

4. **Цыплаков А. А.** Введение в моделирование в пространстве состояний // Квантиль. 2011. № 9. С. 1–24.

5. **Шилина В. А.** Система инерциальных датчиков для навигации внутри помещений // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2015. № 4. [Электрон. журнал]: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/778220.html> (дата обращения: 01.08.2017).

6. **Полякова М. В., Соколова О. И.** Повышение точности адаптивной фильтрации на основе использования непе-

риодических точных наблюдений // Технологии разработки информационных систем ТРИС. 2016. С. 61–64.

7. **Великанова Е. П., Ворошилин Е. П.** Адаптивная фильтрация координат маневрирующего объекта при изменениях условий передачи в радиолокационном канале // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2012. № 2 (26). Ч. 1. С. 29–35.

Дата принятия: 05.10.2017.

ЛИНЕЙНЫЕ И УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

621.9.08: 531.7

Оценка погрешности координатных измерений геометрических параметров деталей на основе априорных данных

М. Ф. ДАНИЛОВ, А. П. ИВАНОВА, А. А. САВЕЛЬЕВА

*Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения,
Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия, e-mail: DanilovMF@nioer.ru*

Предложен способ оценки погрешности координатных измерений геометрических параметров деталей на основе информации, содержащейся в конструкторской и технологической документации. Априорная оценка погрешности координатных измерений необходима для оптимизации методик измерений и планирования измерений.

Ключевые слова: координатно-измерительная машина, планирование измерений.

The method of error evaluation of coordinate measurements of parts geometrical parameters based on the data, containing in design and technological documentation is proposed. An a priori evaluation of error of coordinate measurements is required for optimizing of measurement procedures and for scheduling of measurements.

Key words: coordinate measuring machine, scheduling of measurements.

Для уменьшения случайных погрешностей обычно осуществляют многократные измерения геометрических параметров деталей. В действующем стандарте [1] описана общая методика выполнения многократных измерений и обработки их результатов. При этом в [1] не определяется требуемое число измерений и рекомендуется устанавливать необходимость прямых многократных измерений в конкретных методиках измерений (МИ). При разработке соответствующих МИ и планировании измерений желательно заранее знать оценки погрешности определения контролируемых параметров. В настоящей работе предлагается способ оценки погрешности на основе априорной информации, содержащейся в конструкторской и технологической документации.

Кратко рассмотрим основные случаи, когда возникает необходимость многократных измерений: во-первых, для определения погрешности измерения; во-вторых, при решении так называемых плохо обусловленных, или неустойчивых,

задач [2], незначительные погрешности исходных данных которых приводят к большим погрешностям результатов расчётов. В данном случае под исходными данными подразумеваются координаты точек на контролируемой поверхности детали.

Примером плохо обусловленной задачи служит измерение геометрических размеров малых сегментов окружностей, цилиндров и сферических поверхностей [2]. На практике чаще всего встречается плохо обусловленная задача измерения соосности двух цилиндров, когда высота h одного (базового) много меньше его радиуса R . Это приводит к большой погрешности определения углового положения оси этого цилиндра и, соответственно, к большой погрешности измерения соосности цилиндров. Таким образом, неустойчивые задачи измерения геометрических параметров деталей определяются крупномасштабной геометрией контролируемых поверхностей, задаваемой в конструкторской документации.

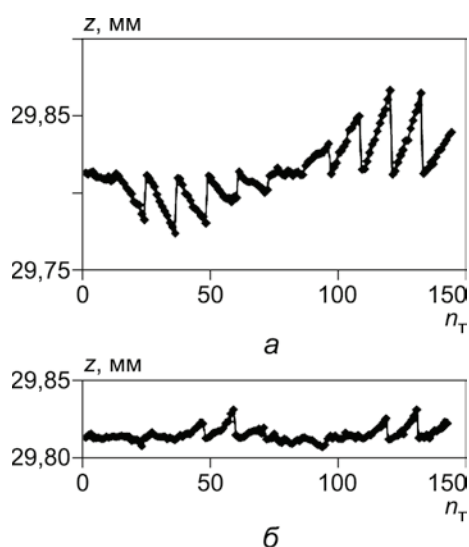


Рис. 1. Координаты точек плоскости до (а) и после (б) преобразования

Третий случай необходимости многократных измерений связан с качеством изготовления контролируемых поверхностей, которое влияет на среднее квадратическое отклонение (СКО) координат точек поверхности. Для характеристики качества реальных поверхностей принято использовать такие параметры, как неплоскостность, некруглость и нецилиндричность [3]. Отметим, что существенную роль могут играть также параметры шероховатости поверхности.

В условиях заводской лаборатории, где в основном применяются координатно-измерительные машины (КИМ), как правило, ограничено время измерений. Поэтому при координатных измерениях актуальна минимизация времени измерений при обеспечении требуемой точности [4–7]. С этой целью необходимо выбрать оптимальную стратегию измерений. Вначале требуется определить оптимальное соотношение числа точек контроля на поверхности детали и количества многократных измерений самого параметра. Для такого определения необходимо оценить СКО параметров поверхностей и контролируемых параметров детали.

Основная идея настоящей работы заключается в том, чтобы рассчитать СКО координат точек поверхности s_z с учётом параметров отклонения формы поверхности от заданной: неплоскостности δP , некруглости δO и нецилиндричности δC . В дальнейшем будем обозначать эти параметры δ , а их номинальные значения, указанные в конструкторской документации – δ_n . Погрешности измерения геометрических параметров деталей, например диаметра, непараллельности, перпендикулярности, биения, несоосности и др., определяются по известным формулам для погрешностей косвенных измерений и среднеквадратическим погрешностям (СКП) измерений координат точек на поверхности детали. Примем, что распределение координат точек контролируемой поверхности детали подчиняется нормальному закону. Кроме того, рассмотрим случай, когда СКО координат точек поверхности много больше допускаемой основной

погрешности пространственных измерений КИМ, указанной в Госреестре средств измерений [8].

Для достаточно большого числа $n_T > 50$ точек на поверхности детали, с учётом определений параметров δ из [3], априори примем, что с вероятностью 99 % СКО выражается как

$$s_T \approx 0,5\delta/2,6. \quad (1)$$

Действительно, с одной стороны, по определению в интервале δ находятся все реально измеренные точки. С другой стороны, согласно распределению Стьюдента с доверительной вероятностью 99 % результаты измерений будут принадлежать интервалу $[-2,6s_T, 2,6s_T]$ [1]. Обычно СКО оценивают на основе экспериментальных данных по формуле

$$s_{T.э} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)}, \quad (2)$$

где n – число измерений; x_i – измеренные значения; $\bar{x}$ – среднее значение.

Для подтверждения достоверности оценок, полученных по формуле (1), измерили координаты точек на поверхности типовых геометрических элементов – плоскости, сферы, цилиндра и окружности. Далее значения координат измеренных точек экспортировали в текстовый файл в формате *x,y,z,j,k*, используемом в программе PC-DMIS. В процессе предварительной обработки необходимо рассчитать координаты измеренных точек в направлении нормали N к поверхности детали. Искомые значения на плоскости получили, вычислив скалярное произведение радиус-вектора точки $P(x, y, z)$ и вектора нормали $N(i, j, k)$

$$N = xi + yj + zk, \quad (3)$$

где x, y, z – декартовы координаты точек; i, j, k – направляющие косинусы вектора нормали.

На рис. 1 представлены координаты точек до (а) и после (б) преобразования по формуле (3), соответственно.

Для сферы с координатами центра x_0, y_0, z_0 формула (3) приобретёт вид

$$N = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}.$$

В случае цилиндра используется полярная система координат, когда совпадают направления оси цилиндра и, например, оси Z . Тогда для цилиндра и окружности с координатами центра окружности или оси цилиндра x_0, y_0 получим

$$N = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}.$$

С помощью стандартных статистических функций пакета Microsoft Excel рассчитаем для массива координат N_i среднее значение N_0 , стандартное отклонение s_T , показатели эксцесса k_3 и асимметрии k_a . Для оценки существенности (значимости) параметров k_3, k_a вычислим их СКО s_3, s_a по формулам из [9]. Тогда гипотеза нормальности распределе-

ния должна быть отклонена, если не выполняются условия

$$k_3 = |\Theta|/s_3 \leq 3; k_a = |A|/s_a \leq 5. \quad (4)$$

В таблице представлены результаты оценивания и измерений (с последующей статистической обработкой) координат точек десяти типовых геометрических элементов деталей – поверхностей различной формы. Из анализа показателей эксцесса и асимметрии следует, что в трёх случаях из десяти распределение координат точек на поверхности геометрических элементов не является нормальным. По остальным семи случаям нельзя сделать определённых выводов. Поэтому провели дополнительные исследования: рассчитали оценки p_{χ^2} , $p_{\text{Ш-У}}$ по критерию χ^2 с помощью функций пакета «Microsoft Excel» и критерию Шапиро–Уилка соответственно [10] (см. таблицу).

В пяти случаях экспериментальное значение $s_{\text{т.э}}$ отличается от теоретического значения $s_{\text{т}}$ только в четвёртом знаке после запятой. В остальных случаях, включая те, когда распределение не является нормальным, эти параметры отличаются на одну единицу в третьем знаке после запятой. Если номинальное значение параметра $\delta_{\text{н}}$ согласуется с измеренным значением этого параметра $\delta_{\text{э}}$, то априорно вычисленное по формуле (1) СКО $s_{\text{ан}} \approx s_{\text{т}}$.

В серии измерений существует зависимость, которую нередко называют «правилом $\sqrt{n}$ », между СКО отдельного измерения s и арифметического среднего $s_{\bar{x}}$ [11]:

$$s_{\bar{x}} = s/\sqrt{n}. \quad (5)$$

Из правила (5) следует, что погрешность измерений вследствие действия случайных причин может быть уменьшена в $\sqrt{n}$ раз, если выполнять n измерений какой-либо величины одного размера, а в качестве окончательного результата принимать среднее арифметическое значение.

Покажем, как определяются погрешности косвенных измерений для параметров δ в зависимости от числа точек контроля $n_{\text{т}}$. Рассмотрим разложение интеграла вероятности в асимптотический ряд для больших значений случайной величины x [12]:

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x \exp(-t^2/2) dt \approx 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp(-x^2/2)}{x}. \quad (6)$$

Здесь СКО $s = 1$. Тогда разность $1 - I(x)$ представляет вероятность того, что измеренная случайная величина $\xi \in (-\infty, -x) \cup (x, \infty)$. Если принять вероятность единичного опыта равной $n_{\text{т}}^{-1}$, то $n_{\text{т}1} = (1 - I(x))^{-1}$ – это число опытов, при котором можно получить хотя бы одно значение из интервала $(-\infty, -x) \cup (x, \infty)$. При этом в качестве оценки минимального и максимального измеренных значений можно взять $-2,6s$ и $2,6s$, соответственно. Тогда из (6) выведем формулы для

Результаты оценок и измерений координат точек элементов деталей

Элемент	$\delta_{\text{н}}$, мм	$s_{\text{ан}}$, мм	$\delta_{\text{э}}$, мм	$s_{\text{т}}$, мм	$s_{\text{т.э}}$, мм	p_{χ^2}	$p_{\text{Ш-У}}$
Плоскость 1	0,01	0,002	0,009	0,002	0,002	0,815	0,143
Плоскость 2	0,02	0,004	0,012	0,002	0,003	0,735	0,013
Плоскость 3	0,02	0,004	0,026	0,005	0,004	0*	0,001*
Плоскость 4	0,02	0,004	0,031	0,006	0,006	0**	0,001**
Сфера 1	0,01	0,002	0,009	0,002	0,002	0,018	0,001**
Сфера 2	0,01	0,002	0,010	0,002	0,002	0,192	0,158
Сфера 3	0,02	0,004	0,018	0,003	0,002	0,409*	0*
Цилиндр 1	0,01	0,002	0,003	0,001	0,001	0,513	0,026
Цилиндр 2	0,02	0,004	0,027	0,005	0,006	0**	0**
Окружность	0,10	0,019	0,092	0,018	0,019	0,005*	0*

Примечание: * – не выполняется гипотеза о нормальности распределения по критериям χ^2 или Шапиро–Уилка; ** – по условиям (4).

оценки числа $n_{\text{т}}$ измерений, гарантирующих с вероятностью не меньше 0,99 относительную погрешность δ измерения параметра:

$$n_{\text{т}} = \exp(x^2/2) x \sqrt{2\pi}; d\delta = (2,6 - x)/2,6. \quad (7)$$

Здесь $d\delta$ – относительная погрешность измерения неплоскостности, некруглости, нецилиндричности. На рис. 2 представлены экспериментальные и теоретические погрешности определения неплоскостности и некруглости для различного числа $n_{\text{т}}$ точек контроля на поверхности детали. Точки 1 (квадраты) обозначают экспериментальные результаты измерения неплоскостности, усреднённые по четырём опытам. Распределение координат точек плоскости согласно неравенствам (4) не противоречит нормальному закону: $k_3 = 1,12 < 3$; $k_a = 3,68 < 5$. Точки 2 (кружки) показывают экспериментальные результаты, полученные в [4]. Здесь исследовалось влияние

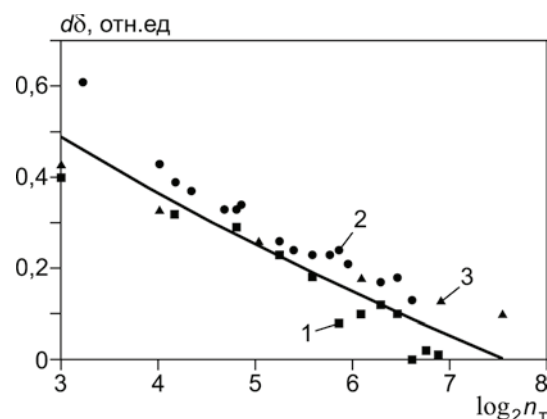


Рис. 2. Погрешности измерений определения неплоскостности и некруглости для различного числа $n_{\text{т}}$ точек контроля на поверхности детали:

1 – экспериментальные результаты измерения неплоскостности, усреднённые по четырём опытам; 2 – экспериментальные результаты, полученные в [4]; 3 – результаты математического моделирования методом Монте–Карло процесса измерения некруглости

технологической наследственности, числа и различных схем расположения точек контроля на поверхности детали на погрешность измерения неплоскостности. При этом использовались данные для поверхности, обработанной методом шлифования. Применение данного метода позволяет минимизировать погрешность измерения (по сравнению с погрешностями для поверхностей, обработанных другими механическими методами). Отметим, что случайная величина – «неплоскостность», не подчиняется нормальному закону распределения, что выявлено при проверке на нормальность с помощью критерия Пирсона [4]. Точки 3 (треугольники) представляют результаты математического моделирования методом Монте-Карло процесса измерения некруглости [6] при изучении влияния различных схем расположения точек на поверхности детали и алгоритмов аппроксимации окружностью реального профиля поверхности (показаны минимальные погрешности, полученные методом наименьших квадратов (МНК) и усреднением результатов по семи профилям).

Таким образом, из рис. 2 следует, что формулы (7) качественно точно описывают погрешности измерений неплоскостности и некруглости. Разброс результатов эксперимента и математического моделирования, на взгляд авторов настоящей статьи, обусловлен различиями характеристик поверхностей измеряемых деталей, в частности, отличиями распределений координат от нормального закона и наличием на контролируемой поверхности регулярных, периодических структур, а также различиями схем измерений и способов обработки данных.

Приведём примеры применения полученных результатов для оценки погрешностей измерения таких геометрических параметров, как непараллельность и расстояние между двумя плоскостями, в зависимости от числа точек контроля. Согласно [3] отклонение от параллельности P можно выразить в виде разности наибольшего и наименьшего расстояний между плоскостями в пределах нормируемого участка. Без существенной потери общности построим систему координат так, чтобы ось Z совпала с нормалью базовой плоскости. Тогда справедливо равенство

$$P = (Z_{1\max} - Z_0) - (Z_{1\min} - Z_0),$$

где $Z_{1\max}$, $Z_{1\min}$ – максимальное и минимальное значения координаты Z измеренных точек на контролируемой плоскости; Z_0 – координата базовой плоскости.

Примем, что СКП определения координаты Z_0 с применением МНК меньше СКП среднего значения координат точек базовой плоскости $\bar{Z}$, так как известно, что МНК даёт наименьшую дисперсию оценки [13]. Тогда с учётом (1), (5) оценка погрешности измерения непараллельности ΔP будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta P &\approx 2\Delta Z_0 + \Delta(Z_{1\max} - Z_{1\min}) < 5,2s_0/\sqrt{n} + \Delta\delta_1 = \\ &= \delta_0/\sqrt{n} + \delta_1 d\delta_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где ΔZ_0 – погрешность определения координаты Z_0 ; s_0 –

СКО координат измеренных точек базовой плоскости; δ_0 , $\delta_1 = Z_{1\max} - Z_{1\min}$ – неплоскостности базовой и контролируемой плоскостей, соответственно; $\Delta\delta_1$, $d\delta_1$ – абсолютная и относительная погрешности измерения неплоскостности (7).

Аналогично можно выразить оценку погрешности измерения расстояния между плоскостями:

$$\Delta L = \Delta Z_0 + \Delta Z_1 < 2,6s_0/\sqrt{n} + 2,6s_1/\sqrt{n} = 0,5(\delta_0 + \delta_1)/\sqrt{n}. \quad (9)$$

Если в конструкторской документации отсутствует необходимая информация о номинальном качестве изготовления поверхностей детали, то параметр δ можно оценить по предыдущим опытам. Если известны допуски на измеряемые параметры детали, то согласно стандарту [14] можно задать допустимую погрешность измерения линейного размера до 500 мм с учётом размеров детали и качеств системы допусков. Так же определяется допустимая погрешность контроля отклонений формы и расположения поверхностей [15]. Затем по формулам (7)–(9) оценивается необходимое число n_T точек контроля.

Таким образом, получили простые формулы (8), (9) для оценки погрешностей измерений непараллельности и расстояния между плоскостями в зависимости от числа точек контроля и параметра отклонения формы поверхности от заданной. Зависимости (8), (9) необходимы для планирования измерений геометрических параметров деталей на КИМ. Подобным образом, но с использованием более сложных формул оцениваются погрешности измерений других геометрических параметров. Отметим, что оценки погрешностей измерений выполнены в предположении нормальных законов распределения координат точек поверхности. При этом во всех рассмотренных случаях, включая те, когда измеренные координаты не подчиняются нормальному закону распределения, отличия оценок СКО по предложенной (1) и классической (2) формулам не превышают 0,001 мм. Вопросы влияния регулярных структур, которые определяются технологическими процессами изготовления детали, на погрешности измерения и построение оптимальных схем расположения точек контроля на поверхности [4–7] выходят за рамки настоящей работы.

Л и т е р а т у р а

1. **ГОСТ Р 8.736–2011.** Измерения прямые и многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.
2. **Суслин В. П., Джунковский А. В.** Применение метода регуляризации для решения плохо обусловленных задач координатных измерений // Измерительная техника. 2009. № 7. С. 23–26.
3. **ГОСТ Р 53442–2015.** Характеристики изделий геометрические. Установление геометрических допусков. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения.
4. **Чевелева А. О., Болотов М. А.** Исследование влияния технологической наследственности на формирование методики выполнения измерения на координатно-измерительной машине при выявлении неплоскостности

деталей авиастроения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2012. № 5 (36). С. 118–124.

5. **Wilhelmi R. G., Hocken R., Schwenke H.** Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement. Amsterdam: Elsevier, 2003. P. 553–563.

6. **Maheshwari N.** On the selection of CMM based inspection methodology for circularity tolerances. Amsterdam: Elsevier, 2001.

7. **Flack D.** CMM measurement strategies // NPL Measurement good practice guide. 2001. №41. P. 99.

8. **Государственный реестр средств измерений.** Машины трехкоординатные измерительные GLOBAL. Регистрационный № 22428-05 от 21.08.2005.

9. **Львовский Е. Н.** Статистические методы построения эмпирических формул. М.: Высшая школа, 1988.

10. **Shapiro S. S., Wilk M. B.** An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples) // Biometrika. 1965. V. 52. No. 3/4. P. 591–611.

11. **Селиванов М. Н., Фридман А. Э., Кудряшова Ж. Ф.** Качество измерений: Метрологическая справочная книга. Л.: Лениздат, 1987.

12. **Двайт Г. Б.** Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. М.: Наука, 1977.

13. **Шеффе Г.** Дисперсионный анализ / Пер. с англ. М.: Физматгиз, 1963.

14. **ГОСТ 8.051–81.** Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм.

15. **ГОСТ 28187–89.** Отклонения формы и расположения поверхностей. Общие требования к методам измерений.

Дата принятия: 22.09.2017.

531.7: 681.2.08

Исследование погрешности фильтрации неровностей поверхности сплайновым пространственным фильтром

В. В. ПОРОШИН¹, Д. Ю. БОГОМОЛОВ¹, В. Г. ЛЫСЕНКО²

¹АНО ВО «Международный институт экономики и менеджмента», Москва, Россия, e-mail: vporoshin@mail.ru

²Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы, Москва, Россия, e-mail: lysenko@vniims.ru

Описаны результаты алгоритмической и программной реализации международного стандарта ISO 25178-2:2012. Проведён численный анализ погрешностей сплайнового пространственного фильтра в сравнении с результатами пространственного фильтра Гаусса. Определены рекомендуемые параметры фильтра. Алгоритмы и аналитическое программное обеспечение разработаны в ходе исследований отечественной эталонной базы в области пространственной 3D-фильтрации неровностей поверхности.

Ключевые слова: текстура поверхности, пространственная 3D-фильтрация, международный стандарт, программная реализация.

Paper describes the results of the algorithmic and software realization of newly adopted international standard ISO 25178-2:2012. The numerical analysis of spline spatial filter error in comparison with Gaussian spatial filter is performed. The recommended values for filter parameter are defined. Algorithms and analytical software are designed during the research concerning the development of Russian etalon base in the field of spatial 3D filtration of surface texture.

Key words: surface texture, spatial 3D filtration, international standard, software realization.

Одним из важнейших этапов параметрической оценки текстуры поверхности является выделение конкретного вида неровностей (волнистости, шероховатости, субшероховатости). Параметрическая оценка отдельных видов неровностей необходима для определения в дальнейшем их влияния на функциональные характеристики готовых изделий. Для решения данной задачи традиционно используют фильтры – механические, электрические и цифровые [1, 2].

В современных измерительных системах наибольшее распространение получил цифровой фазокорректирующий фильтр, имеющий гауссову форму весовой функции [3]. Основные недостатки фильтра Гаусса: заметное искажение профиля вблизи границ (пограничные эффекты), низкая эффективность подавления формы, затухающие волнообразные возмущения вблизи аномальных единичных выступов и впадин [4]. Для уничтожения единичных впадин применяют робастные варианты фильтра Гаусса.