

Литература

1. Тищенко В. А., Лукьянов В. И., Токатлы В. И. Государственный первичный эталон единицы напряженности электрического поля в диапазоне частот от 0,0003—1000 МГц // Измерительная техника. 1995. № 1. С. 4—7; Tishchenko V. A., Luk'yanov V. I., Tokatly V. I. State primary standard for the unit of electric field strength in the frequency range 0,0003—1000 MHz // Measurement Techniques. 1995. V. 38. N 1. P. 4—8.
2. Тищенко В. А. Возможности ВНИИФТРИ в международной системе калибровки средств измерений электромагнитных полей радиочастотного диапазона // Измерительная техника. 2005. № 1. С. 31—35; Tishchenko V. A. List of calibration and measurement capabilities of VNIIFTRI in the domain of measurements of electromagnetic fields // Measurement Techniques. 2005. V. 48. N 1. P. 36—41.
3. Тищенко В. А., Токатлы В. И., Лукьянов В. И. Ключевые сличения в области измерений напряженности электрического поля CCEM.RF-K-20 // Измерительная техника. 2007. № 9. С. 69—72; Tishchenko V. A., Tokatly V. I., Luk'yanov V. I. Key comparisons CCEM.RF-K-20 in the area of electric field strength measurements // Measurement Techniques. 2007. V. 50. N 9. P. 1014—1018.
4. Pythoud F. CCEM.RF-K20: Comparison of electrical field strength measurements // Metrologia. 2006. V. 43. Tech. Suppl. 01006.
5. Knight D. A., Alexander M. J. Final report on CCEM.RF-K21.F: Intercomparison of tuned dipole antenna factor at 300 MHz and 900 MHz // Metrologia. 2007. V. 44. Tech. Suppl. 01005.

6. Тищенко В. А., Токатлы В. И. О калибровке сферической антенны в поле плоского конденсатора // Измерительная техника. 1979. № 10. С. 70—71; Tishchenko V. A., Tokatly V. I. Calibration of a spherical antenna in the field of a parallel-plate capacitor // Measurement Techniques. 1979. V. 22. N 10. P. 1264—1266.

7. Лукьянов В. И. Электрическое поле источника на базе отрезка четырехпроводной линии передачи // Измерительная техника. 1991. № 7. С. 42—44; Luk'yanov V. I. Electrical field of a source based on a segment of a four-wire transmission line // Measurement Techniques. 1991. V. 34. N 7. P. 712—717.

8. Соколов И. В. Параметры измерительной биконической антенны // Измерительная техника. 1986. № 11. С. 51—52; Sokolov I. V. Parameters of a biconical measuring antenna // Measurement Techniques. 1986. V. 29. N 11. P. 1074—1077.

9. ГОСТ Р 51070—97. Измерители напряженности электрического и магнитного полей. Общие технические требования и методы испытаний.

10. ГОСТ Р 51319—99. Совместимость технических средств электромагнитная. Приборы для измерения промышленных радиопомех. Технические требования и методы испытаний.

11. ГОСТ 8.547—2000. ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений плотности потока энергии электромагнитного поля в диапазоне частот от 0,3 до 178,4 ГГц.

Дата принятия 18.06.2012 г.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

681.2.088

Измерение отношения двух нормально распределенных случайных величин

А. М. РАЙЦИН

Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия, e-mail: arcadiyram@rambler.ru

Рассмотрены условия, при которых возможно практическое применение характеристик математического ожидания и дисперсии для оценки результатов измерений отношения двух нормально распределенных случайных величин. Приведены расчетные соотношения и показано хорошее совпадение с результатами моделирования при малых относительных погрешностях измерения знаменателя отношения.

Ключевые слова: плотность вероятности, случайная величина, функция распределения, математическое ожидание, дисперсия, доверительная вероятность, доверительный интервал.

The conditions at which is possible the practical application of expectation characteristics and of variance for estimation of results of measurements of two normally distributed random quantities ratio are considered. The calculated ratios are presented and a good agreement with the simulation results at small relative errors of measurement of ratio denominator is shown.

Key words: probability density, random quantity, distribution function, expectation, variance, confidence probability, confidence interval.

Для получения результатов косвенных измерений весьма часто используется операция деления. Если рассматривать отношение двух централизованных нормально распре-

деленных случайных величин, то у него отсутствуют математическое ожидание и дисперсия. На практике это означает, что оценки таких величин будут неограниченно возрастать

по мере увеличения объема выборки наблюдаемых отсчетов. В связи с этим в качестве характеристик результатов измерений отношения рассматривают такие альтернативные параметры, как медиана распределения, доверительный интервал, энтропийное значение погрешности [1].

Известно [2], что если для какого-то распределения отношения случайных величин $\hat{x} = \xi / \eta$ существуют математическое ожидание $M = M\{\xi/\eta\}$ и дисперсия $D = D\{\xi/\eta\}$, то с точностью до величин второго порядка малости справедливы формулы

$$M = m_1 / m_2; D = (m_1 / m_2)^2 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2r), \quad (1)$$

где ξ и η имеют математические ожидания $M\{\xi\} = m_1$, $M\{\eta\} = m_2$, дисперсии $D\{\xi\} = \sigma_1^2$, $D\{\eta\} = \sigma_2^2$; $\gamma_1 = \sigma_1/m_1$; $\gamma_2 = \sigma_2/m_2$; r — коэффициент корреляции.

Ниже показано, что и отношение нецентрированных нормально распределенных случайных величин характеризуется отсутствием математического ожидания и дисперсии, т. е. непосредственное применение выражений (1) неприемлемо. Однако, если рассматривать случай малой относительной погрешности измерения знаменателя, то практически оказывается возможным использовать математическое ожидание и дисперсию в качестве статистических характеристик измерения отношения. В статье для таких характеристик получены условия, при которых возможно их применение, и показана взаимосвязь с интервальной оценкой погрешности.

В основу исследования положено соображение, что при малых погрешностях измерения основная доля площади под функцией плотности вероятности отношения находится в относительно небольшом ограниченном промежутке и для определения статистических характеристик оказывается возможным проводить интегрирование в конечных пределах, что обеспечивает их существование.

Итак, пусть результат измерения $\hat{x} = \xi / \eta$ представлен в виде отношения двух нормально распределенных случайных величин ξ и η . Предположим, что для знаменателя η выполнено условие малой относительной погрешности, т. е. $\gamma_2 = \sigma_2/m_2 \ll 1$, $m_2 \neq 0$. В этом случае для плотности вероятности $w(x)$ случайной величины $\hat{x}$ и ее функции распределения $F(x)$ известны приближенные формулы [2, 3]:

$$w(x) \approx \frac{|m_2\sigma_1^2 + (m_1\sigma_2^2 - m_2\sigma_1\sigma_2r)x - m_1\sigma_1\sigma_2r|}{\sqrt{2\pi}(\sigma_2^2x^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2rx)^{3/2}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{(m_2x - m_1)^2}{2(\sigma_2^2x^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2rx)}\right);$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x w(x)dx \approx \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{m_2x - m_1}{\sqrt{\sigma_2^2x^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2rx}}\right),$$

$$\text{где } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt.$$

Сначала предположим, что $m_1 \neq 0$. Тогда приведенные выше выражения удобно записать в виде

$$w(x) \approx \frac{|m^2\gamma_1^2 + (m\gamma_2^2 - m\gamma_1\gamma_2r)x - m^2\gamma_1\gamma_2r|}{\sqrt{2\pi}(\gamma_2^2x^2 + m^2\gamma_1^2 - 2m\gamma_1\gamma_2rx)^{3/2}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{2(\gamma_2^2x^2 + m^2\gamma_1^2 - 2m\gamma_1\gamma_2rx)}\right); \quad (2)$$

$$F(x) \approx \frac{1}{2} + \Phi\left(-\frac{x - m}{\sqrt{\gamma_2^2x^2 + m^2\gamma_1^2 - 2m\gamma_1\gamma_2rx}}\right), \quad m = \frac{m_1}{m_2}. \quad (3)$$

Из (2), (3) следует, что $\int_{-\infty}^{\infty} w(x)dx = 2\Phi(1/\gamma_2) \approx 1$ при $1/\gamma_2 \geq 3$.

Если $1/\gamma_2 = 3$, то $\int_{-\infty}^{\infty} w(x)dx \approx 0,9973$, что при нормальном за-

коне распределения считается практически достоверным событием. Тогда условием применимости формул (2), (3) будем считать $\gamma_2 = 1/z^*$, где $z^* \geq 3$. Из (3) следует, что при $\gamma_2 \rightarrow 0$ распределение отношения приближается к нормальному

закону. Нетрудно показать, что интегралы $M = \int_{-\infty}^{\infty} xw(x)dx$,

$D = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M)^2 w(x)dx$, выражающие математическое ожида-

ние и дисперсию отношения $\hat{x} = \xi / \eta$, являются расходящимися. Действительно, при больших значениях x выражение (2) эквивалентно

$$w(x) \approx \frac{1}{x^2} \frac{m|\gamma_2 - \gamma_1r|}{\gamma_2^2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\gamma_2^2}\right),$$

откуда следует расходимость упомянутых интегралов. Согласно (3) значение m является медианой распределения

$$\left(\int_{-\infty}^m w(x)dx = \int_m^{\infty} w(x)dx = \frac{1}{2}\right).$$

Рассмотрим условия, при которых основная доля площади под кривой $w(x)$ будет сосредоточена в конечном интервале $(m(1 - \varepsilon_1); m(1 + \varepsilon_2))$ относительно медианы m . Если $\hat{x} = \xi / \eta$ — точечная оценка параметра x , то можно построить доверительный интервал постоянной длины $d = \varepsilon m$, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$, в котором с заданной вероятностью α находится оценка $\hat{x}$ [4], т. е.

$$P\{m(1 - \varepsilon_1) < \hat{x} < m(1 + \varepsilon_2)\} = F(m(1 + \varepsilon_2)) - F(m(1 - \varepsilon_1)) = \alpha,$$

и получить уравнения для определения ε_1 и ε_2 .

Обозначим $\int_{-\infty}^{m(1-\varepsilon_1)} w(x)dx = \alpha_1$, $\int_{m(1+\varepsilon_2)}^{\infty} w(x)dx = \alpha_2$, где α_1, α_2 —

любые положительные числа, удовлетворяющие условию $\alpha_1 + \alpha_2 = 1 - \alpha$. Рассматривая центральный доверительный интервал, при котором $\alpha_1 = \alpha_2 = (1 - \alpha)/2$, из (3) получаем

$$\int_{m(1-\varepsilon_1)}^m w(x)dx = \int_m^{m(1+\varepsilon_2)} w(x)dx = \frac{\alpha}{2}.$$

Тогда для определения $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и d имеем два уравнения вида $\Phi(\bar{z}) = \alpha/2$, где $\bar{z}$ — их корень, и соответственно

$$\varepsilon_1 = -\frac{\bar{z}^2(\gamma_2^2 - \gamma_1\gamma_2r)}{1 - \bar{z}^2\gamma_2^2} + \frac{\bar{z}\sqrt{\beta^2 - (\bar{z}\gamma_1\gamma_2)^2(1-r^2)}}{1 - \bar{z}^2\gamma_2^2};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\bar{z}^2(\gamma_2^2 - \gamma_1\gamma_2r)}{1 - \bar{z}^2\gamma_2^2} + \frac{\bar{z}\sqrt{\beta^2 - (\bar{z}\gamma_1\gamma_2)^2(1-r^2)}}{1 - \bar{z}^2\gamma_2^2}; \quad (4)$$

$$d = \varepsilon m = \frac{2m\bar{z}\sqrt{\beta^2 - (\bar{z}\gamma_1\gamma_2)^2(1-r^2)}}{1 - \bar{z}^2\gamma_2^2}, \quad (5)$$

где $\beta = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2r}$.

При условии $\gamma_2 \ll 1/\bar{z}$ выражение (5) упрощается:

$$d \approx 2m\bar{z}\beta. \quad (6)$$

В табл. 1 и 2 в строках 5, 6 приведены рассчитанные по формуле (5) абсолютные и относительные величины d и d/m , при различных γ_1, γ_2 , указанных в строках 1, 2. Истинные значения отношения, равные медиане распределения, при расчете были приняты равными $m = 1/5$ и $m = 5$ соответственно, $\bar{z} = z^* = 3$.

Таблица 1

Результаты расчетов и моделирования при заданных γ_1, γ_2 , $m = 1/5, \sigma_1 = \sigma_2, r = 0, m_1 = 1, m_2 = 5$

1	γ_1	0,3	0,2	0,1	0,05	0,03
2	γ_2	0,06	0,04	0,02	0,01	0,006
3	$m(1 + \varepsilon_2)$	0,393	0,326	0,262	0,231	0,218
4	$m(1 - \varepsilon_1)$	0,02	0,079	0,139	0,17	0,181
5	d	0,373	0,247	0,123	0,061	0,037
6	d/m	1,865	1,235	0,615	0,305	0,185
7	σ_m	0,067	0,043	0,021	0,01	0,0062
8	$\hat{\sigma}_m$	0,061	0,041	0,02	0,0101	0,006
9	$\hat{m}$	0,201	0,199	0,2001	0,1999	0,1999
10	M	0,2002	0,1998	0,1995	0,1995	0,1995
11	$\hat{M}$	0,201	0,199	0,2001	0,1999	0,1999

Данные, представленные в табл. 1, 2 показывают, что при $\gamma_2 < 1/z^* \approx 0,333$ площадь под кривой плотности вероятностей, равная 0,9973, сосредоточена в ограниченном промежутке, шириной d ; границы промежутков указаны в строках 3, 4 таблиц.

Исходя из этого обстоятельства можно рассматривать математическое ожидание и дисперсию отношения в промежутке $(m(1 - \varepsilon_1^*); m(1 + \varepsilon_2^*))$:

$$M = \int_{m(1-\varepsilon_1^*)}^{m(1+\varepsilon_2^*)} xw(x)dx; D = \int_{m(1-\varepsilon_1^*)}^{m(1+\varepsilon_2^*)} x^2w(x)dx - M^2, \quad (7)$$

где $m(1 - \varepsilon_1^*), m(1 + \varepsilon_2^*)$ — пределы интегрирования, при

которых $\int_{m(1-\varepsilon_1^*)}^{m(1+\varepsilon_2^*)} w(x)dx \approx 1$; $\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*$ определяются (4) при $\bar{z} =$

$z^* \geq 3$.

Для приближенного вычисления интегралов (7) проведем замену переменной интегрирования

$$t = (x - m) / \sqrt{\gamma_2^2 x^2 + m^2 \gamma_1^2 - 2m \gamma_1 \gamma_2 r x},$$

откуда следует

$$x = m + m \left[(\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r) t^2 + t \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)} \right] / (1 - \gamma_2^2 t^2).$$

Таблица 2

Результаты расчетов и моделирования при заданных γ_1, γ_2 , $m = 5, \sigma_1 = \sigma_2, r = 0, m_1 = 5, m_2 = 1$

1	γ_1	0,06	0,04	0,02	0,01	0,006
2	γ_2	0,3	0,2	0,1	0,05	0,03
3	$m(1 + \varepsilon_2)$	50,09	12,56	7,173	5,897	5,515
4	$m(1 - \varepsilon_1)$	2,542	3,065	3,816	4,333	4,566
5	d	47,55	9,495	3,357	1,564	0,925
6	d/m	9,51	1,899	0,671	0,313	0,185
7	σ_m	2,76	1,22	0,525	0,257	0,153
8	$\hat{\sigma}_m$	13,9	1,27	0,518	0,252	0,155
9	$\hat{m}$	5,01	5,003	5,005	5,002	5,001
10	M	5,62	5,21	5,04	4,998	4,991
11	$\hat{M}$	6,05	5,238	5,055	5,015	5,005

Тогда после преобразований и замены пределов интегрирования получим

$$M = \frac{m}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z^*}^{z^*} \left(1 + \frac{(\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r) t^2 + t \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)}}{1 - \gamma_2^2 t^2} \right) e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (8)$$

Раскладывая $(1 - \gamma_2^2 t^2)^{-1}$ в степенной ряд при условии $|t| \leq z^* < \gamma_2^{-1}$, запишем (8) в виде

$$M = \frac{m}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z^*}^{z^*} \left(1 + \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_2^{2n} \left((\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r) t^{2n+2} + t^{2n+1} \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)} \right) \right) e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Приближенное вычисление данного интеграла с точностью до величин второго порядка малости приводит к результату

$$M \approx m \left(2 \left(1 + \gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r \right) \Phi(z^*) + (\gamma_1 \gamma_2 r - \gamma_2^2) \sqrt{2/\pi} z^* e^{-z^{*2}/2} \right). \quad (9)$$

Если $3 < z^* < 1/\gamma_2$, то $M \approx m(1 + \gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r)$.

Таким образом, математическое ожидание оценки отношения смещено относительно медианы распределения и только в пределе, когда $\gamma_2 \rightarrow 0$, совпадает с ней. Интеграл для вычисления дисперсии имеет вид

$$D = \frac{m^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z^*}^{z^*} \left(\frac{1 - \gamma_1 \gamma_2 r t^2 + t \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)}}{1 - \gamma_2^2 t^2} \right)^2 \times e^{-\frac{t^2}{2}} dt - M^2. \quad (10)$$

Раскладывая $(1 - \gamma_2^2 t^2)^{-2}$ в степенной ряд при условии $|t| \leq z^* < \gamma_2^{-1}$, запишем (10) как

$$D = \frac{m^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z^*}^{z^*} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \gamma_2^{2n} (t^{2n+2} - \gamma_1 \gamma_2 r t^{2n+2} + t^{2n+1} \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)}) \right)^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt - M^2.$$

Вычисление данного интеграла с точностью до величин второго порядка малости приводит к выражению

$$D \approx m^2 \left(4\Phi^2(z^*) (2\gamma_1 \gamma_2 r - 2\gamma_2^2 - 1) + 2\Phi(z^*) (\gamma_1^2 + 3\gamma_2^2 - 4\gamma_1 \gamma_2 r + 1) \right) +$$

$$+ m^2 z^* \sqrt{2/\pi} e^{-z^{*2}/2} \left(4\Phi(z^*) (\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r) + 4\gamma_1 \gamma_2 r - \gamma_1^2 - 3\gamma_2^2 \right). \quad (11)$$

Если $3 < z^* < 1/\gamma_2$, то (11) имеет вид $D \approx m^2 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 r)$, что совпадает с (1).

В связи со смещением M целесообразно рассматривать дисперсию оценки отношения относительно медианы распределения

$$D_m = \frac{m(1 + \varepsilon_2^*)}{m(1 - \varepsilon_1^*)} \int (x - m)^2 w(x) dx =$$

$$= \frac{m^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z^*}^{z^*} \left(\frac{(\gamma_2^2 - \gamma_1 \gamma_2 r) t^2 + t \sqrt{\beta^2 - t^2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 (1 - r^2)}}{1 - \gamma_2^2 t^2} \right)^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (12)$$

Вычисление данного интеграла с точностью до величин второго порядка малости, если $|t| \leq z^* < 1/\gamma_2$, дает

$$D_m \approx m^2 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 r) \left(2\Phi(z^*) - \sqrt{2/\pi} z^* e^{-z^{*2}/2} \right). \quad (13)$$

Если $3 < z^* < 1/\gamma_2$, то $D_m \approx m^2 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 r)$, что также в точности совпадает с (1).

Тогда для ширины доверительного интервала (6) справедлива приближенная формула

$$d \approx 2\bar{z}\sigma_m, \quad \sigma_m = \sqrt{D_m} = m \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 r}. \quad (14)$$

Нетрудно показать, что в случае $m_1 = 0$ ($m = 0$) формулы (9), (11) и (13) примут вид

$$M \approx -\frac{\sigma_1 \sigma_2 r}{m_2^2} \left(2\Phi(z^*) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} z^* e^{-z^{*2}/2} \right);$$

$$D \approx D_m \approx \frac{\sigma_1^2}{m_2^2} \left(2\Phi(z^*) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} z^* e^{-z^{*2}/2} \right).$$

Результаты численного расчета M по (9), $\sigma_m = \sqrt{D_m}$ из (13) для исходных данных, приведенных в табл. 1 и 2, представлены в строках 7 и 10. Для подтверждения этих результатов было проведено имитационное моделирование для тех же исходных данных. Были вычислены значения

$$\hat{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i; \quad \hat{m} = \sum_{i=1}^n \xi_i / \sum_{i=1}^n \eta_i; \quad \hat{\sigma}_m = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \hat{m})^2}$$

при $n = 1000$, которые приведены соответственно в строках 11, 9, 8 табл. 1, 2.

Выводы. Полученные формулы для расчета математического ожидания и дисперсии зависят от параметра z^* . Для их применения необходимо, чтобы $\gamma_2 < 1/z^*$. Чтобы уменьшить погрешности определения упомянутых характеристик, целесообразно увеличивать z^* , так как при интегрировании (8), (10), (12) учитывается все большая доля площади под кривой плотности вероятности. Однако это увеличение требует проводить измерения при меньших погрешностях γ_2 . Так, из табл. 2 при $\gamma_2 = 0,3$ следует, что рассчитанное значение σ_m и полученное в результате моделирования $\hat{\sigma}_m$ существенно отличаются (строки 7, 8). Необходимое условие применимости $\gamma_2 < 1/z^* \approx 0,333$ оказывается недостаточным для достижения приемлемой погрешности, доверительный интервал оказывается большим (строки 5, 6), но уже при $\gamma_2 = 0,2$ и менее результаты расчета и моделирования оказываются близкими. Поэтому при выборе $z^* = 3$ можно рекомендовать $\gamma_2 \leq 0,2$ для проведения измерения и расчетов.

Математические ожидания M и $\hat{M}$ (строки 10, 11) оказываются смещенными по отношению к медиане m , которую следует принимать за истинное значение измеряемого отношения. В связи с этим целесообразно рассматривать дисперсию оценки отношения относительно медианы распределения. С уменьшением погрешности γ_2 характеристики m и M , а также D_m и D соответственно сближаются и совпадают

с теоретической оценкой (1), предусматривающей наличие математического ожидания и дисперсии отношения при произвольных законах распределения числителя и знаменателя.

При малых γ_2 выражение (14) связывает доверительный интервал со средней квадратической погрешностью σ_m . Так, при $\bar{z} = z^* = 3$ имеем $d \approx 6\sigma_m$, что хорошо прослеживается в строках 5, 7 табл. 1, 2.

Л и т е р а т у р а

1. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. Т. 1. М.: Наука, 1966.
3. Котюк А. Ф., Райцин А. М. Погрешности определения параметров формы пространственного распределения излучения лазера // Измерительная техника. 1979. № 9. С. 18—20; Kotyuk A. F., Raitsin A. M. Errors in determining the mode parameters of the spatial distribution of laser radiation // Measurement Techniques. 1979. V. 22. N 9. P. 1049—1052.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Ч. 2. М.: Сов. радио, 1975.

Дата принятия 01.03.2012 г.

621.317.733

Система базисных функций измерительной цепи датчика с временным разделением каналов

В. П. АРБУЗОВ, М. А. МИШИНА

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, e-mail: avitel@pnzgu.ru

Сформулированы требования к системе базисных функций, позволяющие обеспечить временное разделение каналов в измерительных цепях датчиков. В соответствии с требованиями разработаны системы базисных функций временного разделения каналов.

Ключевые слова: система базисных функций, измерительная цепь, временное разделение каналов.

The basis functions system requirements allowing to provide the time division of channels in sensors measuring circuits are formulated. In accordance with this requirements basis functions systems of channels time division were developed.

Key words: basis functions system, measuring circuit, time division of channels.

Одна из основных составляющих погрешности преобразователя пассивных электрических величин (R , L , C) в активную величину (U или I), выполняемого на основе операционного усилителя, — погрешность, обусловленная конечным значением коэффициента усиления операционного усилителя. Эта погрешность является функцией нескольких параметров, и поэтому для ее коррекции необходима структурная избыточность, позволяющая реализовать «принцип двухканальности» либо путем пространственного или временного разделения каналов, либо их сочетания. Последний вариант характерен для тестовых методов повышения точнос-

ти [1], реализация которых так же, как и для методов пространственного разделения каналов, возможна при использовании дополнительных преобразуемых величин, что приводит к усложнению объекта измерения (параметрического преобразователя в датчиках). Методы временного разделения каналов измерительных цепей (ИЦ) датчиков [2] теоретически позволяют, по сравнению с указанными выше методами, полностью скорректировать рассматриваемую погрешность, не усложняя объект измерения — параметрический преобразователь датчика.