

ной активности радионуклида ^{60}Co в разбавленном растворе оценены участниками сличений.

Таким образом, созданная установка позволяет измерять активности гамма-излучающих радионуклидов в диапазоне $40\text{--}4\cdot 10^5$ Бк с расширенной неопределённостью менее 1 %. Установка включена в состав Государственного вторичного эталона единицы активности радионуклидов (рег. № 2.1.ZZT.0213.2016).

Л и т е р а т у р а

1. **Campion P. J.** The standardization of radioisotopes by the beta–gamma coincidence method using high efficiency detectors // Int. J. Appl. Radiat. Isot. 1959. No. 4. P. 232–248.
2. **Keighthley J., Park T. S.** Digital coincidence counting for radionuclide standardization // Metrologia. 2007. No. 44. P. S32–S35.

3. **Hwang H. Y., Park T. S., Kim K. H., Jeon W. J., Oh P. J., Lee M. K., Han K. H., Yun H. J.** An improved method of correlation counting using a bi-dimensional data acquisition system // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 1996. No. 369. P. 363–367. doi.org/10.1016/S0168-9002(96)80010-6

4. **Hwang H. Y., Park T. S., Oh P. J., Lee M. K., Lee J. M.** Standardization of ^{57}Co by MCTS technique // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 1999. No. 438. P. 340–344.

5. **Чернышев В. И., Коростин С. В., Заневский А. В., Сэпман С.В.** Цифровые методы совпадений в метрологии радионуклидов // АНПИ. 2003. № 4 (35). С. 50–56.

6. **Williams A., Campion P. J.** Measurement of the γ -sensitivity of a $4\pi\beta\text{--}\gamma$ counter // Int. J. Appl. Radiat. Isot. 1963. No. 14. P. 533–540.

Дата принятия: 07.12.2017.

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

681.2: 621.3.082.1

Теоретические основы проектирования трубчатых проточных резонаторов из кварцевого стекла

Ю. К. ТАРАНЕНКО, О. Ю. ОЛЕЙНИК, Н. А. МИНАКОВА, Е. В. ТИТОВА

Украинский химико-технологический университет, Днепр, Украина, e-mail: oleinik_o@ukr.net

Получены основные аналитические выражения для определения конструктивных характеристик трубчатых проточных резонаторов из кварцевого стекла. Выведены соотношения для вычисления амплитуды и круговой частоты колебаний. Разработана конструкция резонаторного датчика с трубчатым проточным резонатором из кварцевого стекла и исследованы формы колебаний кварцевых трубок этого резонатора. Приведены соотношения для нахождения чувствительности и оценки погрешности чувствительного элемента резонаторного датчика.

Ключевые слова: кварцевое стекло, трубчатый резонатор, вибрационный плотномер, амплитуда, колебания, чувствительность.

The main analytical expressions for determining the design characteristics of the sensitive element of tubular resonators from quartz glass, the ratio for the amplitude and the circular frequency of oscillations were obtained. The design of the resonator sensor has been developed and the vibration modes of quartz tubes were investigated. Relations for determining the sensitivity and estimating the error of the resonator sensor are given.

Key words: quartz glass, tubular resonator, vibrational densimeter, amplitude, oscillations, sensitivity.

В условиях энергетического и финансового кризисов особое значение имеет повышение эффективности промышленного производства. Резонаторные датчики по сравнению с другими датчиками с частотным выходом обладают существенным преимуществом: возможностью передачи измерительной информации на достаточно большие расстояния без применения специальных дорогостоящих устройств и каналов связи. Резонаторные датчики удобны для прецизионных измерений (погрешность 0,1–0,5 % измеряемой величины или 0,04–0,25 % верхнего предела измерения), а также для

случаев, когда необходима автоматическая обработка больших массивов информации [1]. Наличие программного обеспечения для обработки сигналов резонаторных датчиков, в частности виртуальных частотомеров (National Instruments LabVIEW, США), и использование обычных звуковых карт для преобразования частоты в цифровой код позволяют создавать эффективные измерительные системы при минимальных интеллектуальных и материальных затратах [2, 3]. Возможности пакета LabVIEW позволяют получать данные со звуковой карты персонального компьютера [4]. Развитие

парка резонаторных датчиков в результате использования новых материалов, форм чувствительных элементов, технологий производства является очень перспективным направлением в приборостроении.

Анализ литературных данных. Кварцевое стекло применяется в различных областях измерительной техники: светотехнике [5]; радиоэлектронике [6]; прецизионном приборостроении [7, 8] и др. Малая инертность к активным средам (по сравнению с металлами), плотность, значение допустимых потерь колебательной энергии – всё это делает кварцевое стекло востребованным в производстве резонаторных датчиков.

В работе [9] описано применение кварцевых резонаторов в гигрометре. Чувствительный элемент гигрометра представляет комбинированный модуль Пельтье с двумя кварцевыми резонаторами (максимальная погрешность измерений составляет менее 0,47 °C). В [10] исследованы электрические характеристики плоских кварцевых микрорезонаторов. Резонансная частота представлена как функция геометрии кварцевого микрорезонатора, толщины зазора и напряжения электрического поля. В [11] проанализированы динамические уравнения кварцевой пластины, приведён частотный анализ устойчивости кварцевых резонаторов.

Большинство работ посвящены исследованию свойств кварцевых резонаторов или проектированию измерительных приборов на их основе. Однако нет данных об использовании кварцевого стекла в качестве материала трубчатых проточных резонаторов (ТПР) в вибрационных плотномерах. Основной причиной этого является отсутствие основных аналитических уравнений для определения чувствительности ТПР к плотности протекающей среды, добротности колебательной системы, температурной погрешности и погрешности, обусловленной изменением скорости течения среды через такой резонатор. В связи с этим получение аналитических соотношений для определения основных конструктивных характеристик ТПР из кварцевого стекла, выражений для оценки точности колебательной системы является актуальной научной задачей.

Цель работы – разработка теоретических основ проектирования ТПР из кварцевого стекла для их дальнейшего применения при создании электронных схем вибрационных плотномеров. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: вывести уравнение для определения малых изгибных колебаний кварцевой трубки ТПР; разработать конструкцию резонаторного датчика, исследовать формы колебаний кварцевых трубок ТПР; получить расчётные соотношения для амплитуды и круговой частоты колебаний в ТПР; найти градуировочную характеристику ТПР для нормальных условий и выражения для определения чувствительности; повысить точность измерений вследствие уменьшения изменения температуры ТПР.

Теоретические основы конструирования ТПР из кварцевого стекла. Уравнение малых изгибных колебаний трубки. Рассмотрим малые изгибные колебания кварцевой трубки при следующих условиях. Трубка жёстко закреплена одним или двумя концами. Через трубку протекает жидкость

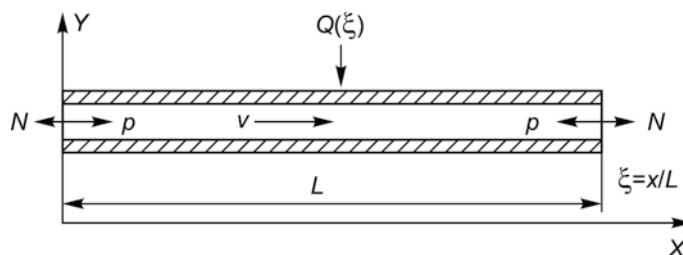


Рис. 1. Расчётная схема ТПР с одной трубкой

со скоростью v под давлением p . Введём относительную координату $\xi = x/L$, лежащую вдоль оси X и приведённую к длине L ТПР (рис. 1). Дифференциальное уравнение колебаний скорости течения среды и вынуждающей силы с учётом потерь на трение имеет вид [12]:

$$\frac{EJ}{L^4} \left(1 + i \frac{\varphi}{2\pi} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial \xi^4} + (m_{\tau} + m_{\kappa}) \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2} + \frac{2m_{\kappa}v}{L} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{m_{\kappa}v^2 - R}{L^2} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + r \frac{\partial y}{\partial \tau} = iQ(\xi)e^{i\omega_1\tau}, \quad (1)$$

где $E[1 \pm i\varphi/(2\pi)]$ – комплексный модуль упругости материала резонатора; J – статический момент инерции сечения ТПР; φ – коэффициент поглощения энергии в материале ТПР; m_{τ} – масса трубки ТПР; m_{κ} – масса контролируемой жидкости, приходящаяся на единицу длины заполненного ТПР; R – проекция растягивающей силы N на продольную ось X ; $Q(\xi)e^{i\omega_1\tau}$ – возбуждающая колебания сила на резонансной круговой частоте ω , в общем случае распределённая вдоль оси ТПР; r – коэффициент демпфирования колебаний в местах закрепления ТПР; τ – время.

Для решения уравнения (1) подставим в него соотношение

$$y = A Y(\xi) e^{i\omega_1\tau}, \quad (2)$$

где A – вычисляемая амплитуда колебаний; $Y(\xi)$ – балочная функция, определяющая форму колебаний.

Уравнение для балочной функции имеет вид [13]:

$$Y(\xi) = C_1 K_1(\alpha_i \xi) + C_2 K_2(\alpha_i \xi) + C_3 K_3(\alpha_i \xi) + C_4 K_4(\alpha_i \xi); \quad (3)$$

$$K_1(\alpha_i \xi) = [\operatorname{ch}(\alpha_i \xi) + \cos(\alpha_i \xi)]/2;$$

$$K_2(\alpha_i \xi) = [\operatorname{sh}(\alpha_i \xi) + \sin(\alpha_i \xi)]/2;$$

$$K_3(\alpha_i \xi) = [\operatorname{ch}(\alpha_i \xi) - \cos(\alpha_i \xi)]/2;$$

$$K_4(\alpha_i \xi) = [\operatorname{sh}(\alpha_i \xi) - \sin(\alpha_i \xi)]/2,$$

где $C_1 - C_4$ – постоянные, рассчитываемые условиями закрепления концов кварцевой трубки; α_i – коэффициенты, определяющие формы колебаний кварцевой трубки; $K_1(\alpha_i \xi)$, $K_2(\alpha_i \xi)$, $K_3(\alpha_i \xi)$, $K_4(\alpha_i \xi)$ – гиперболические функции форм колебаний.

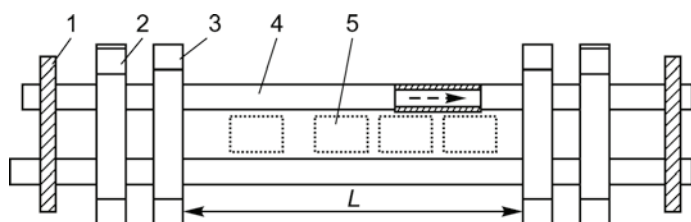


Рис. 2. Конструкция ТПР с двумя колеблющимися в противофазе кварцевыми трубками:
1 – основание корпуса; 2, 3 – неподвижные и подвижные опоры, соответственно; 4 – трубки из кварцевого стекла; 5 – система возбуждения колебаний

Начальные условия жёсткого закрепления обоих концов ТПР:

$$\xi=0, \quad \xi=1, \quad Y(\xi)=\frac{dY(\xi)}{d\xi}=0. \quad (4)$$

Подставив начальные условия (4) в балочное уравнение (3), получим

$$Y(\xi)=\operatorname{ch}(\alpha_i \xi)-\cos(\alpha_i \xi)-[\operatorname{sh}(\alpha_i)+\sin(\alpha_i) \operatorname{sh}(\alpha_i \xi)-\sin(\alpha_i \xi)] /[\operatorname{ch}(\alpha_i)-\cos(\alpha_i)], \quad (5)$$

где $C_3=1,259$; $C_4=1,237$; $\alpha_1=4,75$; $\alpha_2=7,853$; $\alpha_3=10,996$.

Конструкция и формы колебаний кварцевых трубок резонатора. Кварцевое стекло является хрупким материалом, поэтому для окончательной установки начальной частоты колебаний ТПР из кварцевого стекла необходима регулировка длины их активной (участвующей в колебаниях) части. В разработанной конструкции ТПР (рис. 2) данное условие реализуется использованием двух подвижных и двух неподвижных пережимов (опор).

Для уменьшения рассеивания энергии в опорах трубок 4 с помощью систем 5 возбуждаются колебания на резонансной частоте в противофазе. Настройка начальной частоты колебаний осуществляется перемещением подвижных опор 3. Для разгрузки трубок 4 предусмотрены неподвижные опоры 2. Таким образом, полученная конструкция является динамически сбалансированной в результате применения подвижных опор для настройки частоты колебаний.

Колебания системы из двух ТПР могут быть разных форм. С учётом уравнения упругой линии ТПР (см. (5)) были построены эпюры для колебаний первых трёх форм. Для

каждой формы колебаний приведено две эпюры: сплошной линией для одной трубки ТПР, пунктирной линией – для второй трубки (рис. 3). Полученные эпюры свидетельствуют, что с увеличением номера колебаний увеличивается количество узлов. Это при необходимости позволит ввести дополнительное крепление в защитных частях узла

Расчётные соотношения для амплитуды и круговой частоты колебаний. Подставим (5) в (2), затем (2) в (1), приравняем к нулю действительную и мнимую части и получим выражения для частоты f и амплитуды A колебаний ТПР:

$$f=\omega/(2\pi)=\lambda_i/L^2\sqrt{EJ/(m_T+m_{ж})}\times \\ \times \sqrt{1-c_i L^2(m_{ж} v^2-R)/(EJ)}; \quad (6)$$

$$A=k_Q Q / [EJ \phi / L^3 + \omega(krL + k_v m_{ж} v)], \quad (7)$$

где λ_i , c_i – постоянные, зависящие от условия закрепления концов и номера i формы колебаний; k_Q – постоянная, характеризующая влияние вынуждающей силы Q на амплитуду колебаний ТПР (зависит от конструкции системы вынуждения колебаний); k – коэффициент влияния рассеивания колебательной энергии на амплитуду колебаний ТПР (зависит от материала резонатора и потерь энергии в местах закрепления); k_v – коэффициент влияния скорости течения среды на амплитуду ТПР.

С увеличением номера формы колебаний уменьшается влияние внешнего трения, а влияние количества движения жидкости через ТПР возрастает. В таблице приведены численные значения коэффициентов для соотношений (6), (7) с учётом $\lambda_i=\alpha_i^2/(2\pi)$.

С увеличением номера формы влияние скорости течения жидкости на частоту f уменьшается. Постоянная k_Q отображает только характер влияния системы вынуждения колебаний на амплитуду. Абсолютное значение k_Q зависит от способа нормирования балочных функций (3). При переходе с первой формы колебаний на третью частота колебаний возрастает в 5,4 раза, что может быть использовано для повышения точности ТПР, технология производства которых обеспечивает их достаточную механическую стойкость.

Градуировочная характеристика ТПР из кварцевого стекла. Для получения градуировочной характеристики используем ТПР с конструктивными параметрами: длиной трубки $L=0,3$ м, наружным диаметром $D=20 \cdot 10^{-3}$ м, внутренним диаметром $d=18 \cdot 10^{-3}$ м. Градуировка проводилась при нормальных условиях. При плотности трубки кварцевого стекла $\rho_T=2200$ кг/м³ масса единицы длины трубки ТПР составит $m_T=0,25\pi(D^2-d^2)\rho_T=0,131$ кг/м. Модуль упругости кварцевого стекла $E=75 \cdot 10^9$ н/м², статический момент поперечного сечения $J=\pi(D^4-d^4)/64$. Для удобства расчёта введём постоянную ТПР $A=m_T/(0,25\pi d^2)$. Запишем соотношение для массы жидкости на единицу длины трубки ТПР $m_{ж}=0,25\pi d^2 \rho$, где ρ – массовая плотность контролируемой жидкости или газа.

Численные значения коэффициентов

i	λ_i	$c_i \cdot 10^{-2}$	$K_Q \cdot 10^{-2}$	$k \cdot 10^{-2}$	$k_v \cdot 10^{-11}$
1	3,5608	2,4577	4,0000	1,2600	8,6000
2	9,8150	1,2106	0,4600	0,1700	27,6250
3	19,2437	0,6767	0,1200	0,0400	30,0000

С учётом введённых обозначений перепишем соотношение (6) для нормальных условий (при неподвижной жидкости $c_f=0$ и постоянной температуре $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$):

$$f = f_0 \sqrt{A/(A+\rho)}; f_0 = \lambda \sqrt{EJ/m_T}/L^2, \quad (8)$$

где f_0 – начальная частота и период колебаний ТПР.

Градуировку проведём на серно-кислых растворах плотностью ρ в диапазоне $1000\text{--}1820\text{ кг/м}^3$ с шагом в 20 кг/м^3 . Для сравнения чувствительностей приведём градуировочные характеристики для колебаний трёх форм, используя данные таблицы (рис. 4).

Самая высокая чувствительность наблюдается при колебаниях третьей формы. Частота колебаний всех форм уменьшается с увеличением плотности жидкости в ТПР со скоростями $df(910)/d\rho = -0,328\text{ Гц}\cdot\text{м}^3/\text{кг}$, $df_1(910)/d\rho = -0,903\text{ Гц}\cdot\text{м}^3/\text{кг}$, $df_2(910)/d\rho = -1,771\text{ Гц}\cdot\text{м}^3/\text{кг}$, соответственно. Однако использование колебаний высшей (изгибной) формы усложняет систему возбуждения: ТПР выполняют в виде короткой трубки с металлизированной поверхностью, на концах трубки должны быть утолщения для крепления внутри корпуса.

Анализ чувствительности ТПР из кварцевого стекла.

Для оценки чувствительности ТПР с учётом ранее принятых обозначений преобразуем соотношение (8) и введём в него отношение m наружного диаметра D трубки к её внутреннему диаметру d :

$$f(\rho) = \lambda d \sqrt{E(m^4 - 1)/[(m^2 - 1)\rho_T + \rho]}/(4L^2). \quad (9)$$

Для определения чувствительности продифференцируем (9):

$$S(m) = \frac{df(\rho)}{d\rho} = \frac{\lambda d E (m^4 - 1)}{8L^2 [(m^2 - 1)\rho_T + \rho]^2 \sqrt{E(m^4 - 1)/[(m^2 - 1)\rho_T + \rho]}}. \quad (10)$$

Зависимость имеет локальный экстремум в области значений m , используемых при конструировании ТПР. Для получения аналитического выражения максимума чувствительности приравняем к нулю производную $dS(m)/dm=0$ и получим

$$m = \sqrt{(\rho - \rho_T + \sqrt{\rho^2 - 2\rho\rho_T + 4\rho_T^2})/\rho_T}. \quad (11)$$

Соотношение (11) может служить для проверки параметров конструкции ТПР ($D=20\cdot 10^{-3}\text{ м}$, $d=18\cdot 10^{-3}\text{ м}$) на оптимальность по чувствительности к плотности жидкости. Для этого рассчитаем два значения: $m=D/d=1,111$ и по формуле (11) $m=1,115$. Эти значения подставим в (10) и сравним чувствительности $S(1,111)=-1,771\text{ Гц}\cdot\text{м}^3/\text{кг}$, $S(1,115)=-1,772\text{ Гц}\cdot\text{м}^3/\text{кг}$.

Максимальная чувствительность ТПР с параметрами, рассчитанными по полученному соотношению (9), отличалась от расчётного значения (11) менее чем на $0,9\text{--}1,2\%$ для разных образцов.

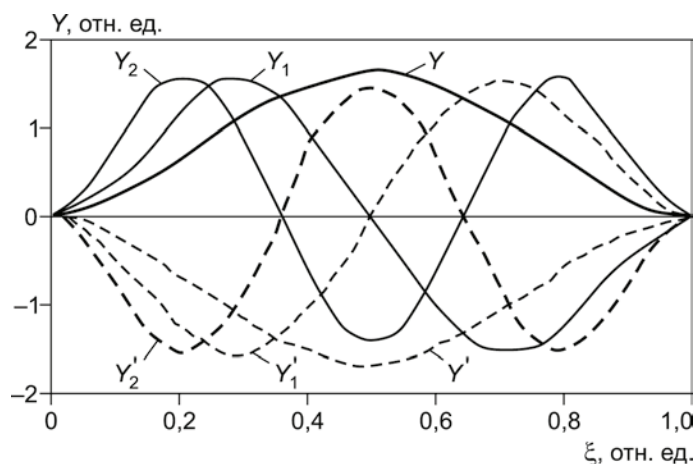


Рис. 3. Эпюры изгибных линий трубок ТПР для противофазных колебаний:

$Y(\xi)$, $Y'(\xi)$; $Y_1(\xi)$, $Y_1'(\xi)$; $Y_2(\xi)$, $Y_2'(\xi)$ – эпюры первой, второй и третьей формы колебаний для первой и второй трубок, соответственно

Погрешность ТПР, обусловленная влиянием его температуры на частоту колебаний.

Изменение температуры ТПР может влиять на частоту его колебаний соизмеримо с влиянием контролируемой плотности. Это объясняется тем, что значение температурного коэффициента модуля упругости E кварцевого стекла $\beta_E = (-7,8...8,2)\cdot 10^{-4}\text{ К}$ больше чем на порядок превышает температурный коэффициент линейного расширения кварцевого стекла $\alpha_t = 5,2\cdot 10^{-5}\text{ К}$. Значение потерь β_E реального изделия в виде трубки отличается от справочных данных [13] и изменяется в процессе эксплуатации резонатора. При этом коэффициент линейного расширения не изменяется и его значение соответствует справочному [14]. Для устранения погрешности ТПР, обусловленной влиянием его температуры на частоту колебаний, предлагается периодическое измерение коэффициента β_E реального изделия. Температурный коэффициент модуля упругости определяют по изменениям частоты колебаний ТПР при измерении температуры, а также при заполнении ТПР эталонной контролируемой жидкостью с известной плотностью. Опуская

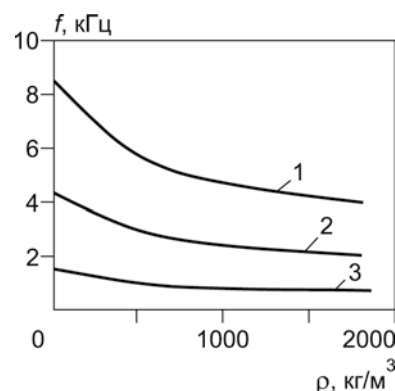


Рис. 4. Градуировочные характеристики ТПР для изгибных колебаний первых трёх форм (1, 2, 3)

промежуточные выкладки [15], приведём окончательную формулу для нахождения коэффициента β_E :

$$\beta_E = \frac{1}{\Delta t} \left[1 - \left(\frac{f^t}{f^{t_0}} \right)^2 \times \frac{(1 + \alpha_t \Delta t)^2 [A(1 - 3\alpha_t \Delta t)] + \rho^t}{A + \rho^t} \right],$$

где f^t, f^{t_0} – частоты ТПР из кварцевого стекла при температурах t, t_0 , которые заполнены жидкостью с известной приведённой плотностью ρ^t .

При технологических измерениях и товарно-учётных операциях важно знать значение приведённой к заданной температуре плотности жидкости (нефтепродуктов, масел и т. д.) при известном коэффициенте объёмного расширения β_V . С учётом текущих значений оцифрованных сигналов f и сигнала Δt частотного температурного сенсора при численном решении следующей системы уравнений можно получить значение приведённой плотности ρ в реальном масштабе времени:

$$\begin{cases} f = [1 - \vartheta(A + \gamma\rho)\Delta t / (A + \rho)] f_0 \sqrt{A / (A + \rho)}; \\ \vartheta = (\beta_E - \alpha) / 2; \\ \gamma_1 = (\beta_E + 2\alpha_t - \beta_V) / (\beta_E - \alpha_t). \end{cases}$$

Заключение. Разработаны теоретические основы проектирования ТПР из кварцевого стекла с широкой областью применения (измерения плотности жидких и газообразных сред, концентрации растворов, температурного коэффициента, модуля упругости материала).

Создана конструкция резонаторного датчика с возможностью регулировки активной (участвующей в колебаниях) части кварцевых трубок ТПР. Для этой цели в конструкции резонаторного датчика вместе с двумя неподвижными опорами для фиксации резонаторных трубок используются две подвижные опоры. Исследованы колебания кварцевых трубок ТПР разных форм и получены расчётные соотношения для амплитуды и круговой частоты колебаний ТПР. Установлено, что при переходе с первой формы колебаний на третью частота колебаний возрастает в 5,4 раза, что может быть использовано для повышения точности ТПР. Получены градуировочные характеристики для колебаний ТПР трёх форм (градуировка производилась при нормальных условиях). Самая высокая чувствительность наблюдается при колебаниях третьей формы, однако применение колебаний высшей формы усложняет систему возбуждения колебаний резонаторного датчика. Выполненная оценка чувствительности ТПР подтверждает, что его конструктивные параметры близки к оптимальным.

Л и т е р а т у р а

1. **Дивин А. Г., Пономарев С. В., Мозгова Г. В.** Методы и средства измерений, испытаний и контроля. Учебное пособие. Ч. 2. Тамбов: ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012.
2. **Суранов А. Я.** LabVIEW 7: справочник по функциям. М.: ДМК-Пресс, 2005.
3. **Батоврин В. К., Бессонов А. С., Мошкин В. В., Папуловский В. Ф.** LabVIEW: практикум по основам измерительных технологий. М.: ДМК-Пресс, 2005.
4. **Федосов В., Нестеренко А.** Цифровая обработка сигналов в LabVIEW: уч. пос. М.: ДМК-Пресс, 2017.
5. **Зверев В. А., Кривоустова Е. В., Точилина Т. В.** Оптические материалы. Ч. 2. Учебное пособие для конструкторов оптических систем и приборов. СПб: СПб НИУ ИТМО, 2013.
6. **Murozaki Y., Nogawa K., Arai F.** Miniaturized load sensor using quartz crystal resonator constructed through microfabrication and bonding // Robomech Journal. 2014. V. 1. No. 1. P. 3.
7. **Michael K., Stefan B., Ulrike W., Wolfgang S.** LED-Absorption-QEPAS Sensor for Biogas Plants // Sensors. V. 15. No. 5. P. 12092–12102.
8. **Johannes P. W., Harald M., Bernhard L.** Compact quantum cascade laser based quartz-enhanced photoacoustic spectroscopy sensor system for detection of carbon disulfide // Optics Express. 2016. V. 24. P. 6559–6571.
9. **Jing N., Jia L., Ning L., Xiaofeng M.** Dew point measurement using dual quartz crystal resonator sensor // Sensors and Actuators B: Chemical. 2017. V. 246. P. 792–799.
10. **Mouroa J., Teagnoa L., Gualdinoa A., Chua V., Conde J. P.** Electrical characterization of thin-film silicon flexural resonators in linear and nonlinear regimes of motion for integration with electronics // Sensors and Actuators A: Physical. 2016. V. 247. P. 482–493.
11. **Lingcheng K., Xuan X., Jun Z., Yuxi W., Yuntai H.** On the interaction between a quartz crystal resonator and an array of micro-beams in thickness-shear vibrations // Acta Mechanica Solida Sinica. 2015. V. 28. No. 5. P. 464–470.
12. **Бидерман В. Л.** Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980.
13. **Мазурин О. В., Стрельцина М. В., Швайко-Швайковская Т. П.** Свойства стекол и стеклообразующих расплавов. Справочник. Т. 1. Л.: Наука, 1998.
14. **Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя. Т. 1 / Под ред. И. Н. Жестковой. М.: Машиностроение, 2001.
15. **Тараненко Ю. К.** Математическая модель чувствительности дифференциального датчика плотности жидкости, на основе двух трубчатых резонаторов // Вопросы химии и химической технологии. 2006. № 5. С. 228–232.

Дата принятия: 01.08.2017.