^K \alpha_i \right)^2 \sum_{i=1}^K \alpha_i^{-2} \geq K \times$ $\times \left(\sum_{i=1}^K \alpha_i / \sqrt{\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \dots \alpha_{K-1}^2 \alpha_K^2} \right)^2$. Также известно, что

$$\sum_{i=1}^K \alpha_i / \sqrt{\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \dots \alpha_{K-1}^2 \alpha_K^2} \geq K, \text{ тогда } \left(\sum_{i=1}^K \alpha_i \right)^2 \sum_{i=1}^K \alpha_i^{-2} \geq K^3,$$

$$\text{откуда следует, что } h = K^3 / \left[\left(\sum_{i=1}^K \alpha_i \right)^2 \sum_{i=1}^K \alpha_i^{-2} \right] \leq 1.$$

Для других моментов это неравенство неверно, и в зависимости от конкретного экземпляра МИП результаты могут быть различны. Для оценки величины h в этом случае используем выражение (19).

Обозначив $\alpha_{\min}$, $\alpha_{\max}$ соответственно наименьшее и наибольшее значения α_{ij} , можно записать двойное неравенство $(\alpha_{\min} / \bar{\alpha})^2 \leq h \leq (\alpha_{\max} / \bar{\alpha})^2$.

Для отношения нижних границ СКО оценок моментов рассмотренных способов имеем

$$(\alpha_{\min} / \bar{\alpha}) \leq \sqrt{h} \leq (\alpha_{\max} / \bar{\alpha}). \quad (20)$$

Значение $\sqrt{h}$ может быть как больше, так и меньше единицы в промежутке возможных значений отношений СКО:

$$\Delta = (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) / \bar{\alpha}. \quad (21)$$

Это значит, что существует зона неопределенности Δ , в которой может быть эффективен либо первый, либо второй способ. Следует учитывать, что сравнение способов проведено по нижним границам дисперсий $\hat{m}_{pr}$ при предположе-

нии, что $\gamma = I_{\max} / E_0 \sqrt{s} \ll 1$. Такое соотношение может быть в случаях, когда измеряемое оптическое излучение имеет малую интенсивность, или для определения α_{ij} проводится большое число измерений s . Если условие $\gamma \ll 1$ не выполняется, то в соответствии с (10) дисперсия $\hat{m}_{pr}$ первым способом увеличивается, а вторым способом по (17) при большом числе элементов МИП инвариантна к этому увеличению, что более выгодно при его применении.

Рассмотрим смещение медиан $\hat{m}_{pr}$ для второго способа, обусловленное разбросом α_{ij} относительно среднего коэффициента преобразования. Из (9), (16) следует, что

$$M_{pr}^{\text{I}}(\alpha_{\min} / \bar{\alpha}) \leq M_{pr}^{\text{II}} \leq M_{pr}^{\text{I}}(\alpha_{\max} / \bar{\alpha}),$$

$$p, r = 0, 1, 2, \dots,$$

откуда относительная разность значений медиан для $\hat{m}_{pr}$ определяется неравенством

$$(\alpha_{\min} / \bar{\alpha}) - 1 \leq \mu \leq (\alpha_{\max} / \bar{\alpha}) - 1, \quad (22)$$

$$\text{где } \mu = (M_{pr}^{\text{II}} - M_{pr}^{\text{I}}) / M_{pr}^{\text{I}}.$$

Очевидно, что промежуток, определяемый (22) также равен Δ .

При использовании второго способа, исходя из требований на допустимую погрешность смещения моментов, необходимо знать наибольшее и наименьшее отношения α_{ij} к среднему значению на применяемый вид преобразователя. Это позволит определить не только промежуток возможных значений μ , но и диапазон отношений СКО $\hat{m}_{pr}$ для сравнения рассмотренных способов по (21). Таким образом, универсальной характеристикой МИП, определяющей погрешность измерения моментов распределения интенсивности вследствие не идентичности коэффициентов преобразования является величина Δ , определяемая по (21).

Таблица 1
Коэффициенты преобразования МИП

i	j		
	-1	0	1
-1	1,13	1,02	0,95
0	0,98	0,94	0,8
1	1,2	0,96	0,87

Таблица 2
Отношения СКО оценок моментов двух способов определения коэффициента преобразования МИП

Моменты	$\sqrt{h}$
m_{00}	0,981
m_{10}	0,975
m_{01}	0,920
m_{11}	0,910
m_{20}	0,985
m_{02}	0,898

В качестве примера рассмотрим двухмерный МИП с числом элементов 3×3 ($n = p = 1$) с известными α_{ij} , представленными в табл. 1. Средний коэффициент преобразования такого МИП $\bar{\alpha} = 0,9833$.

Значения параметра $\sqrt{h}$ для начальных моментов $m_{00}, m_{10}, m_{01}, m_{11}, m_{20}, m_{02}$ в соответствии с (19) представлены в табл. 2. При выбранных α_{ij} , значения $\sqrt{h}$ (или h) для момента m_{00} меньше единицы, что будет всегда, а для других моментов это случайность, т. е. второй способ эффективней для всех измеряемых моментов.

Из (20) для данных, представленных в табл. 1 следует, что $\alpha_{\min} = 0,8$, $\alpha_{\max} = 1,2$, откуда получим

$0,814 \leq \sqrt{h} \leq 1,22 \Rightarrow \Delta = 0,406$, что соответствует значениям $\sqrt{h}$, представленным в табл. 2. Из (22) и табл. 1 имеем $-0,186 \leq \mu \leq 0,22 \Rightarrow \Delta = 0,406$.

Таким образом, введенная характеристика Δ и полученные формулы для погрешности измерения моментов позволяют выбрать оптимальный способ определения коэффициентов преобразования МИП.

Литература

1. ГОСТ Р ИСО 11146-1—2008. Лазеры и лазерные установки (системы). Методы измерений ширин, углов расходимости и коэффициентов распространения лазерных пучков. Ч. 1. Стигматические (гомоцентрические) и слабоастигматические пучки.
2. Арбеков В. И. и др. Поверочная установка для средств измерений ОРПЭ в поперечном сечении потока излучения импульсных лазеров // Измерительная техника. 1986. № 11. С. 27—28; Arbekov V. I. et al. Apparatus for calibration testing of means of relative energy density distribution (REDD) measurements in emission flux cross section of pulsed lasers // Measurement Techniques. 1986. V. 29. N. 11. P. 1032—1035.
3. Улановский М. В. Анализ точностных характеристик средства измерений распределения энергии в поперечном сечении пучка импульсного лазерного излучения // Метрология. 2003. № 6. С. 17—35.
4. Пат. 2009453. Многоканальное измерительное устройство / А. М. Леви и др. Изобретения. 1994. № 5.
5. Райцин А. М. Измерение отношения двух нормально распределенных случайных величин // Измерительная техника. 2012. № 9. С. 7—11; Raitsin A. M. Measurement of the ratio of two normally distributed random quantities // Measurement Techniques. 2012. V. 55. N. 9. P. 971—977.
6. Сидроян Н. М., Авоян А. М. Неравенства. Методы доказательства. М., Физматлит, 2002.

Дата принятия 18.03.2014 г.