

Погрешность работы предложенных устройств для фиксации статора преобразователя круговых перемещений при необходимости можно учесть и снизить. Для этого на статор преобразователя устанавливают автоколлимационное зеркало и с помощью автоколлиматора измеряют его поворот вокруг оси Z, т. е. оси собственного вала.

**Заключение.** Устройства для фиксации статора преобразователя угла поворота вала в код, обеспечивающие статору все степени подвижности, кроме разворота вокруг собственной оси, позволяют сопрягать преобразователь с валами вращающихся элементов станков и машин при эксплуатации либо с валами эталонных преобразователей при их метрологическом контроле более технологично и точно по сравнению с компенсационными муфтами.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (субсидия № 074-401).

#### Л и т е р а т у р а

1. **Каталог** продукции фирмы СКБ ИС [Электрон. ресурс]. <http://www.skbis.ru> (дата обращения: 09.09.2014 г.).

2. **Каталог** продукции фирмы Heidenhain [Электрон. ресурс]. <http://www.heidenhain.ru> (дата обращения: 23.07.2015 г.).

3. **Гродецкий Ю. А., Дукаревич Ю. Е., Иванов Ю. М., Синицын А. С.** Абсолютные высокоточные датчики угла нового поколения // Измерительная техника. 2012. № 9. С. 22—25.

4. **Латыев С. М.** Компенсация погрешностей в оптических приборах. Л.: Машиностроение, 1985.

5. **Иванов Б. Н.** Фиксирующее устройство круговых измерительных преобразователей // Оптико-механическая промышленность. 1984. № 6. С. 49—51.

6. **А. с. 1647224 РФ.** Устройство для ограничения поворота статора преобразователя круговых перемещений / А. Л. Гореев, С. С. Митрофанов, С. М. Латыев, С. М. Колосков, Г. В. Егоров // Открытия. Изобретения. 1991. № 17.

7. **Латыев С. М.** Конструирование точных (оптических) приборов. СПб., Политехника, 2007.

8. **Панов В. А., Кругер М. Я., Кулагин В. В.** Справочник конструктора оптико-механических приборов. Л.: Машиностроение. 1980.

Дата принятия 17.12.2014 г.

## ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

518.6:536.6

# Методика дистанционного контроля изотропных материалов путем редукции кубоида ИК-изображений

**И. Н. ИЩУК<sup>1</sup>, В. В. ОБУХОВ<sup>2</sup>, А. В. ПАРФИРЬЕВ<sup>1</sup>, А. М. ФИЛИМОНОВ<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Военно-воздушная академия имени проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, Воронеж, Россия, e-mail: flyfil87@mail.ru

<sup>2</sup>Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева, Королев, Россия, e-mail: Vladimir.obukhov@rsce.ru

Приведена методика дистанционного контроля изотропных материалов путем постановки прямой задачи теплопроводности на основе решений дифференциального уравнения теплопроводности со сложными граничными условиями и коэффициентной обратной задачи для оценки теплофизических параметров материалов.

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение теплопроводности, теплофизические параметры, математическое моделирование, тепловая томограмма.

The procedure of remote control of isotropic materials by the direct definition of heat conduction problem based on the solution of differential equation of heat conductivity with complex boundary conditions and solution of coefficient inverse heat conductivity problem for estimation of thermophysical parameters of materials are presented.

**Key words:** differential equation of heat conductivity, thermophysical parameters, mathematical modeling, thermal tomogram.

В последнее время в теории и практике исследований теплообменных процессов, в проектировании и моделировании тепловых режимов технических систем интенсивно

развивается направление, основанное на принципах обратных задач теплопроводности. Особое распространение такие методы получили при экспериментальном изучении не-

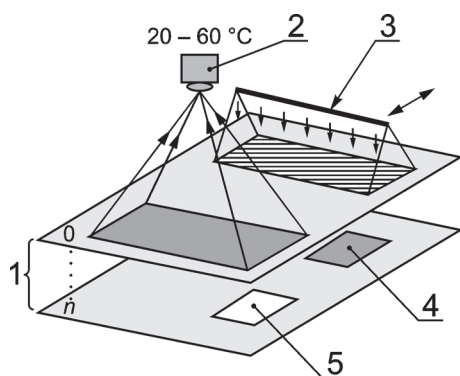


Рис. 1. Схема получения кубоида ИК-изображений:

1 — изотропная среда; 2 — тепловизионный приемник; 3 — источник импульсного ИК-нагрева поверхности изотропной среды; 4 — теплоизоляционный материал; 5 — сверхтеплопроводный материал

стационарных тепловых процессов для дистанционного определения теплофизических параметров (ТФП) изотропных материалов при помощи тепловизионной аппаратуры, работающей в диапазоне инфракрасного (ИК) излучения 8—12 мкм.

Немалое внимание уделяется методике получения пространственно-временного распределения радиационных температур (кубоида ИК-изображений), заключающейся в применении активного теплового импульсного нагрева исследуемой поверхности от источника ИК-излучения до температуры, соответствующей верхнему пределу чувствительности тепловизионного приемника, и регистрации им радиационной температуры в процессе активного нагрева и остывания в пределах своего пространственного разрешения [1, 2]. Модельная ситуация получения указанного кубоида представлена на рис. 1.

Рассмотрим практический пример численного решения задачи редукции кубоида ИК-изображений, относящейся к классу вычислительной теплофизики, общая постановка которой приведена в [1]:

$$A_{\xi}^{-1}(T_r) = f,$$

где  $A_{\xi}^{-1}$  — регуляризованный по параметру  $\xi$  обратный оператор;  $T_r$  — кубоид ИК-изображений, полученный при помощи тепловизионного приемника;  $f$  — тепловая томограмма (пространственное распределение ТФП изотропной среды).

Решение задачи редукции кубоида приведем в виде алгоритма.

**Шаг 1.** Постановка прямой задачи теплопроводности, описывающей распространение теплоты в изотропной среде, с граничными условиями II-го и III-го рода [3—5]:

$$C \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad } T); \quad (1)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{x=0} - \alpha T_n = -q(\tau), \quad (2)$$

где  $C = \rho c$ ,  $\rho$  — плотность;  $c$  — теплоемкость;  $T$  — избыточная температура;  $\tau$  — время;  $\lambda$  — теплопроводность;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_n$  — температура поверхности среды;  $q$  — плотность теплового потока;  $z$  — пространственная координата в глубину.

Для построения математической модели, адекватно отражающей процесс распространения тепла в изотропной среде на основании (1), (2), используем одномерное дифференциальное уравнение теплопроводности, и с учетом допущения  $\partial C / \partial x \equiv 0$  представим его в виде разностной аппроксимации [3]:

$$(T_{n+1}^{k+1} - T_n^k) / \Delta \tau = \sum_{i=1}^3 \Lambda_{ii} (\eta T_{n+1}^{k+1} + (1 - \eta) T_n^k),$$

где  $T_n^k$  — значение температуры на  $k$ -м отсчете по времени и  $n$ -м отсчете в пространстве (сеточная функция);  $\Lambda_{ii}$  — разностный оператор;  $\Lambda_{ii} T_n^k = a (T_{n+1}^k - 2T_n^k + T_{n-1}^k) / \Delta z^2$ ;  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $\eta$  — весовой коэффициент,  $\eta = 0$  — явная схема,  $\eta \neq 0$  — неявная схема (Кранка — Николсона).

Для аппроксимации граничных условий (2) используем выражение [4]:

$$\begin{aligned} -\lambda \left[ \frac{T_n^k - T_{n+1}^k}{2} \right] \frac{T_n^k - T_{n+1}^k}{\Delta z} - \alpha [T_n^k] T_n^k = \\ = -q[k\Delta\tau] + \frac{\lambda [T_n^k] \Delta z}{2a [T_n^k]} \frac{T_n^{k+1} - T_{n+1}^k}{\Delta \tau}, \end{aligned}$$

где

$$q(\tau) = \begin{cases} [1 - \exp(-\tau/\beta_1)]E, & \tau \leq \tau^*; \\ \exp[-(\tau - \tau^*)/\beta_2]E, & \tau > \tau^*; \end{cases}$$

$\beta_1, \beta_2$  — параметры релаксации теплового потока на стадии нагрева и остывания;  $E$  — энергетическая светимость ИК-излучателя;  $\tau^*$  — время теплового воздействия.

Пусть решение данной задачи разностными схемами имеет вид  $T_1[\Psi]$ , где  $\Psi$  — вектор параметров математической модели, описывающей распространение теплоты в изотропной среде.

**Шаг 2.** Численная оценка пространственного распределения теплового потока, приходящегося на поверхность изотропной среды (множество точек ИК-изображения  $G_0$ , формируемого тепловизионным приемником), которая получается решением оптимизационной задачи, минимизирующей невязку  $J$  между данными дистанционно-измеренных термодинамических значений температур и рассчитанных на

основе указанной в шаге 1 математической модели с применением эталонного материала с известными ТФП в каждой точке ИК-изображения  $G_0$ . Таким образом, обратную задачу в экстремальной постановке можно свести к минимизации невязки температур в евклидовой метрике:

$$\{J_{G_0}[\mathbf{q}] = \|\mathbf{T}_1[\Psi:\mathbf{q}] - \tilde{\mathbf{T}}^a\|^2\} \rightarrow \min_{\mathbf{q}} \quad (3)$$

где  $J_{G_0}$  — матрица значений невязки температур;  $\mathbf{q}$  — матрица значений плотности теплового потока от инфракрасного источника нагрева;  $\mathbf{T}_1$  — матрица значений температур, полученная в результате численного решения прямой задачи теплопроводности разностными схемами;  $\tilde{\mathbf{T}}^a$  — матрица значений радиационных температур эталонного материала, измеренных тепловизионным приемником.

Шаг 3. Решение коэффициентной обратной задачи теплопроводности (КОЗТ) на основе построенной математической модели для оценки  $\lambda$  и  $a$  исследуемой среды в каждой точке пространственного разрешения тепловизионного приемника с учетом оцененного значения плотности теплового потока  $\hat{\mathbf{q}}$ . Аналогично (3) численно оценивают значения ТФП верхнего слоя исследуемой среды минимизацией невязки температур в заданных пределах  $a_{\min} < a_1 < a_{\max}$ ,  $\lambda_{\min} < \lambda_1 < \lambda_{\max}$ :

$$\{J_{G_0}[\mathbf{f}_1] = \|\mathbf{T}[\Psi:\mathbf{f}_1] - \tilde{\mathbf{T}}\|^2\} \rightarrow \min_{\mathbf{f}_1} \quad (4)$$

где  $\mathbf{f}_1 = [a_1, \lambda_1]$ ;  $\tilde{\mathbf{T}}$  — матрица измеренных тепловизионным приемником значений радиационных температур изотропного материала.

На рис. 2 представлены результаты восстановления ТФП  $\mathbf{f}_1$  путем решения экстремальной задачи (4) методом покоординатного спуска для изотропной среды  $a_1 = 9 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\lambda_1 = 0,9 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , в которой на глубине 8 мм размещены теплоизоляционный (объект 1) и сверхтеплопроводный (объект 2) материалы. На изображениях в местах размещения заглубленных объектов  $G_0^1 \subset G_0$  не выполняется условие

$J_{G_0} < J_{\max}$ , где  $J_{\max}$  — максимальная невязка, отражающая адекватность математической модели рассматриваемому физическому процессу  $G_0, \dots, G_n \subset G$ , что свидетельствует о необходимости применения математической модели, учитывающей многослойную структуру среды.

Шаг 4. Постановка прямой задачи теплопроводности и построение математической модели, описывающей распространение тепла в анизотропной (многослойной) среде в соответствии с (1), (2) и учетом условия сопряжения

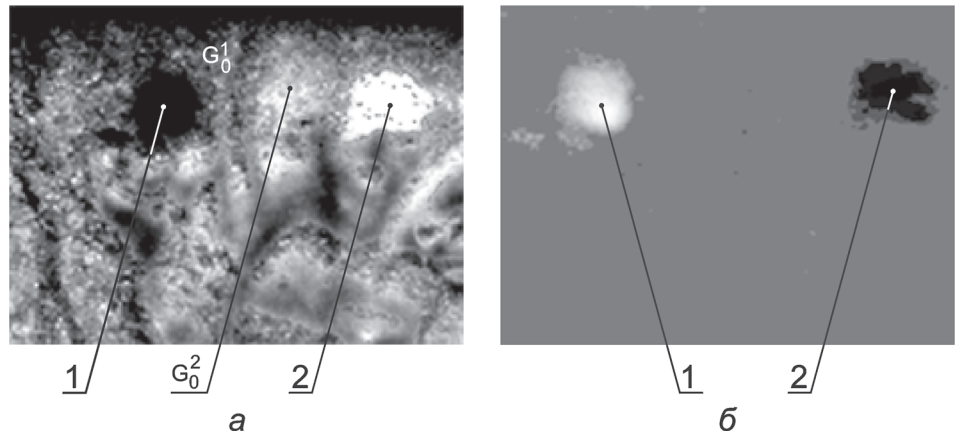


Рис. 2. Пространственное распределение оцененных значений ТФП  $\hat{\mathbf{f}}_1$  для теплопроводности  $\hat{\lambda}_1$  (а) и температуропроводности  $\hat{a}_1$  (б);  $G_0^1, G_0^2$  — области исследуемой среды; 1, 2 — номера объектов

$$\lambda_1 \partial T_1 / \partial x|_{\mu_i} = \lambda_2 \partial T_2 / \partial x|_{\mu_i}; \quad (5)$$

$$T_1|_{\mu_i} = T_2|_{\mu_i},$$

где  $\mu_i$  — номера отсчетов пространственной сетки, соответствующие границам сопряжения анизотропных сред,  $i = 1, 2$ .

Аппроксимация граничных условий (5) разностной схемой [5]:

$$T_{\mu_i}^k = \lambda_2 T_{\mu_i-1}^k / (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 T_{\mu_i+1}^k / (\lambda_1 + \lambda_2).$$

Численное решение данной задачи приведем в виде  $T_2[\Psi]$ .

Шаг 5. Решение в области  $G_0^1$  КОЗТ для оценки ТФП заглубленного объекта и глубины его залегания:

$$\{J_{G_0^1}[\mathbf{f}_2] = \|\mathbf{T}_2[\Psi:\mathbf{f}_2] - \tilde{\mathbf{T}}\|^2\} \rightarrow \min_{\mathbf{f}_2}.$$

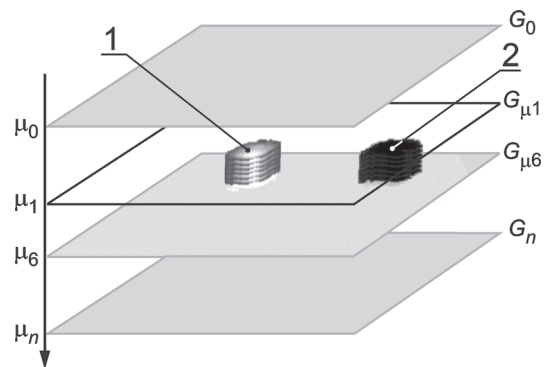


Рис. 3. Пространственное распределение теплопроводности изотропной среды по глубине прогрева: 1, 2 — номера объектов

Представим решение задачи редукции кубоида ИК-изображения в виде тепловой томограммы, отображающей пространственное распределение теплопроводности многослойной среды по глубине прогрева (рис. 3).

**Шаг 6.** Доказательство адекватности построенной математической модели для однородной среды с помощью статистического анализа данных, полученных в ходе натурального эксперимента. Выборка анализируемых данных сделана из области  $G_0^2$  (см. рис. 2) объемом 43600 значений по тепло- и температуропроводности.

Алгоритм идентификации вида распределения экспериментальных данных реализован по параметрам контрэксцесса и энтропийного коэффициента с использованием топографической классификации [6]. Получены следующие статистические оценки: математические ожидания  $m_\lambda = 0,892 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $m_a = 9,02 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ; средние квадратические отклонения  $\sigma_\lambda = 4,083 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $\sigma_a = 1,738 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ ; эксцессы  $\varepsilon_\lambda = 2,863 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $\varepsilon_a = 2,759 \text{ м}^2/\text{с}$ ; контрэксцессы  $\chi_\lambda = 0,591 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $\chi_a = 0,602 \text{ м}^2/\text{с}$ ; энтропийные коэффициенты  $k_{\varepsilon_\lambda} = 1,897 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $k_{\varepsilon_a} = 2,023 \text{ м}^2/\text{с}$ . Анализ данных показал, что распределение ТФП на тепловой томограмме подчиняется нормальному закону.

**Заключение.** Одним из универсальных методов исследования процессов распространения теплоты в многослойных средах является численное моделирование на основе теории разностных схем для нахождения приближенного решения поставленной задачи с помощью средств современной вычислительной техники и информатики. Изучение оцененных значений теплопроводности по области  $G_0^2$  (43600 значений) показало, что полученные  $m_\lambda$  и  $\sigma_\lambda$  позволяют использовать построенную математическую модель для оценки ТФП материала путем дистанционного измерения термограмм на их поверхности. В свою очередь относительная погрешность определения ТФП не превышает 3,6 %, что свидетельствует об адекватности модели, учитывающей многослойную среду объекта.

В области  $G_0^1$  выделены инородные объекты, при этом по оцененным значениям теплопроводности (объект 1 —  $0,03 \text{ Вт/(м·К)}$ , объект 2 —  $36,8 \text{ Вт/(м·К)}$ ) их однозначно можно

отнести к классам теплоизоляторов и теплопроводников, соответственно. Следовательно, алгоритм редукции кубоида ИК-изображений, представленный в виде тепловой томограммы, отображающей пространственное распределение теплопроводности многослойной среды по глубине прогрева, позволяет всесторонне исследовать теплофизические процессы, подвергать их численному эксперименту, проводя анализ в самых разных ситуациях, и получать информацию о заглубленном объекте.

Данный метод можно использовать в качестве основы для более эффективного решения задач контроля качества теплозащитных покрытий, а также для идентификации материалов как на поверхности, так и на глубине прогрева.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №15-08-02611 А).

## Л и т е р а т у р а

1. Ищук И. Н., Парфирьев А. В. Реконструкция кубоида ИК-изображений для обнаружения скрытых объектов. Ч. 1. Решение на основе коэффициентной обратной задачи теплопроводности // Измерительная техника. 2013. № 10. С. 47—50.
2. Ищук И. Н., Парфирьев А. В. Реконструкция кубоида ИК-изображений для обнаружения скрытых объектов. Ч. 2. Метод и аппаратура дистанционных измерений теплофизических параметров изотропных материалов // Измерительная техника. 2014. № 1. С. 49—51.
3. Алифанов О. М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1979.
4. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М: ЛКИ, 2009.
5. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
6. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985.

Дата принятия 25.02.2015 г.