

Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения функциональных зависимостей в информационно-измерительных системах

В. В. ЧЕКУШКИН¹, К. В. МИХЕЕВ¹, И. В. ПАНТЕЛЕЕВ²

¹ Муромский филиал Владимирского государственного технического университета, Муром, Россия, e-mail: chekvv@gmail.com

² Муромский завод радиоизмерительных приборов, Муром, Россия

Усовершенствованы автоматизированные методы и алгоритмы поиска полиномов наилучшего приближения для аппроксимации функциональных зависимостей и градуировочных характеристик с позиций оптимизации критериев вычислительного процесса. Рассмотрены методы взаимной компенсации погрешностей специализированных вычислителей измерительных систем.

Ключевые слова: измерительная система, полином наилучшего приближения, градуировочная характеристика, моделирование.

The automated methods and algorithms for finding the best approximation polynomials to approximate the functional relationships, calibration characteristics from the position of view of computation process criteria optimization. The mutual error compensation methods for specialized computers of measuring systems are considered.

Key words: measuring system, the best approximation polynomial, calibration characteristic, modeling.

Определяющее значение для повышения эффективности информационно-измерительных систем (ИИС) имеют методы обработки результатов измерений, ориентированные на использование в микропроцессорной вычислительной технике [1—3]. Большая роль при этом отводится эффективному способу воспроизведения функциональных зависимостей, калибровке измерительных каналов, вычислению стандартных функций, которые применяют в алгоритмах работы измерительных приборов [4]. Диапазон представления погрешностей может изменяться от 50 до 0,001 % и менее, что соответствует интервалу 1—24 и более двоичных разрядов результата в формате с фиксированной запятой перед старшим разрядом. В этих условиях в специализированных комплексах ИИС при различных погрешностях вычислений следует использовать рациональные методы и алгоритмы для сокращения программно-аппаратных и временных затрат [5, 6].

При воспроизведении функциональных зависимостей широко применяют полиномиальный метод, служащий для приближения стандартных функций, эталонов, реализации градуировочных характеристик датчиков и измерительных систем при их калибровке [1, 5, 6]. При аппроксимации функции $f(x)$ с помощью полинома степени n со схемой Горнера

$$L_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n = \\ = \{[(a_nx + a_{n-1})x + a_{n-2}]x + \dots a_1\}x + a_0, \quad (1)$$

где $L_n(x)$ — полином; $a_0, \dots, a_n$ — константы; x — аргумент функции, сложность расчета составляет $2n$ операций: n умножений и n сложений. Кроме того, в памяти необходимо хранить $n + 1$ раз константы $a_0, \dots, a_n$ и $n + 1$ раз запрашивать их для вычисления полинома. Ограничение количества операций при воспроизведении функции $f(x)$ достигается сокращением членов ряда в (1), начиная с $n + 1$ степени, исходя из

оценки заданного максимального значения погрешности метода $\delta_{\max}$ в полиноме наилучшего приближения Чебышева

$$\delta_{\max} = f(x) - L_n(x) \leq f^{n+1}(x) (b - a)^{n+1} / [(n+1)! 2^{2n+1}], \quad (2)$$

где $f^{n+1}(x)$ — производная $(n+1)$ -го порядка на интервале аппроксимации $b-a$, b — конец интервала.

При переходе от полинома Чебышева степени n с погрешностью $\delta_{nч}(x)$ к полиному степени $n+1$ с погрешностью $\delta_{(n+1)ч}(x)$ в соответствии с (2) отношение погрешностей составит

$$\delta_{nч}(x)/\delta_{(n+1)ч}(x) = f^{n+1}(x) 4(n+2)/[f^{n+2}(x) (b - a)]. \quad (3)$$

Если на первом этапе поиска оптимального алгоритма воспроизведения функции исключить отношение производных $f^{n+1}(x)$, $f^{n+2}(x)$ в (3) при увеличении степени многочлена n , то для повышения точности, например, при вычислении $\sin x$, эффективно повышать степень полинома, т. е. при $n = 4; 5; 6$ в соответствии с (3) отношение погрешностей $\delta_{4ч}(x)/\delta_{5ч}(x)$ и $\delta_{5ч}(x)/\delta_{6ч}(x)$ составит соответственно 28 и 32. Увеличение степени полинома на единицу обеспечивает примерно пятизначное приращение M -двоичных цифр результата при увеличении вычислительных операций N на 2 и обращении к памяти P за дополнительной константой на 1. В соответствии с (1) эффективным альтернативным средством повышения точности может быть и уменьшение интервала аппроксимации $b-a$ в (2) с разбивкой его на подинтервалы равной или неравной длины [5—8]. При уменьшении интервала $b-a$ в k раз погрешность должна уменьшиться в k^{n+1} раз, а при $n = 4$, $k = 2$ можно получить ее уменьшение в 2^5 раз. С введением двух подинтервалов аппроксимации количество операций вычисления полинома возрастет на 2 из-за необходимости определения подинтервала нахождения аргумента: извлечения константы фиксации границ подинтервалов и сравнения текущего аргумента функции с

этим значением. Имеются и другие потенциальные способы более рационального применения полиномиальных методов, связанные с исключением и (или) более сложной перегруппировкой членов степенного ряда в (1) [9, 10]. Сравнительный анализ и совершенствование приведенных численных методов повышения точностных характеристик при воспроизведении функциональных зависимостей с помощью полиномов имеет большое практическое значение.

Измерительная система состоит из аналоговых и цифровых устройств. Для преобразования аналоговых величин в цифровые используют ряд 4-, 8-, 24-разрядных АЦП с шагом изменения порядка двух двоичных разрядов. При калибровке измерительного канала максимальную погрешность результата измерения приближенно можно представить в виде выражения

$$\delta_p = \delta_d + \delta_{\text{АЦП}} + \delta_{\text{ЦУ}} + \delta_m,$$

где δ_d — погрешность дискретизации, обусловленная дискретным представлением аргумента с конечным числом разрядов; $\delta_{\text{ЦУ}}$ — погрешность цифрового устройства, вызванная конечным числом разрядов представления операндов; $\delta_{\text{АЦП}}$ — погрешность АЦП; δ_m — погрешность метода вычисления функции [8].

Предположим, что погрешность $\delta_{\text{АЦП}}$ не превышает 1—2 единицы младшего разряда двоичного кода и трансформируется в погрешность результата с таким же весовым соотношением. Тогда для 8...24-разрядных АЦП диапазон относительной погрешности (в процентах) будет примерно соответствовать $\delta_{\text{АЦП}} \in [0,4; 0,000001]$, так как $1/2^8 = 0,0039$ и $1/2^{24} = 0,00000006$. Практический интерес вызывает такая комплектация ИИС, когда погрешности, вносимые различными устройствами, соразмерны, т. е. затраты на их реализацию не избыточны. Составляющие погрешностей цифроаналоговых устройств устранять сложнее, чем цифровых. В связи с этим доли погрешностей цифровых устройств в общей погрешности результата должны составлять меньшие значения, например порядка 25 % погрешности всей системы. В то же время, для измерительных приборов 0,5-го и 1-го классов точности в соответствии с (2), (3) нецелесообразно задавать долю приведенной относительной погрешности метода вычислений в погрешности результата менее 0,2 %. В противном случае избыточная точность приведет к понижению быстродействия ИИС при вычислении полинома из-за увеличения числа операций и извлечения из памяти констант. Целесообразно и ограничение разрядной сетки минимальным числом разрядов в специализированном вычислительном комплексе, который обрабатывает информацию.

Полином Чебышева в соответствии с (2), (3) при $f^{(n+1)}(x) \neq \text{const}$ можно использовать лишь в качестве средства получения предварительной оценки результатов [8]. Рациональное проектирование измерительных систем, воспроизведение сложных функциональных зависимостей с устранением неустраняемых точностных характеристик можно обеспечить, совершенствуя технику экспериментальных исследований, моделируя физические процессы с поиском полиномов наилучшего приближения [7, 8, 11].

Цель данной работы — совершенствование методов моделирования вычислительного процесса для оптимизации алгоритмов определения типовых функциональных зависимостей в специализированных вычислительных комплексах

ИИС с достижением предельных оптимальных соотношений по точностным характеристикам, быстродействию и программно-аппаратным затратам. При представлении результатов измерений от 3 до 32-х значащих двоичных разрядов выходных данных в формате с фиксированной запятой перед старшим разрядом исследуются методы последовательного обеспечения максимального приращения количества значащих цифр представления результата M при соответствующем минимальном увеличении вычислительных операций N и обращений к памяти P . Снижение погрешности достигается и при взаимной компенсации составляющих погрешностей результатов измерений. Цель исследований состоит в разработке приближенных вычислительных алгоритмов с погрешностью метода вычисления функциональных зависимостей, соответствующих дискретному приращению максимального числа значащих двоичных цифр при фиксированном возрастании сложности вычислительного алгоритма. Прикладное значение предложенного метода заключается в повышении точностных характеристик и быстродействия при обработке информации и фиксированных или сокращенных разрядных сетках специализированных вычислительных комплексов.

Совершенствование методов поиска полиномов наилучшего приближения. В отличие от классического чебышевского альтернанса, когда в (1) для полного многочлена степени n с $n+1$ членами имеется $n+1$ узел аппроксимации, в котором значения функции и интерполанта совпадают, сократим N и P , уменьшив число узлов интерполляции и исключив отдельные константы a_j и члены ряда $a_j x^i$ или проведя их специальную группировку. При этом увеличение погрешностей метода δ_{max} по сравнению с погрешностями для полинома степени n , у которого $n+1$ член, должно быть незначительным. В то же время обеспечим при m оставшихся константах a_j и $m+1$ узлах аппроксимации, как и в полиноме наилучшего приближения, принцип чередования не менее чем $m+1$ раз знака погрешности δ_{max} , воспроизводимой полиномом функции, с наименьшим отклонением ее от нуля [10].

Упрощенный алгоритм поиска оптимального полинома для указанных условий (рис. 1) после задания начальных данных в виде требуемой точности приближения включает этапы:

приближенное определение полинома с наименьшей степенью n , обеспечивающего заданную максимальную погрешность δ_{max} воспроизведения функции и расчет констант a_j ;

исключение неэффективных, наименее влияющих на погрешность δ_{max} членов ряда $a_j x^i$, констант a_j (например, когда заданы $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ и т. д. и используют только четные (нечетные) члены ряда с полной или частичной группировкой по схеме Горнера) в соответствии с максимальной идентичностью графиков функции $f(x)$ или преобразовательной характеристики ИИС и приближающего полинома $L_n(x)$;

поиск усеченного полинома наилучшего приближения $L_n(x)$ с $m < (n+1)$ оставшимися константами a_j , в котором на интервале аппроксимации получается по крайней мере $m+1$ точек, в которых погрешности δ_{max} принимают равные максимальные значения $+(\delta_{\text{max}} \pm \Delta\delta_{\text{max}})$ и $-(\delta_{\text{max}} \pm \Delta\delta_{\text{max}})$ с учетом неустраняемых погрешностей $\Delta\delta_m$ (см. рис. 1);

уточнение степени полинома n и количества констант m в соответствии с заданными погрешностями результата δ_p и

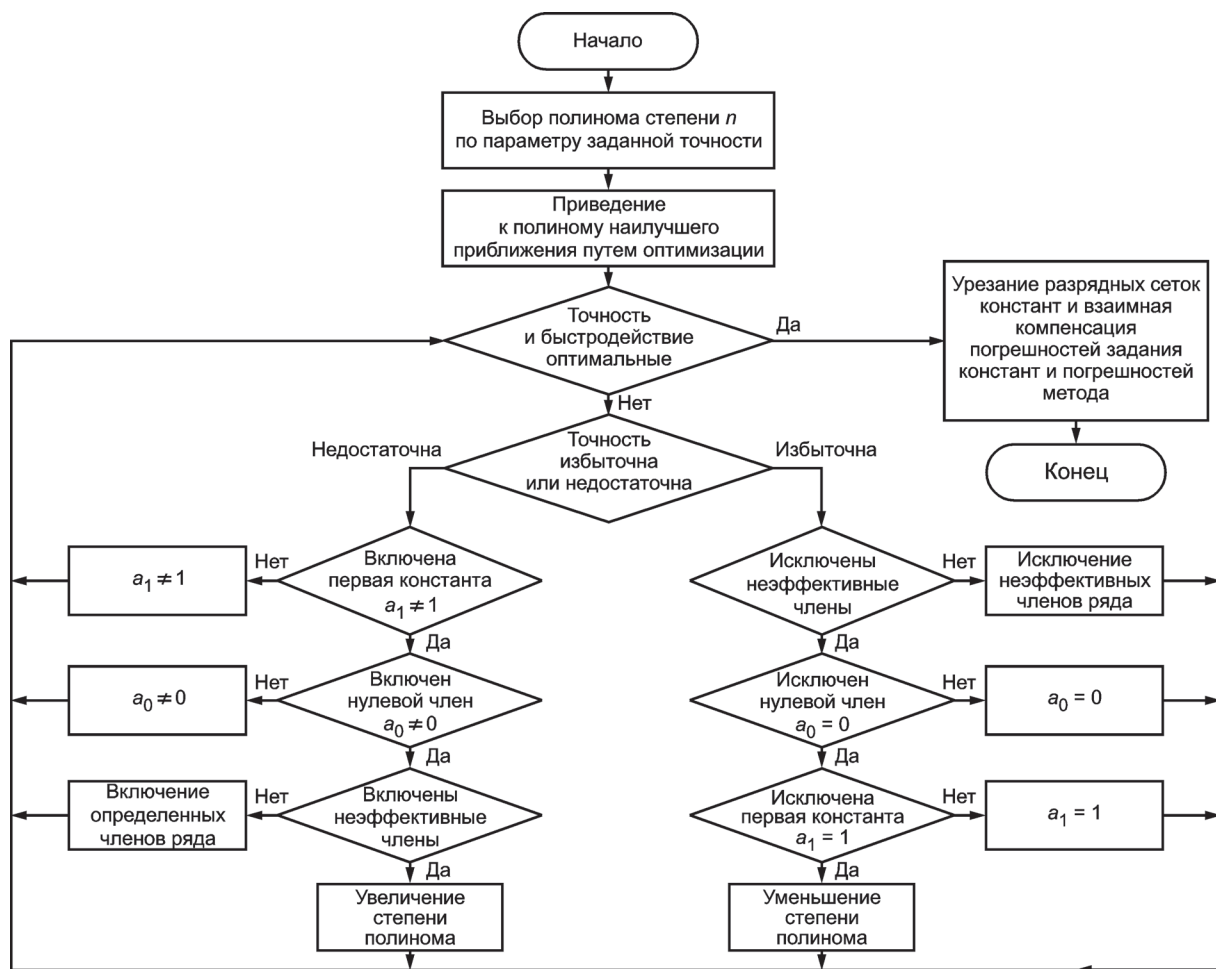


Рис. 1. Алгоритм поиска полинома наилучшего приближения

полученными погрешностями $\delta_{\max}$, сохранение этой степени или увеличение (уменьшение) ее на единицу, уточнение числа констант a_i для получения заданной погрешности результата δ_p с исключением неустребованной избыточной точности определения преобразовательной характеристики или функции $f(x)$ полиномом $L_n(x)$. Указанный полином имеет достаточное дискретное число значащих цифр представления результата M (чтобы погрешности квантования констант на данном этапе не влияли на погрешность результата) и соответствующее ему минимальное число вычислительных операций M и (или) суммарного числа операций $M+P$ воспроизведения полинома;

выполнение на заключительном этапе усечения, симметрирования, взаимопоглощения составляющих погрешности δ_p на выходе системы в виде суммы погрешностей δ_m , дискретного квантованного представления данных δ_{a_i} набора констант a_i , измеряемой физической величины x , промежуточных преобразований δ_{np} с ограниченным числом разрядов в форматах представления данных специализированного вычислительного комплекса (см. рис. 1) [7].

При уменьшении количества констант полинома требуется меньше вычислительных операций, узлов аппроксимации и эталонов при калибровке измерительного канала, чем при (1).

Оптимизированные полиномы для вычисления стандартных функций. В соответствии с алгоритмом (см. рис. 1) проведен поиск полиномов наилучшего приближения для часто используемой в измерительных системах функциональной зависимости $\sin x$ при значениях максимальных погрешностей порядка $0,14\text{--}5 \cdot 10^{-9}$. Например, для полиномов 1-й и 3-й степеней вычисления функции $\sin x$ по соответствующим схемам аппроксимации представлены в таблице.

В схемах $P1$, $P5$ при максимальных погрешностях метода $\delta_{\max} = 0,128; 0,0045$ необходимо реализовать соответственно 2 операции хранения в памяти 1-й константы и 6 операций хранения в памяти двух констант. Уменьшению погрешности по сравнению с полиномом 1-й степени в $0,138/0,0045 = 30,7$ раз при увеличении числа операций на 4 и констант в памяти на одну примерно соответствует приращение $5/4 = 1,25$ двоичных разрядных цифр на одну операцию. Для полинома 5-й степени (схема $P7$) при погрешности $\delta_{\max} = 7 \cdot 10^{-5}$ требуется выполнить 9 операций и извлечь из памяти 3 константы. Уменьшению максимальной погрешности по сравнению с полиномом 3 степени по схеме аппроксимации $P5$ в $0,0045/0,00007 = 64 = 2^6$ раз соответствует увеличение сложности алгоритма на 3 операции, увеличению констант в памяти на 1, что идентично большему приращению $6/3 = 2$ -х разрядных цифр на одну операцию. Для полинома

Полиномы наилучшего приближения для функции $\sin x$

Схема аппроксимации	Интервал	Формула полинома	Максимальная погрешность	Количество	
				операций	констант
P_1	$[0; 90^\circ]$	$0,725x$	$0,138$	2	1
P_2	$[0; 90^\circ]$	$0,105 + 0,639x$	$0,105$	4	2
P_3	$[0; 53,3^\circ]$	$0,024 + 0,862x$	$0,024$	6	3
	$[53,3; 90^\circ]$	$0,537 + 0,31x$	$0,024$	6	3
P_4	$[0; 90^\circ]$	$x - 0,1496x^3$	$0,01$	5	1
P_5	$[0; 90^\circ]$	$x(0,985556 - 0,14259x^2)$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	6	2
P_6	$[0; 56,2^\circ]$	$x(0,997672 - 0,156891x^2)$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	8	3
	$[56,2; 90^\circ]$	$0,059111 + x(0,907293 - 0,125108x^2)$	$6 \cdot 10^{-4}$	10	4
P_7	$[0; 90^\circ]$	$x\{0,999697 + (-0,165667 + 0,007515x^2)x^2\}$	$7 \cdot 10^{-5}$	9	3
P_8	$[0; 90^\circ]$	$x\{0,9999965 + [-0,1666479 + (0,0083061 - 0,0001836x^2)x^2]x^2\}$	$6 \cdot 10^{-7}$	12	4
P_9	$[0; 90^\circ]$	$x + \{-0,166666515 + [0,008332906 + (-0,0001979999 + 0,00000258769x^2)x^2]x^3\}$	10^{-8}	14	4
P_{10}	$[0; 90^\circ]$	$x\{0,999999976705128 + \{-0,166666477121386 + [0,00833290116196682 + (-0,000198009808158351 + 2,59065692308463 \cdot 10^{-6} x^2) x^2] x^2\} x^2\}$	$3,4 \cdot 10^{-9}$	15	5
P_{11}	$[0; 90^\circ]$	$x\{0,99999997 + \{-0,16666647 + [0,083329 + (-0,000198 + 2,59 \cdot 10^{-6} x^2) x^2] x^2\} x^2\}$	$2,1 \cdot 10^{-7}$	15	5
P_{12}	$[0; 90^\circ]$	$x\{0,99999998 + \{-0,16666649 + [0,00833291 + (-0,00019801 + 2,59 \cdot 10^{-6} x^2) x^2] x^2\} x\}$	$5 \cdot 10^{-9}$	15	5

7-й степени (схема P_8) уменьшение погрешности по сравнению с полиномом 5-й степени по схеме P_7 составит $70/0,6 = 117$. При увеличении сложности алгоритма также на 3 операции и введении дополнительной константы получится приращение почти в разрядную цифру на 1 операцию. Для полинома 9-й степени (схема P_9) уменьшение погрешности по сравнению с полиномом 7-й степени будет $6 \cdot 10^{-7}/3,4 \cdot 10^{-9} = 176$. При последовательном увеличении степени полинома нарастающие приращения на одну операцию следующие: 1,25 разрядных цифр с полинома 1-й степени на полином 3-й степени; 2 — с полинома 3-й степени на полином 5-й степени; 2,3 — с полинома 5-й степени на полином 7-й степени и 2,5 двоичных цифры для полинома 9-й степени. Дробное число цифр позволяет более информативно показать уменьшение погрешности. После приближенного стартового значения приближения функции для полинома 1-й степени с тремя двоичными цифрами результата на две операции получим в дальнейшем нарастающее дискретное приращение при переходе со схемы на схему на 4 операции, а в последующем — по 3 операции и увеличение каждый раз числа констант на одну.

Введение на интервале $[0; 90^\circ]$ двух подинтервалов с полиномами 1-й степени с одинаковыми максимальными значениями погрешности метода $\delta_{\max}$ (схема P_3) обеспечивает ее уменьшение по сравнению с полиномом $L = 0,725x$ (схема P_1) только в $0,138/0,024 = 5,75$ раза при увеличении сложности алгоритма на 4 операции, т. е. нет приращения даже в одну разрядную цифру на операцию. Применение двух полиномов 3-й степени (схема P_6) также менее эффективно, чем один полином 5-й степени на всем интервале $[0; 90^\circ]$.

Неэффективно и введение константы a_0 (схема P_2), в отличие от исключения константы a_1 , например, в полиномах 3-й (схема P_4) — 9-й (схема P_9) степеней, когда для полинома 3-й степени можно уменьшить дискретное приращение числа операций на одну при погрешности в интервале $10^{-3} < \delta_{\max} < 10^{-2}$, т. е. с четырех до трех. Для полинома 9-й степени с $a_1 = 1$ (схема P_9) по сравнению с полиномом 7-й степени при $a_1 \neq 1$ (схема P_8) наблюдается повышение точности в $6 \cdot 10^{-7}/10^{-8} = 60$ раз или почти в 3 двоичные цифры результата на одну операцию.

Для сокращения вычислительных операций и констант предлагаются и другие методы группирования членов полинома [10]. Например, для вычисления функции $\cos x$ на интервале $0-90^\circ$ можно воспользоваться формулой аппроксимации полиномом 8-й степени с числом вычислительных операций 13 и максимальной погрешности метода $\delta_{\max} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ (рис. 2):

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \left(\frac{835}{2^{12}}x^2 - \frac{53}{2^{14}}x^4 \right)^2 = 1 + \left[-\frac{1}{2} + x^2 \left(\frac{835}{2^{12}} - \frac{53}{2^{14}}x^2 \right) \right]^2 x^2. \quad (4)$$

Алгоритм имеет более рациональную группировку членов полинома, чем в схеме Горнера [10]. Использование свернутой в (4) формулы $[835x^2/2^{12} - 53x^4/2^{14}]^2$ при уже вычисленном значении x^2 обеспечивает, с учетом извлечения из памяти констант, уменьшение числа операций только при вычислении этого выражения с семи (при раскрытой дан-

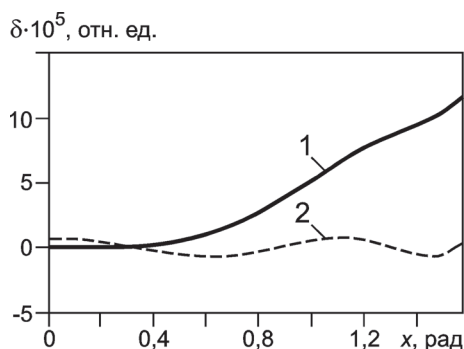


Рис. 2. Графики погрешностей полиномиальных приближений (4) и (5):
1 — $\delta f(x)$; 2 — $\Delta P(x)$

ной формуле) на четыре. В свою очередь, последующий вынос за общие скобки множителя x^2 (уравнение справа в (4)) позволяет уменьшить общее число операций до двенадцати. Однако предложенный алгоритм в представленном виде уступает обычным оптимизированным полиномам Чебышева вычисления функции $\cos x$ и тем более $\sin x$, полученным в соответствии с программами поиска полиномов наилучшего приближения приведенными в [7, 8, 11], и полиному наилучшего приближения для функции косинуса по точностным характеристикам:

$$P(x) = 0,99999933 + [-0,4999127 + \\ + (0,0414881 - 0,0012713x^2)x^2]x^2. \quad (5)$$

Так для (5) (см. рис. 2) по сравнению с (4) при меньшем количестве операций, равном 11, погрешность будет меньше в $1,2 \cdot 10^{-4} / 6,35 \cdot 10^{-6} = 18,9$ раз. В то же время, исходя из рис. 2 для выражения (4) погрешность метода $\delta_{\max}$ можно уменьшить в несколько раз путем частичного превращения его в полином наилучшего приближения. Отметим, что для полиномов 3-й — 9-й степеней при $a_1 = 1$ уменьшается число узлов интерполяции, констант полинома и (или) эталонов для калибровки ИИС.

При вычислении полинома в реальных условиях возникает дополнительная погрешность δ_k воспроизведения функ-

ции, обусловленная квантованием констант полинома с усечением разрядных сеток операндов в (1):

$$\delta_k = \Delta a_{0p} + \Delta a_{1p}x + \Delta a_{2p}x^2 + \dots + \Delta a_{np}x^n, \quad (6)$$

где $\Delta a_{0p}, \dots, \Delta a_{np}$ — погрешности усечения констант полинома в реальных условиях.

В связи с указанным выше, уменьшение погрешностей результата вычислений δ_p обеспечивается при взаимной компенсации погрешностей численного метода решения задачи $\delta_{\max}$, квантования констант аппроксимирующего полинома из-за ограничения их разрядных сеток δ_k , а также симметрирования составляющих погрешностей дискретизации аргумента и округления, когда отдельные составляющие погрешности искусственно вводятся с разными знаками и их можно «спрятать» друг в друга [9]. При возрастании значений аргумента график погрешности метода δ_m аппроксимации полинома наилучшего приближения является знакопеременной функцией (см. рис. 2). Формой этого графика можно управлять, меняя узлы аппроксимации. Значения погрешностей усечения констант a_i полинома определяют только степень наклона линейной функции ax и растяжения парабол $a_i x^i$ и монотонно возрастают по абсолютной величине с ростом аргумента x . В совокупности отдельные графики комбинаций парабол разного знака, например, $y = \Delta a_3 x^3 - \Delta a_1 x$ функции $\delta_k = \Delta a_{0p} + \Delta a_{1p}x + \Delta a_{2p}x^2 + \dots + \Delta a_{np}x^n$ на всем или отдельных участках изменения аргумента могут напоминать графики погрешностей полинома наилучшего приближения (см. рис. 2) с противоположными знаками. Из анализа характера графиков совместного влияния составляющих погрешностей на результирующую погрешность можно сделать вывод о возможности разработки алгоритма взаимной компенсации погрешностей. Компенсацию можно реализовать методом перебора всех взаимных комбинаций отклонений констант полинома в пределах последних отбрасываемых разрядных цифр. Для распространения алгоритма на полином, где знаки констант не чередуются, перебор значений задают симметричным относительно отбрасываемых значений. Поиск полиномов наилучшего приближения с усеченными разрядными сетками операндов проводят до таких значений числа разрядов операндов, когда их сокращение еще не оказывает существенного влияния на результирующую погрешность (например, увеличение погрешности результата по сравнению с максимальной погрешностью метода δ_m вычислений на 5—10 %). Для полинома наилучшего приближения функции $\sin x$ по схеме P10 максимальное значение погрешности $\delta_{\max} = 3,4 \cdot 10^{-9}$, а погрешности усечения констант фактически исключены (рис. 3), поскольку операнды представлены 17-разрядными десятичными цифрами. Простое усечение разрядных цифр до 8 в схеме P11 увеличивает значение погрешности результата с $\delta_{\max} = 3,4 \cdot 10^{-9}$ до $\delta_{\max} = 2,1 \cdot 10^{-7}$, т. е. погрешность увеличивается в $2,1 \cdot 10^{-7} / 3,4 \cdot 10^{-9} = 62$ раза. Проведение взаимной компенсации погрешностей в схеме P12 с 8 десятичными цифрами после запятой обеспечивает уменьшение погрешности в $2,1 \cdot 10^{-7} / 5 \cdot 10^{-9} = 42$ раза. Таким образом, прикладная значимость проведенной взаимной компенсации погрешностей в данном случае состоит в возможности сокращения разрядных сеток операндов специализированного вычислительного комплекса примерно на 3—5 двоичных разрядов без снижения класса точности измерительного прибора.

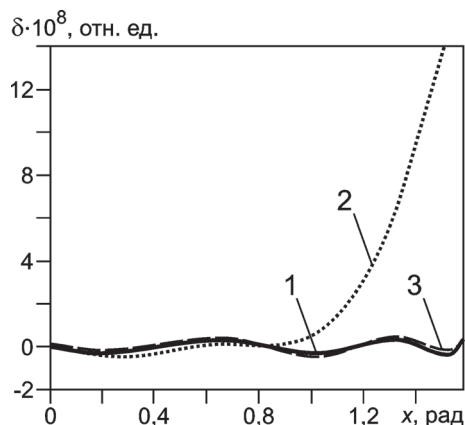


Рис. 3. Графики погрешностей схем аппроксимации:
1 — $\Delta P10(x)$; 2 — $\Delta P11(x)$; 3 — $\Delta P12(x)$

Заключение. В соответствии со стратегией максимальной идентичности графиков воспроизводимых функциональных зависимостей на основе ограниченного набора эталонных значений $m+1$, т. е. значений функции в узлах аппроксимации, в средах программирования Builder C++, MathCad разработаны компьютерные программы и получены аппроксимации функций и градуировочных характеристик для калибровки измерительных систем в виде полиномов наилучшего равномерного приближения степени n с ограниченным числом членов $m < (n+1)$, интерполирующих и экстраполирующих значения эталонных сигналов. Обеспечено уменьшение погрешностей результата путем взаимной компенсации погрешностей численного метода решения задачи, квантования констант аппроксимирующего полинома в цифровом вычислительном устройстве информационно-измерительной системы, а также симметрирования составляющих погрешностей дискретизации и округления [8, 9, 11]. Для решения прикладных задач с диапазоном приведенных погрешностей порядка 20—0,001 % разработаны улучшенные алгоритмы воспроизведения стандартных функций при обеспечении дискретного приращения двух, трех и более значащих двоичных цифр результата при фиксированном возрастании сложности алгоритма не более чем на 2—3 операции в диапазоне представления выходных данных 3—32 двоичными разрядами. Достигнуто повышение быстродействия на 20—300 % при фиксированных точностных характеристиках и программно-аппаратурных затратах. Предложенные вычислительные алгоритмы целесообразно использовать при разработке специализированных вычислительных комплексов информационно-измерительных систем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 14-07—00293).

Л и т е р а т у р а

1. **Кукушкин С. С., Захаров В. Н.** Математические и методические основы использования конструктивной теоремы об остатках при обработке результатов измерений // *Измерительная техника*. 2006. № 10. С. 18—21; **Kukushkin S. S., Zakharov V. N.** Mathematical and methodological principles in using a constructive residue theorem in processing measurements // *Measurement Techniques*. 2006. V. 49. N. 10. P. 976—982.

2. **Кукушкин С. С.** Модели векторного представления и нетрадиционного преобразования данных в системе остаточных классов // *Измерительная техника*. 2007. № 3. С. 15—20; **Kukushkin S. S.** Models for vector data representation and nontraditional transformation in a residual-class system // *Measurement Techniques*. 2007. V. 50. N. 3. P. 237—244.

3. **Кукушкин С. С., Гулый Н. Н.** «Новые методы и технологии обработки видеоизображений при натурных испытаниях сложных технических систем // *Измерительная техника*. 2009. № 4. С. 20—24; **Kukushkin S. S., Gulyi N. N.** New methods and technologies for processing video images in full-scale tests of complex technical systems // *Measurement Techniques*. 2009. V. 52. N. 4. P. 360—367.

4. **Опадчий Ю. Ф., Чумакова Е. М.** Исследование методов вычисления элементарных математических функций и их реализация на ПЛИС // *Информационные технологии*. 2013. № 4. С. 52—56.

5. **Кочемасов В. Н., Белов Л. А.** Цифровые вычислительные синтезаторы // *Электроника, наука, технология, бизнес*. 2014. № 2. С. 150—160.

6. **Аверьянов А. М., Пантелеев И. В., Чекушкин В. В.** Методы повышения быстродействия и точностных характеристик преобразователей ортогональных составляющих сигнала в амплитуду // *Измерительная техника*. 2012. № 8. С. 9—14. **Averyanov A. M., Chekushkin V. V., Panteleev I. V.** Methods of increasing the speed and accuracy characteristics of converters of orthogonal components of a signal into amplitude // *Measurement Techniques*. 2012. V. 55. N. 8. P. 858—866.

7. **Пантелеев И. В., Чекушкин В. В.** Моделирование методов поиска полиномов наилучшего приближения // *Вопросы радиоэлектроники*. 2011. № 1. С. 119—125.

8. **Чекушкин В. В., Булкин В. В.** Вычислительные процессы в информационно-измерительных системах: уч. пособие. Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2009.

9. **Пат. 2476896 РФ.** Способ калибровки измерительной системы / Чекушкин В. В., Пантелеев И. В., Богатов А. Д. Изобретения. Полезные модели. 2013. № 6.

10. **Chen Y. H., Chau Y. A.** A direct digital frequency synthesizer based a new form of polynomial approximations // *IEEE Trans. Consum. Electron*. 2010. V. 56. N. 2. P. 436—440.

11. **Чекушкин В. В., Михеев К. В., Пантелеев И. В.** Программа поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей № 2014615085. Зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ 16 мая 2014 г.

Дата принятия 12.11.2014 г.