

Нахождение двумерных полиномов приближения обратных функций преобразования измерительных датчиков

В. А. ЛАРИОНОВ

Национальный исследовательский Южно-Уральский государственный университет,
Челябинск, Россия, e-mail: laronov1953@mail.ru

Рассмотрен метод нахождения двумерных полиномов заданной степени субравномерного приближения обратных функций преобразования измерительных датчиков. На основе экспериментальных данных проведено сравнение с методом наименьших квадратов.

Ключевые слова: равномерное приближение функций, алгоритм Ремеза, измерительные датчики.

The method of finding of two-dimensional polynomials of given degrees subuniform approximation of measuring sensors inverse transformation functions is considered. On the basis of experimental data the comparison with the least squares method has been carried out.

Key words: uniform approximation of functions, Remez algorithm, measuring sensors.

В системах управления современными технологическими производствами используют датчики различных физических величин: температуры, давления, уровня, расхода, углового положения и т. д. Датчики, рассматриваемые в данной работе, можно объединить по принципу построения функциональной схемы, приведенной на рис. 1, где p — измеряемая физическая величина; *сенсор P* — первичный измерительный преобразователь; t — температура окружающей среды; N_t — выходной код *сенсора T* температуры t ; $N_{\text{АЦП}}$ — выходной код аналого-цифрового преобразователя (АЦП); *МК* — микроконтроллер; N_p — оценка измеряемой величины p ; *интерфейс* — двунаправленный цифровой интерфейс (например RS485).

Предположим, что температуры сенсора P и АЦП одинаковы. Тогда функция преобразования датчика имеет вид

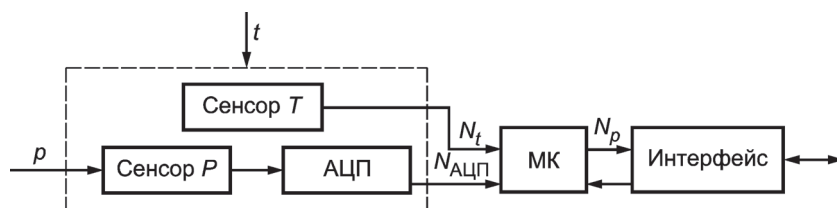


Рис. 1. Функциональная схема измерительного датчика

$N_{\text{АЦП}} = f(p, t)$. Искомое значение p определяют из решения уравнения: $p = f^{-1}(N_{\text{АЦП}}, t)$ или в цифровой форме, когда $N_p = f^{-1}(N_{\text{АЦП}}, N_t)$. Построение математической модели датчиков основано на получении оценки их обратной функции преобразования (ОФП), т. е. нахождении аналитической зависимости, аппроксимирующей эту функцию с определенной погрешностью.

Экспериментальные данные

P , кПа	t_v , °C					
	80		50		41	
	$N_{\text{АЦП}}$	N_t	$N_{\text{АЦП}}$	N_t	$N_{\text{АЦП}}$	N_t
0	8416928	8744139	8413996	8711067	8413302	8701426
12,5	9379525	8744115	9371738	8711047	—	—
25	10340098	8744096	10327445	8711036	10323513	8701394
37,5	11297872	8744098	11280401	8711018	—	—
43,5	11756431	8744073	—	—	11730117	8701367
50	12250436	8744071	12227601	8711004	—	—
65	13376644	8744063	13347719	8710988	13338150	8701343

Обратная функция преобразования непрерывна на определенном отрезке и, в соответствии с теоремой существования Вейерштрасса, может быть приближена с определенной погрешностью полиномом

$$N_p = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^k a_{ij} N_{\text{АЦП}}^i N_t^j, \quad (1)$$

где a_{ij} — коэффициенты полинома.

Получение оценки ОФП основано на методе эталонных сигналов. Группу калибруемых датчиков помещают в климатическую камеру с определенной температурой, а на их входы поочередно подают ряд m эталонных значений $p_1, p_2, \dots, p_m$. После подачи каждого сигнала проводят несколько измерений этого сигнала и температуры t , усредненные результаты которых $N_{\text{АЦП}1}, N_{\text{АЦП}2}, \dots, N_{\text{АЦП}m}$ и $N_{t1}, N_{t2}, \dots, N_{tm}$ регистрируют в цифровом виде в компьютере. Данную процедуру выполняют для d температур t . В результате получают массивы экспериментальных значений кодов $N_{\text{АЦП}ij1}, N_{tj1}, i_1 = 1, 2, \dots, m; j_1 = 1, 2, \dots, d$ для каждого датчика.

Количество используемых эталонных значений p, t зависит от степеней n, k полинома (1), выбранных по определенному критерию [1], и метода приближения данного полинома к ОФП датчика. При заданном пределе погрешности приближения минимальное количество эталонных значений p, t достигается при использовании равномерного приближения, т. е. метода интерполяции по расчетным значениям p, t [1—3]. По технологическим причинам на предприятиях—изготовителях датчиков часто используют эталонные значения p, t , равномерно распределенные по диапазону изменения, а в качестве способа приближения — метод наименьших квадратов (МНК) [4—7], предполагающий большее количество эталонных значений p, t , чем при интерполяции. В этом случае нахождение полинома (1), являющегося равномерным приближением ОФП датчика по теореме Чебышева, невозможно, так как количество точек максимального удале-

ния, равное $(n+2)(k+2)$, превышает число неизвестных коэффициентов $a_{ij} = (n+1)(k+1)$.

В статье рассмотрен метод определения двумерного полинома заданной степени субравномерного приближения ОФП, использующего ту же исходную информацию, что и МНК, но позволяющего уменьшить максимальную погрешность приближения.

Двумерный полином (1) можно представить в виде

$$N_p = \sum_{i=0}^n a_i N_{\text{АЦП}}^i;$$

$$a_i = \sum_{j=0}^k b_{ij} N_t^j,$$

где b_{ij} — коэффициенты полинома.

Для каждой температуры $t_{j1}, j_1 = 1, 2, \dots, d$ по экспериментальным значениям $N_{\text{АЦП}ij1}, i_1 = 1, 2, \dots, m$ с помощью алгоритма Ремеза [1] найдем полином равномерного приближения f_{j1} :

$$f_{j1} = \sum_{i=0}^n c_{ij1} N_{\text{АЦП}}^i,$$

где c_{ij1} — коэффициенты полинома.

Для каждого $i = 0, 1, \dots, n$ по полученным коэффициентам c_{ij1} и экспериментальным значениям N_{tj1} вычислим полином равномерного (или взвешенного равномерного) приближения зависимости коэффициентов c от N_t [1].

Эффективность предложенного метода при $n = k = 2$ рассмотрим на примере экспериментальных данных датчика избыточного давления p производства ЗАО «Метран» (Челябинск, Россия), приведенных в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

датчика давления

$t_v, ^\circ\text{C}$							
23		0		-20		-40	
$N_{\text{АЦП}}$	N_t	$N_{\text{АЦП}}$	N_t	$N_{\text{АЦП}}$	N_t	$N_{\text{АЦП}}$	N_t
8411783	8681482	8409594	8653529	8407779	8629196	8407196	8607741
9364365	8681469	9356943	8653519	9349561	8629164	9342266	8607717
10314928	8681457	10302278	8653503	10289360	8629171	10275313	8607711
11262563	8681445	11244657	8653490	11225871	8629142	11205187	8607697
—	—	11695661	8653471	—	—	11649578	8607690
12204025	8681412	12180098	8653463	12154274	8629116	12126812	8607670
13317384	8681402	13286365	8653442	1324542	8629094	13219001	8607653

При данных значениях степеней (1) для получения полинома приближения по МНК требуется как минимум по четыре точки температуры t и давления p : $t = \{80, 41, 0, -40\}^\circ\text{C}$, $p = \{0; 25; 43,5; 65\}$ кПа. Результаты вычислений коэффициентов (1) по предложенному методу приведены в табл. 2.

При каждой из температур $t = \{80, 41, 0, -40\}^\circ\text{C}$ по давлениям $p = \{0; 25; 43,5; 65\}$ кПа и кодам $N_{\text{АЦП}}$ (см. табл. 1) с помощью алгоритма Ремеза вычислим коэффициенты c_0, c_1, c_2 (табл. 2) полиномов равномерного приближения функций $p = f(N_{\text{АЦП}})$.

Таблица 2

Результаты вычислений коэффициентов полиномов равномерного приближения функций $p = f(N_{\text{АЦП}})$

Коэффициент полинома	$t, ^\circ\text{C}$			
	80	41	0	-40
c_0	-105,50	-106,0	-106,58	-107,85
$c_1 \cdot 10^{-5}$	1,2189	1,2236	1,2275	1,2411
$c_2 \cdot 10^{-14}$	4,1478	4,3659	4,7863	5,0133

По найденным коэффициентам c и усредненным кодам N_t для температур t этим же способом определим коэффициенты b_0, b_1, b_2 (табл. 3) полиномов равномерного приближения зависимостей $c(N_t)$.

Таблица 3

Результаты вычислений коэффициентов полиномов равномерного приближения зависимостей $c(N_t)$

Коэффициент полинома c	Коэффициент полинома b		
	b_0	b_1	b_2
c_0	-6915,3	$8,04 \cdot 10^{-4}$	$-5,26 \cdot 10^{-13}$
c_1	$1,554 \cdot 10^{-3}$	$-1,8 \cdot 10^{-10}$	$2,017 \cdot 10^{-19}$
c_2	$-8,86 \cdot 10^{-11}$	$1,04 \cdot 10^{-17}$	$-1,56 \cdot 10^{-26}$

Основные метрологические характеристики датчиков нормируют в виде предельных значений. Использование МНК, основанного на интегральном критерии, не обеспечивает нахождение математической модели, имеющей минимальную максимальную погрешность приближения. Коэффициенты полинома (1), полученные по МНК, следующие: $\{16752,9; -3,90342 \cdot 10^{-3}; 2,25924 \cdot 10^{-10}; -3,90310 \cdot 10^{-3}; 9,04173 \cdot 10^{-10}; -5,21976 \cdot 10^{-17}; 2,21251 \cdot 10^{-10}; -5,09289 \cdot 10^{-11}; 2,93127 \cdot 10^{-24}\}$.

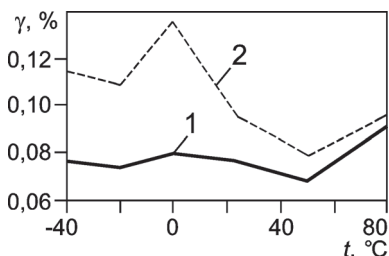


Рис. 2. Максимальные приведенные погрешности приближения: 1 — по предложенному методу γ_p ; 2 — методом наименьших квадратов $\gamma_{\text{рмнк}}$ относительно температур t

При верификации использовали шесть точек: $t = \{80, 50, 23, 0, -20, -40\}^\circ\text{C}$, $p = \{0; 12,5; 25; 37,5; 50; 65\}$ кПа. Для каждой температуры t вычислили максимальные приведенные погрешности приближения ОФП:

$$\gamma_p = \max [(N_{\text{рп}} - p/\Delta p) \cdot 100];$$

$$\gamma_{\text{рмнк}} = \max [(N_{\text{рмнк}} - p/\Delta p) \cdot 100],$$

где γ_p — максимальная приведенная погрешность приближения по предложенному методу; $N_{\text{рп}}$ — давления, вычисленные по полиному субравномерного приближения; Δp — диапазон изменения давления; $\gamma_{\text{рмнк}}$ — максимальная приведенная погрешность приближения по МНК; $N_{\text{рмнк}}$ — давления, вычисленные по полиному среднеквадратичного приближения.

Сравнительные результаты определения максимальной приведенной погрешности приближения по предложенному методу γ_p и МНК $\gamma_{\text{рмнк}}$ относительно температур t приведены на рис. 2.

Вывод. Предложенный метод нахождения двумерного полинома заданной степени субравномерного приближения обратной функции преобразования измерительного датчика позволяет уменьшить максимальную погрешность приближения при той же исходной информации, что используется и в методе наименьших квадратов.

Литература

1. Ларионов В. А. Оптимальное планирование с гарантированной точностью калибровочных испытаний измерительных датчиков: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. док. техн. наук. Челябинск, 2013.
2. Ларионов В. А. Концепция калибровки интеллектуальных датчиков // Приборы и системы. 2012. № 12. С. 46—51.
3. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М.: Наука, 1977.
4. Семенов Л. А., Сирая Т. Н. Методы построения градуировочных характеристик средств измерений. М.: Изд-во стандартов, 1986.
5. Gerald Recktenwald. Pressure Transducer Calibration for M. E. Thermal Laboratory. 2004.
6. Stephen S. Lam. Calibration of the Total and Static Pressure Transducers in the DSTO Transonic Wind Tunnel. Commonwealth of Australia. 2010.
7. Damir Ilić, Josip Butorac, Luka Ferković. Temperature measurements by means of NTC resistors and a two-parameter approximation curve // Measurement. V. 41. N. 3. P. 294—299.

Дата принятия 23.09.2014 г.