

Критерий для обобщенной оценки широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений

О. А. ЦЫБУЛЬСКИЙ

ЗАО «ПромСервис», Димитровград, Россия, e-mail: multimer@promservis.ru

Получен критерий измерительного преобразования широкодиапазонных приборов, полоса предельной погрешности которых нормируется трехчленной формулой. Критерий позволяет получить обобщенную оценку прибора по точности и диапазону измерений.

Ключевые слова: широкодиапазонный прибор, критерий измерительного преобразования, эффективное квантование.

A criterion of measuring transformation of wide-range instruments with the limiting error band normalized by a trinomial formula has been received. The criterion allows receives the generalized assessment of instrument accuracy and measurement range.

Key words: wide-range instrument, measurement conversion criterion, effective quantization.

Для оценки точности прибора необходимо иметь информацию об изменении предельной погрешности по всему диапазону измерений. Чем шире диапазон, тем на большее количество поддиапазонов разбивают шкалу прибора, чтобы нормировать предельную погрешность. Как правило, это делают либо с помощью ряда постоянных значений относительной погрешности, либо с использованием двухчленных формул относительной погрешности, заданных в каждом поддиапазоне. Принятые в настоящее время методы нормирования предельной погрешности измерения в виде одночленной и двухчленной формул не всегда позволяют адекватно нормировать ее для широкодиапазонных измерительных приборов, у которых относительная погрешность измерения достигает минимума в середине шкалы и возрастает на краях.

В [1] предложено применять трехчленную формулу для омметров с бесконечным пределом измерений, у которых «распределение относительной погрешности по шкале измерения выражается U-образной кривой». Автор [2], анализируя эту закономерность у измерительных мостов, делает вывод, что «наиболее общим видом формулы текущей относительной погрешности δX является трехчленная формула»:

$$\delta X = X_n / X + \delta_m + X / X_b, \quad (1)$$

где X , X_n , X_b — соответственно текущее значение измеряемой величины, нижняя и верхняя границы диапазона измерения; δ_m — мультипликативная составляющая.

В (1) отражен тот факт, что δX преобразования измерительного прибора неизбежно растет не только с уменьшением измеряемой величины, но и с ее увеличением в область больших сигналов, достигая единицы при некоторых минимальном и максимальном для прибора сигналах. Если в граничных точках диапазона измерений $\delta X < 1$, то (1) принимает вид

$$\delta X = \delta_a X_n / X + \delta_m + \delta_r X / X_b, \quad (2)$$

где $\delta_a = \Delta_a / X_n$, $\delta_r = \Delta_r / X_b$ — составляющие, определяемые соответственно аддитивной погрешностью измерения Δ_a и погрешностью нелинейности Δ_r при $X = X_b$.

В [3, 4] на конкретных примерах показано, что не только для омметров, но и для других широкодиапазонных приборов (вольтметров, расходомеров) целесообразно нормировать δX в виде формулы с тремя составляющими. Причем нелинейная составляющая δX в (2) соответствует нелинейности равноугольной гиперболы. В [3, 5] описаны уравнения преобразований для аналого-цифровых преобразователей (АЦП), полоса погрешности квантования которых соответствует трехчленной формуле (2). Поскольку такие уравнения являются дробно-линейной функцией от измеряемой величины, то нелинейная составляющая погрешности δ_r названа гиперболической (дробно-линейная функция, как известно, описывает равноугольную гиперболу). Преобразование, осуществляемое этой функцией, является проективным. С расширением динамического диапазона измерений в линейном измерительном преобразователе начинают проявляться свойства проективного преобразования [6]. Аналогичная закономерность присутствует при отображении объекта в живописи, фотографии, архитектуре. Так из теории перспективы известно, что с увеличением размера объекта в глубину пространства закономерности евклидовой геометрии при его изображении сменяются закономерностями проективной геометрии. В алгебраической записи это соответствует переходу от линейного уравнения к дробно-линейному. Это же происходит и с уравнением измерений при переходе от узкого динамического диапазона к широкому, т. е. рассматриваемые закономерности достаточно общие. Такие закономерности подтверждают целесообразность применения и трехчленной формулы (2) и дробно-линейного уравнения при широкодиапазонном измерении.

На практике удобно использовать также (2) в виде [3, 4]:

$$\delta X = (\delta X_H - \delta_M) X_H / X + \delta_M + (\delta X_B - \delta_M) X / X_B, \quad (3)$$

где $\delta X_H \approx \delta_a + \delta_M$, $\delta X_B \approx \delta_r + \delta_M$ — относительные погрешности соответственно в нижней и верхней границе диапазона измерений при условии, что динамический (относительный) диапазон $D = X_B / X_H \gg 1$.

Оценка широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений. Поскольку текущая погрешность изменяется по диапазону измерений, то и оценивать точность прибора необходимо с его учетом. Для решения задачи определения совокупного показателя текущей точности и ширины диапазона прибора предлагали различные критерии. Одним из них является разрешающая способность прибора. В [7] определена разрешающая способность как «число квантов измеряемой величины, вписывающихся в полосу неопределенности результата измерения по всей длине рабочего диапазона прибора (в том числе и многопредельного)». Для аддитивно-мультипликативной полосы погрешности $\pm \Delta = \pm (\delta_a X_H + \delta_M X)$ разрешающая способность R соответствует выражению

$$R = \int_{X_H}^{X_B} \frac{dX}{2(\delta_a X_H + \delta_M X)} = \frac{1}{2\delta_M} \ln \left[\frac{D(\delta_a/D + \delta_M)}{(\delta_a + \delta_M)} \right]. \quad (4)$$

Для чисто мультипликативной полосы погрешности при $\delta_a = 0$ получим

$$R = \ln D / (2\delta_M). \quad (5)$$

Разрешающая способность R определяет количество эффективных (реальных) квантов, на которые данный прибор может разделить диапазон измерений с заданной полосой погрешности. Этот ресурс есть у прибора для проведения измерений, и чем он больше, тем точнее прибор. Как следует из сравнений (4) и (5), чисто мультипликативная полоса погрешности обеспечивает наибольшую разрешающую способность по сравнению с аддитивно-мультипликативной шкалой. Однако разрешающая способность никак не учитывает плотность распределения вероятностей измеряемой величины вдоль диапазона измерений [2]. Чем выше вероятность появления измеряемой величины в данной точке диапазона, тем выше там должна быть точность, с точки зрения информационной теории измерений.

Наиболее общей закономерностью изменения в широком диапазоне плотности вероятности различных значений одной и той же величины является закон гиперболического изменения плотности вероятности или закон логарифмически-равномерного распределения К. Шеннона.

Для оценки информационной способности приборов в [2] предложено «средней информационной погрешностью реального прибора в диапазоне измерений считать постоянную во всем диапазоне погрешность чувствительности прибора с треугольной (мультипликативной) полосой распределения погрешностей, обеспечивающего в том же диапазоне такую же информационную способность». Для логарифмически-равномерного закона получены аналитические выражения информационной способности прибора с аддитивной и мультипликативной полосами погрешности. Однако для прибора с аддитивно-мультипликативной полосой информационной способность не выражается аналитически и для ее представления использовали интерполирующие формулы.

Наиболее значимый результат получен для прибора с чисто мультипликативной погрешностью, информационная способность которого имеет вид

$$N = \ln D / (2\delta_M). \quad (6)$$

По [2] только для мультипликативной полосы погрешности информационная способность прибора (6) совпадает с его разрешающей способностью (5). При нарушении соответствия между формой полосы погрешности прибора и формой закона распределения вероятностей значений измеряемой величины, информационная способность прибора N становится всегда меньше его разрешающей способности R . Приборы с чисто мультипликативной полосой погрешности оптимальны и по R , и по N .

Таким образом, если широкодиапазонный прибор должен быть адаптирован к закону логарифмически-равномерного распределения К. Шеннона, то он должен иметь чисто мультипликативную полосу погрешности во всем диапазоне измерений. Если же для устранения избыточности квантования необходимо, чтобы погрешность квантования изменялась в диапазоне по тому же закону, что и полоса предельной погрешности, то и шкала квантования АЦП этого прибора должна быть чисто мультипликативной.

В реальном широкодиапазонном приборе чистая мультипликативность полосы погрешности всегда нарушается, и по краям диапазона измерений δX выше, чем в центральной части. Однако и закон логарифмически-равномерного распределения также справедлив только в первом приближении [2]. По краям широкого диапазона плотности вероятности уменьшается, значит относительная погрешность измерений по краям диапазона должна возрастать, что соответствует форме полосы δX , нормируемой по (2). Хотя приведенные рассуждения носят качественный характер, представляется целесообразным получить совокупную оценку широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений для полосы погрешности, нормируемой по (2). Необходимость проведения такой работы также отмечена в [2]. В [5] получено выражение для совокупной оценки широкодиапазонного прибора. Там же решена задача определения уравнения измерений широкодиапазонного прибора, погрешность квантования которого изменяется вдоль диапазона по тому же закону, что и полоса предельной погрешности прибора. Это условие без избыточного квантования. Для решения этой задачи был применен метод трансформации шкалы АЦП [8]. Согласно методу, чтобы АЦП, у которого цена деления ΔK выходного кода K изменяется по закону $\Delta K = \psi(K)$, имел шкалу измеряемой величины X , цена деления которой изменяется по закону $\Delta X = \varphi(X)$, уравнение измерения должно быть

$$\int_{X_H}^X \frac{dX}{\varphi(X)} = \int_{K_H}^K \frac{dK}{\psi(K)}, \quad (7)$$

где X_H, K_H — соответственно нижние граничные значения X и K .

Для трехчленной формулы удвоенная полоса абсолютной предельной погрешности $\pm \Delta X$ имеет вид

$$\varphi(X) = 2\Delta X = 2(\delta_a X_H + \delta_M X + \delta_r X^2 / X_B). \quad (8)$$

Для выходного кода линейного АЦП с погрешностью квантования $\pm \Delta K/2$ удвоенная полоса выражается формулой

$$\psi(K) = \Delta K = \text{const}. \quad (9)$$

Подставив (8), (9) в (7), получим уравнение измерений для широкодиапазонных приборов при условии $\delta_m^2 > 4\delta_r\delta_a X_H/X_B$:

$$(X - X_1)(X_H - X_2) = (X - X_2)(X_H - X_1) e^{\delta(K - K_H)/\Delta K}, \quad (10)$$

где $\delta = (X_1 - X_2) 2\delta_r/X_B$; X_1, X_2 — действительные корни квадратного уравнения $\delta_a X_H + \delta_m X + \delta_r X^2/X_B = 0$.

Из (10) следует, для того чтобы измерительный прибор имел шкалу квантования, изменяющуюся пропорционально полосе предельной погрешности (8), уравнение измерений должно иметь дробно-линейный вид, а применяемый АЦП — экспоненциальную (мультипликативную) шкалу квантования. Способ построения АЦП с дробно-линейной функцией преобразования рассмотрен в [9, 10].

Воспользуемся теоремой Виета и приведем (10) к более удобному виду. При $X_1 \approx -\delta_a X_H/\delta_m$, $X_2 \approx -\delta_m X_B/\delta_r$, $\delta = 2(\delta_m - \delta_a \delta_r/\delta_m D)$ получим

$$(\delta_a X_H + \delta_m X)(\delta_r + \delta_m D) = (\delta_m X_B + \delta_r X)(\delta_a + \delta_m) e^{\delta(K - K_H)/\Delta K}. \quad (11)$$

Из (11) по заданным граничным значениям диапазона измерений X_H, X_B определим необходимое количество квантов шкалы выходного кода АЦП, чтобы их число было равно полному количеству непересекающихся интервалов предельной погрешности измерительного прибора в данном диапазоне. Если число квантов (разрядность) АЦП больше, чем полное количество непересекающихся интервалов предельной погрешности, то погрешность квантования составит пропорциональную часть от предельной погрешности во всем диапазоне измерений.

Записав (11) для верхней границы диапазона измерений $X = X_B$, $K = K_B$, получим

$$N_{эф} = \ln \left[\frac{D(\delta_a/D + \delta_m)(\delta_r/D + \delta_m)}{(\delta_a + \delta_m)(\delta_r + \delta_m)} \right] / 2 \left(\delta_m - \frac{\delta_a \delta_r}{\delta_m D} \right), \quad (12)$$

где $N_{эф} = (K_B - K_H)/\Delta K$ — полное количество непересекающихся интервалов предельной погрешности измерительного прибора в диапазоне измерения, закон изменения которых вдоль него соответствует (8) или, как отмечалось выше, это количество эффективных квантов, определяющих способность прибора обеспечивать в диапазоне измерений заданную полосу погрешности.

Из этих соображений все одноименные приборы с равным $N_{эф}$ можно считать эквивалентными по способности достижения заданной точности измерений.

Сравнивая формулы (12) и (4) при условии $\delta_r = 0$, убеждаемся, что они полностью совпадают, поскольку оба выражения получены исходя из одинаковых предпосылок. Поэтому заменяем $N_{эф}$ в выражении (12) на R и рассматриваем его как критерий для оценки широкодиапазонного прибора по точности и диапазону измерений. Таким образом, на основе (11) получаем выражение для критерия R , область применения которого расширена для измерительных приборов с полосой предельной погрешности, нормируемой трехчленной формулой (2).

Поскольку рассмотрен большой динамический диапазон измерений $D = X_B/X_H \gg 1$, то (12) можно упростить:

$$R = \ln \left\{ \left(D\delta_m^2 \right) / (\delta_a + \delta_m)(\delta_r + \delta_m) \right\} / 2\delta_m. \quad (13)$$

С учетом (2), (3) приводим (13) к виду

$$R = \ln \left\{ \left(D\delta_m^2 \right) / (\delta X_H \delta X_B) \right\} / 2\delta_m.$$

Выражение $\delta_m^2 / [(\delta_a + \delta_m)(\delta_r + \delta_m)] = \delta_m^2 / (\delta X_H \delta X_B)$ позволяет оценить равномерность полосы предельной относительной погрешности по диапазону измерений. Чем ближе его значение к единице, тем равномернее полоса (в пределе для мультипликативной полосы оно равно единице).

Вывод. Таким образом, критерий разрешающей способности не только связывает основные параметры измерительного преобразования: динамический (относительный) диапазон измерений, мультипликативную составляющую относительной погрешности, относительные погрешности в граничных точках диапазона измерения, но и учитывает их трансформацию для любого преобразования, шкала предельной погрешности которого описывается трехчленной формулой (2).

Разрешающая способность дает представление о ресурсе, заложенном в конкретный прибор. При неизменной разрешающей способности можно трансформировать параметры, входящие в формулу (13), так, чтобы повысить значение важного параметра за счет менее важных. Например, повысить точность измерений, но в более узком диапазоне измерения; или изменить полосу погрешности прибора по диапазону, сохранив сам диапазон неизменным. Использование критерия (13) позволяет разработчику более осознанно достигать требуемого результата, а пользователю дает инструмент для сравнения и оценки приборов.

Л и т е р а т у р а

1. **Арутюнов В. О.** Расчет и конструирование электроизмерительных приборов. М.: Госэнергоиздат, 1956.
2. **Новицкий П. В.** Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968.
3. **Цыбульский О. А.** Аналого-цифровые преобразователи с гиперболической шкалой (теория и способы построения): Автореф. дис. на соис. учен. степ. канд. техн. наук: Ленингр. политех. институт, 1989.
4. **Цыбульский О. А.** Погрешность широкодиапазонных измерений // Законодательная и прикладная метрология. 2010. № 4. С. 5—10.
5. **Цыбульский О. А.** Инварианты измерительного преобразования // Законодательная и прикладная метрология. 2011. № 1. С. 22—26.
6. **Цыбульский О. А.** Проективные свойства широкодиапазонных измерений // Измерительная техника. 2013. № 1. С. 27—29; **Tcybulskii O. A.** Projective Properties of Wide-Range Measurements // Measurement Techniques. 2013. V. 56. N. 1. P. 37—40.
7. **Темников Ф. Е.** Автоматические регистрирующие приборы. М.: Машгиз, 1960.
8. **Цыбульский О. А.** Трансформация шкалы аналого-цифрового преобразования // V Всесоюз. симп. по модульным информационно-вычислительным системам: Тез. докл.: Кишинев, 1985. С. 229—231.
9. **Пат. № 1336240 СССР Н ОЗМ 1/48.** Способ аналого-цифрового преобразования / О. А. Цыбульский. Открытия. Изобретения. 1987. № 33.
10. **Цыбульский О. А.** Аналого-цифровое преобразование с гиперболической шкалой // Метрология. 1990. № 12. С. 9—19.

Дата принятия 11.02.2014 г.