

Усовершенствование методики оценивания тепло- и массопереноса линейного участка трубопроводной сети на основе статического режима ее функционирования

Р. А. ШТЫКОВ

Муромский институт Владимирского государственного университета, Муром, Россия,
e-mail: ipmrroman@yandex.ru

Предложена модифицированная квазиодномерная модель массопереноса, применение которой позволяет точнее прогнозировать параметры функционирования трубопроводной сети водяного теплоснабжения.

Ключевые слова: тепловая сеть, модель, теплоснабжение, массоперенос.

The modified quasionedimensional model of mass transfer allowing to predict more accurately the functioning parameters of water heat supply pipeline network is suggested.

Key words: thermal network, model, heat supply, mass transfer.

С увеличением протяженности сетей теплоснабжения и их мощностей становится актуальной проблема экономии материалов, энергии и энергоносителей. Ее решение связано с разработкой более совершенных математических моделей объектов, способов и алгоритмов их построения. Ниже предложена модель тепло- и массопереноса на линейном участке трубопроводной системы и получено ее аналитическое представление для статического режима функционирования трубопровода. Применение такой модели позволяет точнее прогнозировать и оперативно управлять трубопроводной сетью водяного теплоснабжения.

Для описания движения жидкости и газа в трубопроводах часто используют квазиодномерную модель Н. Е. Жуковского, построенную на основе законов сохранения импульса и массы транспортируемой среды. С учетом гравитации, действие которой зависит от изменения нивелирной высоты $y(x)$, модель можно описать как

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x} \frac{w^2}{2} + \rho g \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\lambda |w|}{2D} \rho w; \\ -\partial p / \partial t &= \eta^2 \partial(\rho w) / \partial x, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где p , ρ , w — средние статическое давление, плотность и скорость среды в сечении x в момент времени t ; g — ускорение свободного падения; λ — коэффициент сопротивления трению; D — внутренний диаметр трубопровода; η — коэффициент, учитывающий сжимаемость жидкости и деформируемость стенки, $\eta = [\rho_0/k_b + 2R_0\rho_0/(E_T\delta)]^{-1/2}$; ρ_0 — плотность жидкости в состоянии покоя; $k_b = \rho_0\Delta p/\Delta\rho$ — модуль упругости транспортируемой среды; $\Delta\rho$, Δp — отклонения давления и плотности от их значений в состоянии покоя; E_T — модуль Юнга материала трубопровода; δ , R_0 — толщина стенки и внешний радиус трубопровода.

При изучении медленных процессов изменением радиуса трубопровода можно пренебречь и принять $\eta^2 = c^2 = \partial\rho/\partial p$, где c — скорость звука (малых возмущений давления) в транспортируемой среде.

В модели Н. Е. Жуковского, как следует из (1), не учтен фактор переменности температуры жидкости. Поэтому целесообразно к модели добавить уравнение сохранения энергии движущейся жидкости. Энергию единичного объема движущейся жидкости можно представить в виде $\rho(\epsilon + w^2/2)$, где $\rho\epsilon = \rho C_b T$ — внутренняя (тепловая) энергия единичного объема жидкости; C_b — приведенная теплоемкость жидкости; $\rho w^2/2$ — кинетическая энергия единичного объема движущейся жидкости.

Уравнение сохранения внутренней (тепловой) энергии единичного объема движущейся жидкости имеет вид

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = E_{\text{вн}} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_0 \frac{\partial T}{\partial x} \right) + E_t - \frac{k_{\text{ср}}(T - T_{\text{ОС}}) \bar{S}_0}{S}. \quad (2)$$

Здесь $E_{\text{вн}}$ — удельная мощность внутренних источников теплоты (энергии); второе слагаемое в правой части равенства характеризует диффузионный перенос тепла согласно закону Фика; E_t — тепловая энергия жидкости, приобретенная при переходе кинетической энергии в тепловую из-за ньютоновского вязкого трения (диссипации); последнее слагаемое отражает теплообмен между жидкостью в трубопроводе единичной длины и окружающей средой, температуры которых соответственно T и $T_{\text{ОС}}$ [1]; $k_{\text{ср}}$ — эффективный коэффициент теплообмена между жидкостью, начиная от оси ее течения, стенкой трубопровода, изоляцией и окружающей средой; S — площадь внутреннего поперечного сечения цилиндрического трубопровода; $\bar{S}_0$ — приведенная к единичной длине площадь внешней поверхности трубопровода с учетом его ребер и неровностей.

Уравнение для кинетической энергии движущейся жидкости в квазиодномерном представлении получают умножением уравнения сохранения импульса на среднюю скорость w расхода жидкости:

$$w \frac{d(\rho w)}{dt} = -w \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \frac{dy}{dx} - \frac{\rho \lambda |w| w^2}{2D}. \quad (3)$$

Здесь слагаемые в правой части равенства описывают работу сил давления, гравитации и трения; последнее равно E_t . Левая часть (3) допускает преобразование с привлечением уравнения сохранения массы в первичной форме $\partial \rho / \partial t + \partial \rho w / \partial x = 0$. Поэтому (3) принимает вид

$$\frac{\partial \rho w^2}{2 \partial t} + \frac{\partial \rho w^3}{2 \partial x} = -w \frac{\partial p}{\partial x} - w p g \frac{dy}{dx} - E_t.$$

Почленно складывая (2) и (3), получаем уравнение сохранения полной энергии движущейся жидкости

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(\varepsilon + w^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial \rho w(\varepsilon + w^2/2)}{\partial x} = \\ = -w \frac{\partial p}{\partial x} - w p g \frac{dy}{dx} + E_{\text{ВИ}} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_0 \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{k_{\text{ср}}(T - T_{\text{ОС}}) \bar{S}_0}{S}. \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) отсутствует энергия диссипации из-за ньютоновского трения, поскольку кинетическая энергия единичного объема жидкости перешла во внутреннюю энергию.

Чтобы убедиться в достоверности (4), для сравнения приведем уравнение сохранения энергии в статическом режиме движения сжимаемой среды [2]:

$$\frac{k_{\text{ср}}(T_{\text{ОС}} - T) \pi D}{S \rho w} = \frac{d(C_p T)}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\rho} \right) + g \sin \alpha + \frac{d}{dx} \frac{w^2}{2}.$$

Здесь левая часть уравнения отражает среднеинтегральное количество теплообмена между единичной массой газа температурой T и окружающей средой с постоянной по времени температурой $T_{\text{ОС}}$; площадь единичной длины цилиндрической трубы принята равной πD ; массовая скорость потока составляет $S \rho w$; изменение нивелирной высоты оси трубопровода по длине имеет вид $\sin \alpha$, где α — наклон трубопровода.

При соответствующих начальных и граничных (краевых) условиях по искомым p , T и w (или Q) можно сформулировать статическую и динамическую задачи для отдельного участка трубопровода. Система дифференциальных уравнений в стационарном режиме движения упрощается:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dp}{dx} &= \frac{\rho \lambda |w| w}{2D} + \rho g \frac{dy}{dx} + \rho \frac{d}{dx} \frac{w^2}{2}; \\ S \rho w &= \text{const}; \\ \frac{\partial \rho w(\varepsilon + w^2/2)}{\partial x} &= -w \frac{\partial p}{\partial x} - w p g \frac{dy}{dx} + E_{\text{ВИ}} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(k_0 \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{k_{\text{ср}}(T - T_{\text{ОС}}) \bar{S}_0}{S}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Представим пример использования данной системы для решения задачи тепло- и массопереноса на линейном участке сети — элементарном участке трубопровода заданной длины l . Внутренний диаметр D участка и его коэффициент сопротивления трению λ примем постоянными. На входе участка зададим начальные статическое давление p_n , скорость w_n и температуру T_n жидкости. Также известны постоянные в системе уравнений (5). Требуется найти давление p_k , скорость w_k и температуру T_k жидкости в конце участка.

Для решения задачи примем следующие допущения.

1. Сечение жидкости постоянное и равное площади поперечного сечения трубопровода, т. е. $S = \text{const}$, жидкость не имеет свободной поверхности.

2. Жидкость малосжимаемая, т. е. изменения плотности жидкости в зависимости от изменения давления, нивелирной высоты и температуры пренебрежимо малы ($\rho \approx \text{const}$).

3. Нивелирная высота известна.

4. Внутренние источники теплоты отсутствуют ($E_{\text{ВИ}} = 0$).

5. Теплообмен, связанный с продольной диффузией теплоты, пренебрежимо мал.

6. Температура окружающей среды и приведенная теплоемкость жидкости постоянные ($T_{\text{ОС}} = \text{const}$, $C_p = \text{const}$).

7. Труба цилиндрическая без ребер, $\bar{S}_0 = \pi D$; $S = \pi D^2/4$.

С учетом этих допущений преобразуем систему (5). Согласно допущениям 1 и 2 из второго уравнения в (5) имеем $w = \text{const}$. В связи с этим и согласно допущению 3 первое уравнение принимает вид

$$-dp/dx = \lambda Q^2 \rho / (2DS^2) + \rho g dy/dx, \quad (6)$$

где $Q = Sw$ — объемный расход жидкости.

При известном начальном давлении p_n на входе в участок интегрируем (6) от 0 до l и получаем формулу для давления в конце участка

$$p_k = p_n - \lambda Q^2 \rho l / (2DS^2) + \rho g dy/dx.$$

Согласно $w = \text{const}$ и допущениям 4—7 уравнение (4) сохранения полной энергии приведем к виду

$$\rho w C_p \frac{dT}{dx} = -w \frac{dp}{dx} - w p g \frac{dy}{dx} - \frac{4k_{\text{ср}}(T - T_{\text{ОС}})}{D}. \quad (7)$$

Подставим (6) в (7), после преобразований найдем

$$\frac{dT}{dx} + \frac{\pi k_{\text{ср}} D}{\rho Q C_p} \left(T - T_{\text{ОС}} - \frac{\lambda Q^3 \rho}{2\pi k_{\text{ср}} D^2 S^2} \right) = 0. \quad (8)$$

В технической литературе постоянное соотношение $Sh = \pi k_{\text{ср}} D / (\rho Q C_p)$ называют коэффициентом В. Г. Шухова.

Граничным условием уравнения (8) служит $T(0) = T_n$, тогда его решением будет выражение

$$T_k = T_{\text{ОС}} + \frac{\lambda Q^3 \rho}{2\pi k_{\text{ср}} D^2 S^2} + \left(T_n - T_{\text{ОС}} - \frac{\lambda Q^3 \rho}{2\pi k_{\text{ср}} D^2 S^2} \right) \exp(-Shl),$$

которое является обобщением формулы Шухова с учетом работы силы давления для движущейся жидкости в поле силы гравитации.

Таким образом, в данной работе область применения квазиодномерной модели Н. Е. Жуковского расширена на случай наклонного трубопровода и учтена теплопроводность транспортируемой жидкости, благодаря чему падение давления выражается обобщенной формулой В. Г. Шухова.

Л и т е р а т у р а

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
2. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука. 1976.
3. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Математическое моделирование трубопроводных сетей и систем каналов. Методы, модели и алгоритмы. М.: МАКС Пресс, 2007.

Дата принятия 04.05.2012 г.