

Способ оценки частоты периодического тренда в измерительном сигнале по числам пересечения нулевого уровня

А. В. ЛЕВЕНЕЦ, ЧЬЕ ЕН УН

Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия, e-mail: levalvi@bk.ru

Предложен способ оценки частоты периодического тренда с помощью чисел пересечения сигналом нулевого уровня. Данный способ отличается низкими требованиями к вычислительным затратам. Приведены результаты исследований, показывающие принципиальную возможность применения на практике предлагаемого способа.

Ключевые слова: тренд, число пересечения нулевого уровня, спектральная оценка, квазиспектр.

The method of estimation of the periodic trend frequency based on a spectral estimation by numbers of zero-crossing and differing by low requirements to computational costs is suggested. The results of studies showing the possibility of the offered method usage for practical tasks are presented.

Key words: trend, zero-crossing number, spectral estimation, quasispectrum.

Первичная обработка данных в информационно-измерительных системах необходима, в частности, для снижения объема информации, передаваемой по линиям связи. Один из немаловажных аспектов такой обработки — обнаружение тренда с последующим его удалением. Выделение постоянной составляющей и трендов простого линейного вида не вызывает сложностей, процедуры выявления таких трендов хорошо известны и широко применяются [1]. Более трудной задачей, по крайней мере в вычислительном отношении, является выделение периодических трендов, для определения параметров которых часто используют один из методов спектрального оценивания, например периодограммный, коррелограммный, быстрое преобразование Фурье и др. Основной недостаток этих методов — значительные вычислительные затраты, особенно существенные для периодограммного метода. Объем вычислений можно снизить, если известна некоторая априорная информация о частоте гармонического тренда, которую можно получить с помощью процедуры грубого частотного анализа, простого в реализации.

Следует обратить внимание на метод анализа сигнала по числам пересечения нулевого уровня (ЧПН), основы которого были заложены в [2]. Согласно [2] ЧПН можно успешно применять для спектрального анализа сигналов. В качестве фильтра предложено использовать простые повторно-разностные (ПР) и повторно-суммирующие (ПС) фильтры, где реализация первого порядка сводится к последовательному вычитанию (сложению) соседних отсчетов исходной последовательности данных, причем применение такой операции к уже отфильтрованной последовательности является реализацией фильтра второго порядка и т. д. Отметим, что ПР-фильтр — высокочастотный, а ПС-фильтр — низкочастотный, отличающиеся простотой исполнения и, как следствие, низкими вычислительными затратами, что позволяет использовать их в устройствах на микроконтроллерной технике. При реализации ПР- или ПС-фильтра необходимо помнить, что объем выборки на выходе фильтра k -го порядка на k отсчетов меньше, чем в исходной.

Оценка частоты периодического тренда. Так как ЧПН связаны со спектральной функцией анализируемого сигнала, предложено использовать этот факт для грубого спектрального анализа [3]. Для этого к исходному сигналу последовательно применяли ПР- и ПС-фильтры в различных сочетаниях (максимальный порядок фильтров ограничивали) и проводили подсчет ЧПН для каждого сочетания таких фильтров. Совокупность ЧПН, полученная после применения к сигналу ряда простейших фильтров, можно рассматривать как некоторое подобие спектральной функции, которое в [3] названо квазиспектром. Его можно использовать не только для оценки спектра исследуемого сигнала, но и для других практических задач, в частности обнаружения периодических сигналов [4]. Квазиспектр имеет существенное ограничение — низкую чувствительность на краях частотного диапазона, что следует учитывать при выборе частоты дискретизации [3, 5].

Квазиспектральная составляющая (КСС) представляет частоту появления ЧПН, т. е. по ней определяют периодичность в исходной выборке, появляющейся с некоторой частотой. Для оценки частоты гармонического тренда в полученном квазиспектре находят максимальное значение КСС и вычисляют соответствующую относительную частоту. Для повышения обнаруживающей способности оценку присутствия в данных тренда частотой f_0 следует проводить по сумме квазиспектральных составляющих с индексами $(2f_0N_B - 1)$, $(2f_0N_B)$, где N_B — объем выборки. Постоянную составляющую определяют только по КСС с нулевым индексом.

Эффективность предлагаемого способа нахождения частоты периодического тренда оценивали по относительной погрешности. Моделью сигнала служил периодический синусоидальный сигнал единичной амплитуды, зашумленный равномерным или гауссовым шумом. Отметим, что под размером выборки при исследованиях понимали размер последовательности, по которой осуществляли подсчет ЧПН, т. е. размер исходной выборки был больше на сумму максимальных порядков ПР- и ПС-фильтров. Исследования про-

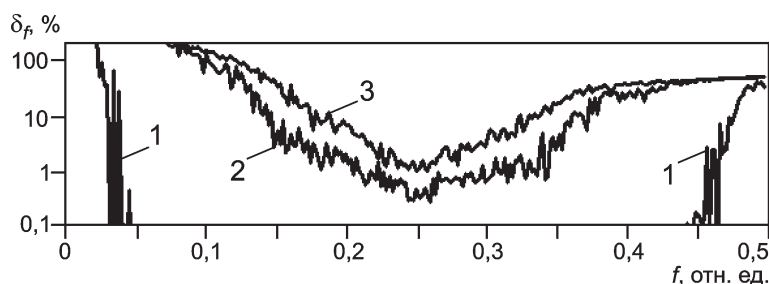


Рис. 1. Относительные погрешности определения частоты δ_f для модели сигнала на базе гауссова шума при отношениях сигнал—шум 3,0; 1,0; 0,75 — соответственно кривые 1—3

водили для разных соотношений сигнал—шум (ОСШ), которые выражали отношением квадрата амплитуды синусоиды к дисперсии шума. Как показали исследования, объем выборки практически не сказывается на относительной погрешности, поэтому далее принимали $N_b = 512$. При определении квазиспектра использовали ПР- и ПС-фильтры не выше девятого порядка и усреднение по двадцати реализациям.

На рис. 1 изображены зависимости относительной погрешности определения частоты δ_f для различных ОСШ. Из рис. 1 следует, что предлагаемый способ оценки частоты дает наибольшие погрешности в случае анализа модели сигнала на базе гауссова шума. Так, $\delta_f = 0$ при ОСШ = 3,0 в диапазоне относительных частот 0,05—0,43, однако δ_f существенно возрастает, особенно в области низких частот. Этот факт можно объяснить свойствами применяемых ПР- и ПС-фильтров и отнести к методической погрешности.

При снижении ОСШ рабочий частотный диапазон существенно сужается. Для ОСШ = 1,0 диапазон, в котором $\delta_f \leq 1\%$, составляет примерно 0,2—0,32, а при ОСШ = 0,75 в том же диапазоне частот в среднем $\delta_f \approx 9,5\%$. Однако для модели сигнала на базе равномерного шума при тех же ОСШ и частотном диапазоне $\delta_f \approx 5\%$.

Уменьшение погрешности оценки. Для повышения эффективности определения частоты было предложено вначале обрабатывать квазиспектр простейшим скользящим фильтром [1], усредняющим значения текущего и двух ближайших к нему отсчетов. Исследования показали, что применение фильтра существенно снижает δ_f при малых ОСШ. Тем не менее, практически во всем относительном частотном диапазоне такая погрешность остается неприемлемо высокой. Причина кроется в появлении ложных доминирующих частот в центральной частотной области, что связано с особенностями применяемых ПР- и ПС-фильтров. Централь-

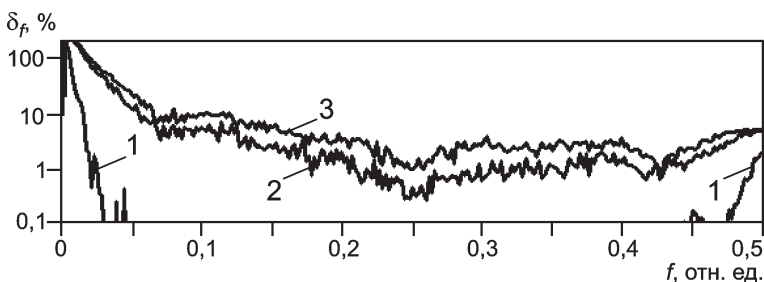


Рис. 2. То же, что на рис. 1 при поиске локальных максимумов

ная частота полосы пропускания для значительного числа сочетания этих фильтров обычно лежит в середине частотного диапазона, в силу чего чувствительность квазиспектра здесь максимальна, что и приводит к большим значениям КСС для ложных периодичностей.

Дальнейшего снижения погрешности можно добиться, если искать не общий максимум квазиспектра, а его локальные максимумы в заданной частотной полосе. Очевидно, что этот способ возможен только при априорном знании частотной области, в которой следует искать периодичность. Результаты такого способа оценки частоты приведены на рис. 2 для наиболее показательного случая зашумления синусоидального сигнала гауссовым шумом. Ширина полосы частот составляла 20 % диапазона, при этом искомая относительная частота была центральной.

Полученные результаты свидетельствуют о существенном снижении δ_f в области низких и высоких частот. Так, максимальная $\delta_f \leq 10\%$ при ОСШ = 0,75 в частотном диапазоне 0,2—0,5, а среднее значение $\delta_f = 7,5\%$. Недостаток предложенного способа — необходимость априорного знания частотного диапазона. В случае синусоиды с равномерным зашумлением, при прочих равных условиях, погрешности несколько снижаются.

Оценка частоты несинусоидального периодического тренда. Из изложенного делаем вывод, что предложенный способ можно использовать для оценки частот не только синусоидального, но и периодических трендов других видов, например меандра, пилообразного и треугольного.

Модель измерительного сигнала реализуем в виде аддитивной смеси периодического сигнала заданной частоты и шума с гауссовым и равномерным распределениями. В результате получаем, что в целом оценки частоты периодического тренда для различных типов шумов имеют близкие параметры, хотя для равномерного шума и гармонического тренда погрешности несколько ниже. С учетом этого факта далее приведены результаты только для гауссова шума.

Предлагаемый способ оценки частоты при ОСШ выше 3,0 обеспечивает $\delta_f \leq 0,5\%$ практически во всем диапазоне относительных частот 0,05—0,45 для всех видов тренда. Исключение составляет пилообразный тренд, для которого при повышении ОСШ характерно появление нерегулярных резких всплесков погрешностей на краях относительного частотного диапазона, что существенно снижает его рабочий диапазон. Этот факт можно связать с достаточно сложным спектром таких сигналов и слабой чувствительностью квазиспектра на краях частотного диапазона.

На рис. 3 приведены зависимости δ_f для различных типов периодического тренда при ОСШ = 1,0. Лучшие результаты предлагаемый способ оценки показывает на тренде меандр — $\delta_f \leq 2\%$ для частотного диапазона 0,15—0,35, в то время как для трендов других типов этот диапазон существенно ниже. При повышении ОСШ до 3,0 низкие погрешности обеспечиваются в низкочастотной области спектра, а в области 0,38—0,44 наблюдается резкое повышение погрешности, которая затем снова снижается практически до нуля.

Таким образом, частотный диапазон, в котором δ_f не превышает приемлемого уровня, существенно сужается

при низких ОСШ. При ОСШ = 0,5 в диапазоне 0,2—0,3 для синусоидального тренда в среднем $\delta_f \approx 5\%$, для меандра — 7,5 %, для пилообразного — 12 %, для треугольного — 11 %. Наилучшие результаты получаются при синусоидальном тренде, что можно объяснить простым спектром этого сигнала, в силу чего и квазиспектр имеет меньше ложных максимумов, влияющих на погрешность определения частоты тренда.

Для снижения δ_f как и для гармонического тренда, можно использовать локальные максимумы квазиспектра, лежащие в окрестностях частоты тренда. На рис. 4 приведены результаты применения такого способа оценки частоты при поиске локальных максимумов в области относительных частот $\pm 5\%$ от истинного значения частоты для различных типов тренда.

Полученные результаты свидетельствуют о существенном снижении δ_f в области как низких, так и высоких относительных частот. Так, $\delta_f \leq 1\%$ при ОСШ = 3,0 для пилообразного тренда в частотном диапазоне 0,08—4,9, для треугольного тренда 0,05—0,46. Снижение ОСШ приводит к существенному повышению погрешности для гармонического тренда, особенно в низкочастотной области спектра. Снижение ОСШ до значений менее 1,0 для треугольного и пилообразного трендов не приводит к существенному изменению погрешности. Максимум погрешности для всех типов трендов приходится на низкочастотную область спектра. Это объясняется свойствами квазиспектра, который для любого типа сигнала часто дает ложную КСС, соответствующую относительной частоте 0,25, причем эффект особенно сильно проявляется при анализе низкочастотных сигналов.

Лучший результат использования предлагаемого способа оценки был получен для тренда меандр, для которого $\delta_f \leq 0,5\%$ при ОСШ = 3,0 практически во всем относительном частотном диапазоне. При снижении ОСШ погрешность для такого тренда возрастает не так существенно, как для других трендов. Пороговым значением ОСШ тренда меандр можно считать 0,5, при котором в среднем $\delta_f \geq 5\%$ для всего частотного диапазона.

Выводы. Таким образом, предложенный способ оценки частоты гармонического тренда обеспечивает $\delta_f \leq 1\%$ практически во всем частотном диапазоне при ОСШ не менее 3,0, а при дальнейшем снижении ОСШ погрешность в области низких частот значительно возрастает, ограничивая рабочий диапазон частот. Граничным значением можно считать ОСШ = 1,0, при котором $\delta_f \leq 5\%$ практически во всем частотном диапазоне. Особенно следует отметить, что при определении частоты периодического тренда меандр, погрешности, свойственные предложенному способу, получаются наиболее низкими.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания на выполнение научных исследований (проект 1519-1.1.14).

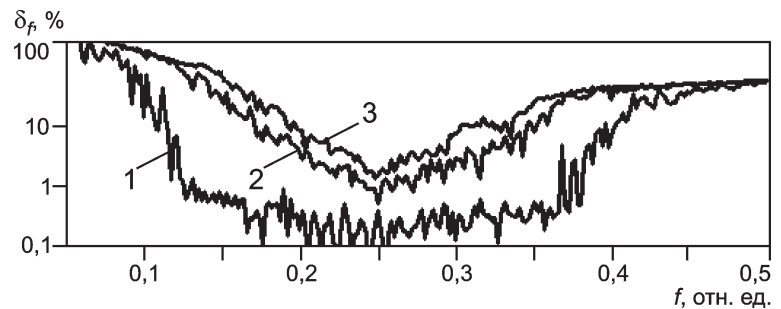


Рис. 3. Относительные погрешности определения частоты δ_f при отношении сигнал—шум 1,0 для различных видов периодического тренда: меандра, пилообразного и треугольного — соответственно кривые 1—3

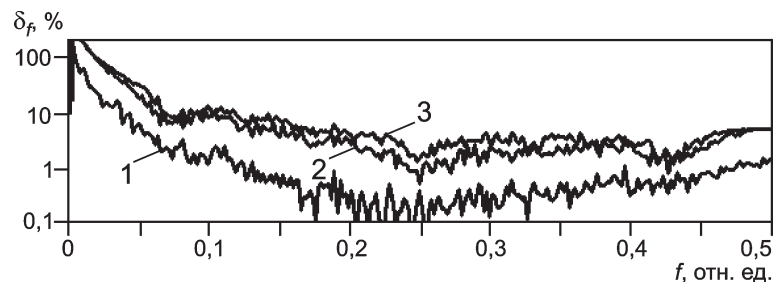


Рис. 4. То же, что на рис. 3 при поиске локальных максимумов

Л и т е р а т у р а

1. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов / Пер. с англ. М.: Наука, 1965.
2. Кедем Б. Спектральный анализ и различение сигналов по пересечениям нуля // ТИИЭР. Т. 74. 1986. № 11. С. 6—24.
3. Левенец А. В., Чернявский Е. А., Чье Ен Ун. Оценки спектра сигнала методом выделения скрытых периодичностей по пересечениям нуля // Измерительная техника. 1996. № 9. С. 13—16; Levenets A. V., Chernyavskii E. A., Ch'e En Un. Estimating signal spectra with a method of determining concealed periodicities in zero crossings // Measurement Techniques. 1996. V. 39. N. 9. P. 909—913.
4. Левенец А. В., Чье Ен Ун. Применение чисел пересечения нулевого уровня для обнаружения в зашумленном сигнале периодичности с известной частотой // Измерительная техника. 2013. № 7. С. 53—55; Levenets A. V., Chye En Un. The use of the numbers of zero-level crossings to detect a periodicity with known frequency in a noisy signal // Measurement Techniques. 2013. V. 56. N. 7. P. 809—812.
5. Иванов В. Э., Левенец А. В., Чье Ен Ун. Обработка данных в информационно-измерительных системах: спектральное оценивание, сжатие, классификация. Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского государственного университета, 2010.

Дата принятия 04.06.2014 г.