Модели методической динамической погрешности программно-аппаратной обработки измерительной информации (20), (21) являются функциями статистических характеристик измеряемой величины, помехи измерений, а также настроечных коэффициентов интеллектуального и эталонного измерительных приборов. Поэтому модели могут быть использованы для расчета оптимальных настроек интеллектуальных измерительных приборов. Кроме того, модели (20), (21) могут применяться как в методиках анализа функционирования измерительных каналов автоматизированных систем управления технологическими процессами и производствами, так и при параметрическом синтезе интеллектуальных измерительных приборов.

Математические модели формирования методической динамической погрешности обработки информации (9), (10) учитывают все динамические преобразования, которым подвергается измерительная информация как при аналоговом, так и при программно-аппаратном способах измерения. Эти модели позволяют изучить основные свойства интеллектуальных измерительных приборов и применить их при проектировании всех типов приборов, включая виртуальные. Кроме того, эти модели учитывают все виды помех, которые обсуждались в [2], и являются исходными при исследовании основных метрологических характеристик интеллектуального измерительного прибора. Поэтому *свойства случайной последовательности методической динамической погрешности* измерения интеллектуальным измерительным прибором полностью определяются математическим ожиданием измеряемой величины $M_x\,(iT_c - t)$, эталонной динамической характеристикой $h_н(t)$, динамическими характеристиками первичного преобразователя $h_p(t)$ и программного преобразования $h_d^*(n)$. При этом основными настроечными коэффициентами интеллектуального измерительного прибора являются время измерения T_c, которое обусловливает режим работы АЦП, время удержания измеренного значения в памяти ЭВМ (период T_s опроса датчика, который задает темп обработки информации и синхронизирует работу АЦП и ЦАП) и длина N массивов, участвующих в обработке измерительной информации.

Литература

1. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.

2. **Шевчук В. П.** Расчет динамических погрешностей интеллектуальных измерительных систем. М.: Физматлит, 2008.

3. **Данилов С. И.** Параметрический синтез измерительных каналов в АСУ ТП: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Волжский, 2000.

Дата принятия 16.02.2010 г.

ЛИНЕЙНЫЕ И УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

531.7:621.9

Метод восстановления спектра профилей поперечных сечений при измерениях на кругломерах с образцовым вращением шпинделя

А. А. НИКОЛЬСКИЙ

Московский энергетический институт, Москва, Россия, e-mail: Nikolskyala@mpei.ru

Найдены закономерности отличий спектров истинного профиля и измерительного сигнала. Предложен простой метод восстановления спектра истинного профиля по имеющемуся спектру измерительного сигнала, позволяющий без точного центрирования выполнять измерения формы профилей как с малыми, так и с существенными отклонениями от круглости.

Ключевые слова: *центрирование, гармонический анализ, отклонение от круглости, овальные профили, поршни, кулачки.*

The legitimacies of true profile spectra and measurement signal differences are found. A simple method is proposed for true profile spectrum recovery by available measurement signal spectrum allowing to perform without precise centering measurements of profiles forms with small and significant deviation from roundness.

Key words: *centering, harmonic analysis, deviation from roundness, oval profiles, pistons, cams.*

В настоящее время распространены два подхода к контролю поперечных сечений тел вращения на кругломерах. Первый из них связан с центрированием, которое необходимо выполнить перед измерением. При этом точность центрирования (совмещения центра средней окружности сечения с осью кругломера) должна быть не ниже требуемой точности измерения [1]. Центрирование необходимо для всех видов сечений, контролируемых на кругломерах с образцовым шпинделем, но для сечений с существенной, в том числе заданной по чертежам некруглостью (кулачки, поршни и т. п.), оно особенно важно при более высокой сложности его выполнения. Центрирование осуществляется вручную или в автоматическом режиме и требует нескольких поэтапных измерений. Автоматизированное центрирование реализовано в приборах фирмы «Mahr».

Второй подход, обладающий преимуществами в производительности, предполагает выполнение лишь одного измерения при наличии некоторой, заранее неизвестной неточности центрирования сечения. Типовая схема контроля поперечного сечения на кругломере при конечной точности центрирования приведена на рисунке, где представлено сечение, центр средней окружности которого смещен на значение эксцентриситета E и его начальный угол ϕ в полярных координатах кругломера. На рисунке показан начальный момент измерений, при котором угол φ поворота шпинделя и соответствующая угловая координата θ профиля равны нулю. В процессе измерения шпиндель и сечение вращаются, а углы φ и θ изменяются в указанном стрелками направлении. Результат измерения $A(\varphi)$ фиксируется в виде реализации смещения A щупа контрольного датчика в функции угла φ поворота шпинделя. После этого проводится математическая обработка реализации $A(\varphi)$ по определенному алгоритму (математическое центрирование), позволяющему вычислить эксцентриситет и компенсировать методические погрешности, вызванные его наличием. Математическое центрирование сопряжено с расчетом или подбором средней окружности контролируемого сечения, которая характеризуется минимумом среднего квадратического отклонения от всех равномерно распределенных по углу точек профиля сечения [2]. Математическое центрирование в приборах фирмы «Taylor Hobson» основано на применении гармонического анализа результатов измерений и вычитании из реализации $A(\varphi)$ ее первой гармоники [3], определяемой для сечений с малыми отклонениями от круглости значением и углом эксцентриситета. Известно, что компенсация одной лишь первой гармоники позволяет обеспечить удовлетворительную точность измерений только при малых эксцентриситетах. Обоснованное в [3] усовершенствование алгоритма математического центрирования заключается в проведении дополнительного гармонического анализа выражения эксцентрично расположенной (эксцентричной) средней окружности, построенной по результатам измерений, и в исключении из реализации $A(\varphi)$ второй гармоники этого разложения. Еще до публикации [3] был разработан и с 1998 г. реализован в измерительных устройствах [4] более простой алгоритм на основе аналитического описания эксцентричной средней окружности [5].

Однако все известные методы математического центрирования, включая последний, обоснованы и строго применимы только для контроля сечений с малыми отклонениями от круглости. Так, последний из перечисленных методов математического центрирования на основе точного аналитического описания средней окружности [5] имеет нулевую методическую погрешность лишь при контроле идеально круглого эксцентрично расположенного сечения. Погрешность измерения всех прочих методов отлична от нуля даже для этого идеализированного случая. Исследования [5] показывают, что при контроле сечений с существенными отклонениями от круглости (поршни, кулачки, изношенные валы, ролики и т. п.) известные методы математического центрирования обладают неприемлемой погрешностью измерений, тем большей, чем больше эксцентриситет сечения и отклонения контролируемого профиля от круглости. В [5] предложен метод, позволяющий для снижения погрешностей математического центрирования учесть вторую гармонику разложения профиля поперечных сечений.

Истинный профиль контролируемого сечения можно представить в виде зависимости радиусов сечения от угловой координаты детали $R(\theta)$, заданной как сумма гармоник:

$$R(\theta)=R_0+\sum_{k=2}^{n}R_{k\text{M}}\cos\left(k\theta+\theta_{0k}\right) \qquad (1)$$

где R_0 — средний радиус сечения (нулевая грамоника); $R_{k\text{M}}$ — амплитуда k-й гармоники профиля сечения; θ_{0k} — начальный угол k-й гармоники профиля; θ — угловая координата профиля сечения.

Согласно схеме измерения, представленной на рисунке, радиусы $R(\varphi)$, соединяющие точки профиля сечения с центром O_1 его эксцентричной средней окружности, можно определить через координаты $A(\varphi)$, контролируемые датчиком:

$$R(\varphi) = \{[A(\varphi) - E\cos(\varphi + \phi)]^2 + [E\sin(\varphi + \phi)]^2\}^{1/2}. \qquad (2)$$

Радиусы R сечения, описанные в (1) и (2), различаются своими аргументами θ и φ. Угловая координата профиля сечения θ связана с углом φ кругломера следующей зависимостью:

$$\theta = \varphi + \alpha(\varphi), \qquad (3)$$

где $\alpha(\varphi) = \arcsin\{E\sin(\varphi + \phi) / R(\varphi)\}$.

Схема измерения на кругломере:

O — ось шпинделя кругломера; O_1 — центр средней окружности

Задача отыскания истинного профиля $R(\theta)$ по полученной в результате измерения реализации $A(\varphi)$ сводится к расчету радиусов $R(\varphi)$ по формуле (2) с последующим пересчетом угловой координаты по (3), учитывающим отличия координат кругломера φ и детали θ. Эта задача легко выполнима при известных параметрах эксцентриситета E, его начального угла ϕ и среднего радиуса сечения R_0. Однако при выполнении измерения эти параметры эксцентричной средней окружности априори неизвестны. Для отыскания указанных параметров проводят гармоническое разложение реализации $A(\varphi)$ с отысканием коэффициентов Фурье a_k и b_k по формулам [1—3, 5]:

$$a_k = (1/\pi)\int_{-\pi}^{\pi} A(\varphi)\cos(k\varphi)\,d\varphi;$$

$$b_k = (1/\pi)\int_{-\pi}^{\pi} A(\varphi)\sin(k\varphi)\,d\varphi; \quad k = 0,\ 1,\ 2\ \ldots\ . \tag{4}$$

Как известно [1—3, 5], в случае «малых» отклонений сечения от круглости [$R(\theta) \approx R_0 = \text{const}$] искомые параметры средней окружности могут быть рассчитаны по формулам

$$E = A_{1\text{M}};\ \ \phi = \phi_1;\ R_0 = \left(A_0^2 + E^2/2\right)^{1/2}, \tag{5}$$

где $A_{k\text{M}} = \left(a_k^2 + b_k^2\right)^{1/2}$ — амплитуда k-й гармоники разложения; $\phi_k = \text{arctg}\ (b_k/a_k)$ — ее начальный угол; $A_0 = a_0/2$ — среднее значение реализации (амплитуда нулевой гармоники).

Как показано в [5], присутствие в спектре истинного профиля сечения (1) существенных по величине гармоник приводит к изменению гармонического состава реализации $A(\varphi)$ и к ошибкам при определении параметров средней окружности по (5), причем наиболее существенное влияние на важные для определения параметров средней окружности гармоники спектра реализации $A(\varphi)$ (на нулевую и первую) оказывает вторая гармоника профиля. Там же предложен метод компенсации влияния второй гармоники профиля на точность определения параметров средней окружности.

В этой статье метод, предложенный в [5], распространяется на высшие ($k > 2$) гармоники истинного профиля. Это дает возможность по полученным спектрам амплитуд и фаз реализации $A(\varphi)$ с хорошим приближением восстанавливать соответствующие спектры истинного профиля $R(\theta)$. Такой подход позволяет более точно, чем в [5], определять параметры средней окружности E, ϕ и R_0 любых профилей и соответственно снижать методическую погрешность их измерения. Более того, восстановленные спектры дают возможность выполнить прямой расчет измеряемого профиля по (1) с приемлемой, хотя и с большей, чем при расчете по (2), (3), методической погрешностью.

Итак, спектры контролируемого профиля $R(\varphi)$ или $R(\theta)$ отличаются от спектров реализации $A(\varphi)$, определенной при измерении. Используемый здесь подход рассматривает отличия спектров истинного профиля и полученной на «выходе» измерительной системы реализации как результат искажения сигнала при его прохождении через нелинейное звено. Свойства этого нелинейного звена определяются схемой измерений на кругломере, значением и углом эксцентриситета, а также собственно формой контролируемого сечения. Преобразование сигнала при этом описывается сложными трансцендентными уравнениями.

Сложность нелинейного преобразования не позволяет выполнить желаемое восстановление спектров входного сигнала в точной аналитической форме. Для восстановления спектров истинного профиля сечения $R(\varphi)$ или $R(\theta)$ по спектру реализации $A(\varphi)$, полученной в процессе измерения, необходимо выявить закономерности спектральных искажений, возникающих в процессе измерений. Выявить искомые закономерности позволяет наблюдение искажений спектров амплитуд и фаз при прохождении сигнала через математическую модель процесса измерений в соответствии со схемой на рисунке при различных сочетаниях параметров R_0, E, ϕ и разном гармоническом составе заданного истинного профиля поперечного сечения $R(\theta)$.

При моделировании истинный профиль сечения $R(\theta)$ задавали в виде суммы гармоник (1), далее его пересчитывали в профиль $R(\varphi)$ в функции угла φ кругломера, для чего согласно (3) необходимо знать зависимость $\alpha(\varphi)$. Из рисунка следует соотношение

$$E\sin(\varphi + \phi) = R(\varphi)\sin\alpha(\varphi).$$

Подставив в последнее соотношение выражение $R(\varphi)$, найденное из (1) с учетом того, что $\theta = \varphi + \alpha(\varphi)$, получим

$$\alpha(\varphi) = \arcsin\{[E\sin(\varphi + \phi)]\ /\ (R_0 + \sum_{k=2}^{n} R_{k\text{M}}\cos\{k\,[\varphi + \alpha(\varphi)] + \theta_{0k}\})\}. \tag{6}$$

Трансцендентное уравнение (6) решается относительно искомого $\alpha(\varphi)$ методом последовательных приближений [6] с любой заранее заданной точностью. После определения зависимости $\alpha(\varphi)$ реализация $A(\varphi)$, согласно рисунку, моделируется в следующей форме:

$$A(\varphi) = E\cos(\varphi + \phi) + (R_0 + \sum_{k=2}^{n} R_{k\text{M}}\cos\{k\,[\varphi + \alpha(\varphi)] + \theta_{0k}\})\cos[\alpha(\varphi)]. \tag{7}$$

Модель (7) реализации $A(\varphi)$ теперь может быть построена при любом сочетании параметров E, ϕ и любом профиле, заданном спектрами его амплитуд и фаз (1). В частности, если $R_{k\text{M}} = 0$ при всех $k = 2, 3, \ldots, n$, то выражение (7) описывает реализацию $A(\varphi)$ для профиля в виде эксцентрично расположенной окружности.

Выполнив гармоническое разложение (7) по формулам (4), (5), получим спектры амплитуд и фаз реализации $A(\varphi)$, которые теперь можно сравнить со спектрами истинного профиля $R(\theta)$, заданного (1).

Для решения задачи восстановления неизвестного спектра истинного профиля $R(\theta)$ по известному спектру реализации $A(\varphi)$ будем искать взаимосвязи между ними в комплексной форме. Введем обозначения комплексных переменных $\mathbf{A}_i$ и $\mathbf{R}_i$, описывающих соответствующие гармоники исследуемых спектров:

$$\mathbf{A}_k = A_{kM}\, e^{j\phi k}, \quad k = 0, 1, 2, ...;$$

$$\mathbf{R}_0 = R_0\, e^{j0}; \;\; \mathbf{R}_1 = E\, e^{j\phi}; \qquad (8)$$

$$\mathbf{R}_k = R_{kM}\, e^{j\theta k}, \;\; k = 2, ..., n,$$

где e — основание натуральных логарифмов; j — мнимая единица.

С учетом (8) связь между исследуемыми спектрами в общем случае можно выразить следующей системой комплексных уравнений:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_4 \\ \ldots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_1\mathbf{K}_{1,0} & \mathbf{R}_2\mathbf{K}_{2,0} & \mathbf{R}_3\mathbf{K}_{3,0} & \mathbf{R}_4\mathbf{K}_{4,0} & \mathbf{R}_5\mathbf{K}_{5,0} & \ldots \\ 0 & \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_2\mathbf{K}_{2,1} & \mathbf{R}_3\mathbf{K}_{3,1} & \mathbf{R}_4\mathbf{K}_{4,1} & \mathbf{R}_5\mathbf{K}_{5,1} & \ldots \\ 0 & \mathbf{R}_1\mathbf{K}_{1,2} & \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_3\mathbf{K}_{3,2} & \mathbf{R}_4\mathbf{K}_{4,2} & \mathbf{R}_5\mathbf{K}_{5,2} & \ldots \\ 0 & \mathbf{R}_1\mathbf{K}_{1,3} & \mathbf{R}_2\mathbf{K}_{2,3} & \mathbf{R}_3 & \mathbf{R}_4\mathbf{K}_{4,3} & \mathbf{R}_5\mathbf{K}_{5,3} & \ldots \\ 0 & \mathbf{R}_1\mathbf{K}_{1,4} & \mathbf{R}_2\mathbf{K}_{2,4} & \mathbf{R}_3\mathbf{K}_{3,4} & \mathbf{R}_4 & \mathbf{R}_5\mathbf{K}_{5,4} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}, \qquad (9)$$

где $\mathbf{K}_{k,\,i}$ — коэффициент передачи от k-й гармоники спектра истинного профиля $R(\theta)$ к i-й гармонике спектра реализации $A(\varphi)$.

Система комплексных уравнений (9) включает известные, получаемые измерением и гармоническим разложением составляющие спектра реализации $\mathbf{A}_k = A_{kM}\, e^{j\phi k}$, неизвестные составляющие спектра истинного профиля $\mathbf{R}_k = R_{kM}\, e^{j\theta k}$, $k = 2, 3,..., n$, а также априори неизвестные параметры средней окружности: ее радиус $\mathbf{R}_0 = R_0\, e^{j0}$ и эксцентриситет $\mathbf{R}_1 = E\, e^{j\phi}$. Решение системы (9) относительно неизвестных $\mathbf{R}_k$ ($k = 0, 1, 2,..., n$) позволит найти радиус средней окружности, вектор эксцентриситета и восстановить истинный профиль. Чтобы подойти к решению, надо на основе анализа закономерностей спектральных искажений определить все или, по крайней мере, наиболее существенные коэффициенты передачи $\mathbf{K}_{k,\,i}$ в (9).

Если подвергнуть разложению модель реализации $A(\varphi)$, полученную для сложного полигармонического профиля, то сравнение спектров $A(\varphi)$ и $R(\theta)$ вряд ли позволит выявить какие-либо закономерности возникновения спектральных искажений — слишком много факторов в виде множества заданных гармоник будет влиять на результирующие спектры. Поэтому будем анализировать профили $R(\theta)$, имеющие в своем составе каждый только одну k-ю гармонику ($k = 2, 3, 4,...$) с определенной амплитудой R_{kM} при фиксированных факторах R_0, E, ϕ и θ_{0k}. Затем при варьировании указанных факторов сформируем обширные таблицы разложений результатов моделирования для моногармонических профилей.

С помощью описанного метода моделирования были выявлены амплитудные искажения при нулевых значениях угловых факторов $\phi = 0$ и $\theta_{0k} = 0$ и показаны в табл. 1, где сведены результаты гармонического анализа реализаций $A(\varphi)$ для профилей с амплитудой R_{kM} = 100 мкм, смоделированных при R_0 = 10 мм, E = 300 мкм.

Влияние начальных углов гармоник истинного профиля на спектр фаз реализации $A(\varphi)$ видно из табл. 2, содержащей спектры $A(\varphi)$ для моногармонических профилей, отличающихся от профилей табл. 1 лишь ненулевыми значениями начальных фаз θ_{0k} = 10°. Влияние начального угла эксцентриситета ϕ на спектр фаз $A(\varphi)$ иллюстрирует табл. 3, где даны спектры реализаций $A(\varphi)$ для таких же, как и в табл. 1, моногармонических профилей, но при ϕ = 10°.

Анализ табл. 1—3 позволил выявить следующие закономерности возникающих спектральных искажений:

1. Каждая k-я гармоника профиля $R(\theta)$ вносит попарно одинаковые искажения по амплитуде в гармоники реализации $A(\varphi)$ с номерами $i = k+m$ и $i = k-m$, где $m = 1, 2, ...$ (см. табл. 1).

2. Указанные искажения для несоседних гармоник ($m > 1$) быстро уменьшаются по мере отдаления номера гармоники реализации от влияющей высшей гармоники профиля (см. табл. 1). Иначе говоря, замена в (9) коэффициентов $\mathbf{K}_{k,\,k-m}$ и $\mathbf{K}_{k,\,k+m}$ при $m > 2$ нулями слабо повлияет на точность решения. Матрица в правой части (9) при этом становится пятидиагональной.

3. Векторы искажений, возникающих в гармониках реализации $A(\varphi)$ с номерами $i = k+m$ и $i = k-m$ (m = 1, 2) вследствие действия k-й гармоники истинного профиля, имеют те же начальные углы θ_{0k}, что и гармоника, вызывающая эти искажения (см. табл. 2).

4. Векторы искажений, возникающих в гармониках реализации $A(\varphi)$ с номерами $i = k+m$ и $i = k-m$ (m = 1, 2) из-за действия вектора эксцентриситета $\mathbf{R}_1 = Ee^{j\phi}$ имеют начальные углы с составляющей, m-кратной начальному углу эксцентриситета ϕ (см. табл. 3). Причем для гармоник с номером $i > k$ начальный угол искажения равен $m\phi$, а для гармоник с номером $i < k$ — равен $\pi - m\phi$ для нечетных (m = 1) или $-m\phi$ для четных (m = 2).

5. При $m > 2$ наблюдаются более сложные соотношения между углами гармоник реализации, начальными углами гармоник профиля и эксцентриситета. Однако выявление и учет этих закономерностей не приведут к существенному повышению точности решения (см. п. 2), и поэтому здесь не рассматриваются.

6. Выявляется также свойство векторной суперпозиции искажений, возникающих в i-й гармонике реализации от действия различных факторов: разных гармоник истинного профиля, эксцентриситета.

Последнее свойство объясняет кажущиеся нарушения найденных закономерностей для младших гармоник, поскольку на них одновременно действуют искажения, вызванные эксцентриситетом и младшими гармониками истинного профиля. В «очищенном» от перекрестного влияния нескольких факторов виде найденные свойства 1—4 проявляются при рассмотрении высших гармоник разложения $A(\varphi)$ и легко экстраполируются на низшие гармоники.

Выявленные закономерности и их количественный анализ позволяют предложить варианты аппроксимирующих выражений комплексных коэффициентов передачи $\mathbf{K}_{k,\,i}$

Таблица 1

Влияние амплитуд гармоник профиля $R(\theta)$ на спектры реализации $A(\varphi)$

Спектр моногармонического профиля R_{kM}, мкм/θ_{0k}, °	Спектр реализации A_{kM}, мкм / ϕ_k, °						
	A_0	A_{1M}/ϕ_1	A_{2M}/ϕ_2	A_{3M}/ϕ_3	A_{4M}/ϕ_4	A_{5M}/ϕ_5	A_{6M}/ϕ_6
$R_{2M} = 100 / \theta_{02} = 0$	9997,783	296,999/0	102,182/0	3,015/0	0,035/0	0,015/180	0,001/180
$R_{3M} = 100 / \theta_{03} = 0$	9997,749	300,090/0	2,247/180	99,820/0	4,495/0	0,112/0	0,005/0
$R_{4M} = 100 / \theta_{04} = 0$	9997,749	299,997/0	2,419/0	5,992/180	99,663/0	5,992/0	0,165/0
$R_{5M} = 100 / \theta_{05} = 0$	9997,749	300,000/0	2,245/0	0,270/0	7,483/180	99,460/0	7,483/0
$R_{6M} = 100 / \theta_{06} = 0$	9997,749	300,000/0	2,251/0	0,011/180	0,393/0	8,968/180	99,214/0

Таблица 2

Влияние начальных углов гармоник профиля $R(\theta)$ на спектры реализации $A(\varphi)$

Спектр моногармонического профиля R_{kM}, мкм/θ_{0k}, °	Спектр реализации A_{kM}, мкм / ϕ_k, °						
	A_0	A_{1M}/ϕ_1	A_{2M}/ϕ_2	A_{3M}/ϕ_3	A_{4M}/ϕ_4	A_{5M}/ϕ_5	A_{6M}/ϕ_6
$R_{2M} = 100 / \theta_{02} = 10$	9997,783	297,046/-0	102,149/10	3,015/10	0,0353/11	0,015/-160	0,001/-160
$R_{3M} = 100 / \theta_{03} = 10$	9997,749	300,089/-0	2,247/-160	99,820/10	4,495/10	0,112/12	0,005/18
$R_{4M} = 100 / \theta_{04} = 10$	9997,750	299,997/-0	2,419/1	5,992/-170	99,663/10	5,992/10	0,165/10
$R_{5M} = 100 / \theta_{05} = 10$	9997,750	300,000/0	2,245/-0	0,270/10	7,483/-170	99,460/10	7,482/10
$R_{6M} = 100 / \theta_{06} = 10$	9997,750	300,000/-0	2,251/0	0,011/-170	0,393/10	8,968/-170	99,214/10

Таблица 3

Влияние начального угла эксцентриситета (ϕ = 10°) на спектры реализации $A(\varphi)$

Спектр моногармонического профиля R_{kM}, мкм/θ_{0k}, °	Спектр реализации A_{kM}, мкм / ϕ_k, °						
	A_0	A_{1M}/ϕ_1	A_{2M}/ϕ_2	A_{3M}/ϕ_3	A_{4M}/ϕ_4	A_{5M}/ϕ_5	A_{6M}/ϕ_6
$R_{2M} = 100 / \theta_{02} = 0$	9997,781	297,183/10	102,049/0	3,015/10	0,035/19	0,015/-170	0,001/-160
$R_{3M} = 100 / \theta_{03} = 0$	9997,749	300,078/10	2,786/146	99,820/0	4,496/10	0,112/14	0,005/5
$R_{4M} = 100 / \theta_{04} = 0$	9997,750	299,998/10	2,382/17	5,992/170	99,663/0	5,992/10	0,165/21
$R_{5M} = 100 / \theta_{05} = 0$	9997,750	300,000/10	2,247/20	0,270/-20	7,483/170	99,460/0	7,483/10
$R_{6M} = 100 / \theta_{06} = 0$	9997,750	300,000/10	2,251/20	0,011/150	0,393/-20	8,968/170	99,214/0

матрицы в правой части (9). Расчеты показывают, что в практически интересном для измерений на кругломерах диапазоне параметров (E < 500 мкм, R_0 > 2 мм, R_{kM} < 1000 мкм) высокой точностью обладает следующая аппроксимация:

$$\mathbf{K}_{k,\,i} = \mathbf{K}_{k,\,k+m} = \{(k\,E\,/\,[R_0(m+1)]\}^m\,e^{jm\phi},\ m = 1, 2;\ \ k > m; \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_{k,\,i} = \mathbf{K}_{k,\,k-m} = \{(k\,E\,/\,[R_0(m+1)]\}^m\,e^{j-m\phi},\ m = 2;\ \ k > m; \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{k,\,i} = \mathbf{K}_{k,\,k-m} = \{(k\,E\,/\,[R_0(m+1)]\}^m\,e^{j(\pi-m\phi)},\ m = 1;\ \ k > m. \quad (12)$$

Особый вид имеет аппроксимация $\mathbf{K}_{k,\,i}$ для случая $k = m$, когда $\mathbf{K}_{k,\,i}$ корреспондируется с нулевой гармоникой спектров:

$$\mathbf{K}_{1,0} = (1/4)\,(E/R_0)\,e^{j(\pi-\phi)};\ \ \mathbf{K}_{1,2} = (1/4)\,(E\,/\,R_0)\,e^{j\phi}; \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{2,0} = (3/8)\,(E/R_0)^2\,e^{j(-2\phi)};\ \ \mathbf{K}_{2,4} = (3/8)\,(E\,/\,R_0)^2\,e^{j2\phi}. \quad (14)$$

Как видно из (10)—(14), комплексные коэффициенты передачи $\mathbf{K}_{k,\,i}$ являются функциями неизвестных гармоник $\mathbf{R}_0 = R_0\,e^{j0}$ и $\mathbf{R}_1 = E\,e^{j\phi}$. Отношение E/R_0 входит в выражения для всех аппроксимируемых коэффициентов $\mathbf{K}_{k,\,i}$, причем для m > 1 — в виде степенной функции. Таким образом, система (9) оказывается системой трансцендентных нелинейных комплексных уравнений. Приближенное решение (9) итерационными методами возможно при исключении взаимной зависимости решения и входящих в нее комплексных коэффициентов. Такая возможность в силу специфики решаемой задачи существует и достигается путем линеаризации и задания $\mathbf{K}_{k,\,i}$ на каждой итерации в виде постоянных комплексных величин, не зависящих от искомых неизвестных $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_0$. На первой итерации решения линеаризованной системы (9) в качестве нулевого приближения в (10)—(14) можно задать

$$^0E = A_{1\text{M}};\quad {}^0\phi = \phi_1;\quad {}^0R_0 = A_0;\quad {}^0\mathbf{K}_{k,\,i} = f\,({}^0E,\, {}^0R_0,\, k,\, i).$$

Аналогично в качестве нулевых приближений (здесь и далее порядок приближения обозначен верхним индексом перед переменной) для решения (9) можно задать

$$^0R_{k\text{M}} = A_{k\text{M}};\qquad {}^0\theta_{0k} = \phi_k\,.$$

Расчеты по результатам моделирования показывают, что в исследуемом диапазоне параметров выражения (10)—(14) аппроксимируют коэффициенты $\mathbf{K}_{k,\,i}$ с погрешностью не более 0,5 % при $|k - i| = 1$ и не более 10 % при $|k - i| = 2$.

Построчное решение системы (9) с пятидиагональной матрицей в правой части выполняется, начиная с высших гармоник (нижние строки) и заканчивая низшими (верхние строки матрицы). Для k-й строки можно записать

$$^1\mathbf{R}_k = \mathbf{A}_k - {}^0\mathbf{R}_{k+1}\,{}^0\mathbf{K}_{k+1,\,k} - {}^0\mathbf{R}_{k-1,\,k}\,{}^0\mathbf{K}_{k-1,\,k} - {}^0\mathbf{R}_{k+2,\,k}\,{}^0\mathbf{K}_{k+2,\,k} - {}^0\mathbf{R}_{k-2,\,k}\,{}^0\mathbf{K}_{k-2,\,k}\,. \qquad (15)$$

Решение можно ускорить и уточнить следующим образом:

определяемые из (15) по ходу решения первые приближения значений амплитуд $^1R_{k\text{M}}$ и фаз $^1\theta_{0k}$ высших гармоник профиля можно использовать, заменив в следующей (k–1)-й (при движении снизу вверх) строке матрицы $A_{i\text{M}}$ и ϕ_i $(i > k)$ уточненными значениями $^1R_{i\text{M}}$, $^1\theta_{0i}$. Это касается всех ранее определенных уточненных значений. Не заменяются при решении k-й строки только первые члены в правой части (15), т. е. k-е гармоники разложения реализации $A(\varphi)$;

найденные в результате такого решения первые приближения нулевой $^1\mathbf{R}_0$ и первой $^1\mathbf{R}_1 = E\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}$ гармоник можно использовать для уточнения аппроксимации коэффициентов $^1\mathbf{K}_{k,\,i}$ в (10)—(14). Затем переменные в (15) можно заменить найденными переменными первого приближения, и весь цикл расчетов по (15) вновь повторить в целях получения второго, более точного приближения восстановленного спектра истинного профиля $^2\mathbf{R}_k$ (k = 0, 1, 2, ..., n). Для восстановления спектра профиля достаточно двух итераций $\mathbf{R}_k = {}^2\mathbf{R}_k$, после чего можно приступать к расчету самого профиля либо по (1), либо по (2)—(3).

Наиболее точно в результате описанной процедуры восстанавливаются низшие гармоники спектра профиля $\mathbf{R}_0 = R_0$ и $\mathbf{R}_1 = E\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}$, а наименее точно — его высшие гармоники. Поэтому при расчете восстановленного профиля по (1) погрешность больше, чем при расчете по методу средней окружности (2)—(3) (см. табл. 4).

Методические погрешности измерения формы ряда типовых профилей как с малыми, так и с существенными отклонениями от круглости при разных методах математического центрирования можно сравнить по табл. 4, из которой следует, что предложенный здесь метод на основе восстановления спектра измеряемого профиля характеризуется значительно меньшей методической погрешностью по сравнению с другими методами математического центрирования. Столь же малы и погрешности нового метода при контроле соосности и концентричности разных сечений, отличающихся как расположением на детали, так и спектрами профилей. Метод позволяет также учесть влияние неточного

Таблица 4

Сравнение методических погрешностей разных методов математического центрирования

R_0, мм	E, мкм	$R_{2\text{M}}$, мкм	$R_{3\text{M}}$, мкм	$R_{4\text{M}}$, мкм	Среднеквадратическая погрешность методов математического центрирования, мкм, по					Тип детали, приблизительно отвечающий параметрам профиля
					(2)—(3)	[4]	(1)	[3]	1-й гармонике	
5	500	10	1	1	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	$8{,}9 \cdot 10^{-1}$	$3{,}8 \cdot 10^{-1}$	$5{,}9 \cdot 10^{-1}$	$1{,}5 \cdot 10$	Грубо изготовленный вал
5	500	2	0,5	0,5	$2{,}2 \cdot 10^{-3}$	$8{,}9 \cdot 10^{-1}$	$3{,}9 \cdot 10^{-1}$	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$	$1{,}5 \cdot 10$	Точно » »
5	100	2	0,5	0,5	$3{,}1 \cdot 10^{-6}$	$7{,}0 \cdot 10^{-3}$	$2{,}9 \cdot 10^{-3}$	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	$6{,}1 \cdot 10^{-1}$	То же
2	100	2	0,5	0,5	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$	$4{,}4 \cdot 10^{-2}$	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$	$6{,}1 \cdot 10^{-2}$	1,5	»
10	500	500	5	5	$6{,}1 \cdot 10^{-2}$	$7{,}1 \cdot 10^{-1}$	$8{,}1 \cdot 10^{-1}$	$1{,}8 \cdot 10$	$1{,}9 \cdot 10$	Кулачок овальный
10	500	5	500	5	$8{,}4 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2 \cdot 10^{-1}$	2,2	$3{,}7 \cdot 10$	$3{,}5 \cdot 10$	То же треугольный
10	500	5	5	500	$8{,}7 \cdot 10^{-2}$	$2{,}6 \cdot 10^{-1}$	3,6	$5{,}0 \cdot 10$	$5{,}1 \cdot 10$	» четырехугольный
15	500	70	5	5	$2{,}8 \cdot 10^{-5}$	$8{,}8 \cdot 10^{-2}$	$5{,}6 \cdot 10^{-2}$	1,5	5,2	Поршень малый (мотоблок)
35	500	200	5	5	$2{,}7 \cdot 10^{-5}$	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	1,9	2,9	Поршень средний («ВАЗ»)
60	500	250	50	20	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	1,4	1,7	Поршень большой («Икарус»)
130	500	600	10	200	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	$9{,}9 \cdot 10^{-3}$	1,2	1,3	Поршень тепловозный

пересечения оси кругломера и линии перемещения щупа измерительного датчика коррекцией амплитуды найденного из решения (9) эксцентриситета *E* по формуле (26) из [5].

Предварительное центрирование детали с погрешностью до 0,5 мм практически всегда может быть выполнено с визуальным контролем вручную или при помощи простейших устройств грубого центрирования (патрона, концентрических кругов на базовом столе и др.). При этом погрешности нового метода даже для наиболее сложных с точки зрения измерений формы профилей (см. табл. 4) не превышают нескольких сотых долей микрометра. Поэтому предложенный здесь метод позволяет корректно выполнять измерения формы профиля поперечных сечений как с малыми, так и с существенными отклонениями от круглости «без оглядки» на точность предварительного центрирования и спектр контролируемого профиля.

Описанные методы измерений реализуются в уникальном математическом обеспечении компьютеризированных стендов серии «Эталон» [4], предназначенных для контроля формы тел вращения и изделий овально-бочкообразной формы (поршней, кулачков, валов, пальцев, роликов, в том числе подвергшихся сильному износу).

Литература

1. **Авдулов А. Н.** Контроль и оценка круглости деталей машин. М. Изд-во стандартов, 1974.

2. **Сысоев Ю. С.** Координатные методы определения параметров средней окружности при анализе профиля реальной поверхности // Измерительная техника. 1995. № 10. С. 22—25; **Cysoev Yu. S.** Coordinate methods of determining average-circle parameters in actual surface profile analysis // Measurement Techniques. 1995. V. 38. N 10. P. 1108—1114.

3. **Захаров О. В., Бржозовский Б. М.** О точности центрирования при измерении на кругломерах // Измерительная техника. 2006. № 11. С. 20—22; **Zakharov O. V., Brzhozovskii B. M.** Accuracy of centering during measurement by roundness gauges // Measurement Techniques. 2006. V. 49. N 11. P. 1094—1097.

4. **Никольский А. А., Кацевич В. Л., Ходнев Н. Н.** Разработка автоматизированного стенда для измерения геометрических параметров поршневых изделий // Труды МЭИ. 1997. Вып. 675. С. 59—65.

5. **Никольский А. А., Королев В. В., Муринец Д. Ю.** Особенности контроля профиля поперечных сечений поршней на кругломерах с образцовым вращением шпинделей // Измерительная техника. 2010. № 2. С. 28—35; **A. A. Nikol'sky, V. V. Korolev, D. Yu. Murinets.** Features in the of the control cross-sectional profile of pistons on out-at-round gauges with model rotation at the spindle // Measurement Techniques. 2010. V. 53. N 2. P. 156—165.

6. **Мак-Кракен Д. Д.** Численные методы и программирование на Фортране. М.: Мир, 1977.

Дата принятия 25.02.2010 г.

ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

681.7.08:535.231

Метод визуального контроля параметров пучков лазерного излучения на длинах волн 0,3—10,6 мкм при помощи оптически бистабильной среды Al-VO_2-Д (диэлектрик)

А. С. ОЛЕЙНИК, А. В. ФЕДОРОВ

Саратовский государственный технический университет, Саратов, Россия,
e-mail: Alexanderfyodorov@pochta.ru

Описан экспрессный метод визуального контроля параметров пучков лазерного излучения на длинах волн 0,3—10,6 мкм при помощи визуализатора ВИ-1, экраном которого служит реверсивная оптически бистабильная среда Al-VO_2-Д (диэлектрик). Среда обладает тремя градациями яркости и цветовой контрастности изображения, а каждой градации соответствует определенная плотность энергии (мощности) регистрируемого излучения.

Ключевые слова: *метод визуального контроля, лазерное излучение, визуализатор, диоксид ванадия, фазовый переход.*

The express method of laser radiation beams parameters at wavelengths 0,3—10,6 mkm using the radiation visualiser VR-1 with a reversible optically bistable medium Al-VO_2-D (dielectric) as a screen, is described. The medium has three brightness and color contrast of the image gradations and certain energy (power) density of registered radiation corresponds to each gradation.

Key words: *visual control method, laser radiation, visualiser, vanadium dioxide, phase transition.*

Для лазерной технологии главными факторами являются стабильность пространственно-энергетических характеристик лазерного излучения. При техническом диагностировании приходится измерять плотность энергии (мощности) излучения в ближней и дальней зонах, распределение плотности энергии (мощности) по сечению пучка, угловую расхо-