

моник сигнала, чем для высокочастотных. Поэтому частоту дискретизации исходного сигнала рекомендуется выбирать приблизительно в три-четыре раза выше максимальной частоты спектра сигнала.

Кривые спектральных погрешностей модели редискретизации цифровых сигналов по формуле Уиттакера являются квазипериодическими функциями нормализованной частоты, причем период этих функций зависит от величины апертуры окна интерполяции. Причина такого характера поведения оценки ЧКА — явление Гиббса, которое проявляется при «обрезании» медленно затухающей импульсной характеристики линейного фильтра, в данном случае ядра интерполяционной функции Уиттакера. Использование эмпирических формирующих (сглаживающих) окон позволяет существенно ослабить данный эффект.

Заключение. Результаты рассмотренной серии вычислительных экспериментов показывают, что оценка ЧКА является достаточно информативным метрологическим показателем качества или, точнее, адекватности модели (реализации) определению (декларации) преобразования цифрового сигнала. Таблицы или графики оценок ЧКА моделей преобразований цифровых сигналов предоставляют существенно больше информации о поведении алгоритма (программы) преобразования цифровых сигналов, чем интегральная (средняя по спектру) погрешность.

Л и т е р а т у р а

1. **Бейзер Б.** Тестирование черного ящика. Технологии функционального тестирования программного обеспечения и систем. СПб.: Питер, 2004.

2. **Вьюхин В. Н.** Дискретизация в эквивалентном времени и интерполяция в цифровой осциллографии реального времени // Автометрия. 2008. № 3. С. 52—56.

3. **Чичагов А. В.** Исследование зависимости СКО редискретизации цифровых сигналов от величины апертуры окна интерполяции // Математические методы распознавания образов: Сб. докл. 14 Всерос. конф. М.: МАКС пресс, 2009. С. 439—441.

4. **Свид. 2009614998 РФ** об офиц. регистрации программы для ЭВМ / А. В. Чичагов. Программа редискретизации цифровых сигналов (версия 1.0) // Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных схем. 2009. № 4(69). Ч. 2. С. 344.

5. **Свид. 2009614999 РФ** об офиц. регистрации программы для ЭВМ / А. В. Чичагов. Программа оценки точности редискретизации цифровых сигналов (версия 1.0) // Там же.

Дата принятия 20.05.2010 г.

620.1.08

Модели метрологических характеристик интеллектуальных измерительных приборов

В. П. ШЕВЧУК

Московский энергетический институт (технический университет), Волжский, Россия, e-mail: shevchuk@vfmpei.ru

Разработаны, проверены на адекватность и исследованы обобщенные метрологические характеристики интеллектуальных измерительных приборов.

Ключевые слова: методическая погрешность, автокорреляционная и взаимокорреляционная функции, эталонный прибор, интеллектуальный измерительный прибор.

The generalized metrological characteristics of intellectual measuring instruments are developed, verified on adequacy and investigated.

Key words: methodical error, autocorrelation and intercorrelation functions, reference instrument, intellectual measuring instrument.

Измерительный прибор по своей структуре и функциональным свойствам может быть аналоговым, цифровым и интеллектуальным. Основной особенностью интеллектуального прибора является аппаратно-программно-аппаратная структура измерительного канала. Аналоговый прибор (от чувствительного элемента до визуализации процесса измерения) состоит только из физических аналоговых элементов, цифровой — из аналоговых и цифровых элементов. Интеллектуальным или программно-аппаратным прибором будем называть прибор, у которого (см. рисунок) часть измерительного канала состоит из аппаратных (аналоговых или цифровых) элементов, а другая часть — из программного

обеспечения промышленной ЭВМ или программируемого контроллера. При этом статические и динамические характеристики чувствительных элементов реализуются программно.

Самым распространенным уравнением измерения во всех типах измерительных приборов является нелинейный преобразователь со статической характеристикой вида

$$Y(t) = AX^2(t) + BX(t) + C,$$

где A — чувствительность датчика; B — коэффициент линеаризации статистической характеристики; C — начало шкалы (обычно $C = 0$).

Такие уравнения относятся к измерителям температур, концентраций, плотности и др. Ограничив линейризацию двумя первыми членами ряда Тейлора, а также приняв за окрестность точки линейризации математическое ожидание обрабатываемого сигнала M_x , линейризованное уравнение измерения таких приборов запишем как

$$Y(x)|_{M_x} = (2AM_x + B)X + (C - AM_x^2).$$

С учетом свойств линейных систем и звеньев весовую функцию такого *аналогового измерительного прибора* выразим соотношением

$$h_n(t) = (2AM_x + B) \delta(t). \quad (1)$$

Это соотношение будем использовать в дальнейшем как модель эталонного динамического преобразования измеряемой величины $X(t)$ в показания эталонного прибора $Y(t)$. На рисунке приведена схема выделения погрешности измерения программно-аппаратным измерительным прибором. При этом приняты следующие допущения.

В качестве обобщенной весовой функции будем использовать:

для *первичного преобразователя* (чувствительного элемента или датчика) — линейное однородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$h_p(t) = K_p e^{-t/T_p} / T_p, \quad (2)$$

где K_p , T_p — коэффициент передачи первичного преобразователя и постоянная времени, соответственно;

для *нормирующего преобразователя* — выражение вида [2]:

$$h_n(t) = K_n \delta(t), \quad (3)$$

где K_n — коэффициент передачи нормирующего преобразователя; $\delta(t)$ — функция Дирака [1];

для *эталонного преобразователя* измеряемой величины $X(t)$ в показания эталонного прибора $Y(t)$ — выражение

$$h_n(t) = K_n \delta(t), \quad (4)$$

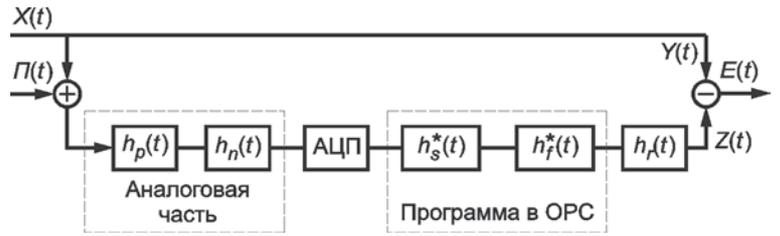
где K_n — коэффициент передачи измерительного канала (на рисунке представлен случай $K_n = 1$).

В качестве массива элементов программного *статического преобразования* используем решетчатую функцию

$$h_s^*(n) = \frac{1}{K_n K_p} \delta_0(n), \quad (5)$$

где $\delta_0(n) = \begin{cases} 1 & \text{при } n=0, 1, 2, \dots, N; \\ 0 & \text{при } n \neq 0, 1, 2, \dots, N; \end{cases}$ N — длина массива.

Динамические преобразования в интеллектуальных измерительных приборах осуществляются при помощи рекуррентных соотношений, которые определяют массив текущих



Элементы измерительного канала интеллектуального прибора

значений на выходе программного динамического преобразователя $Y^*(n)$ как функцию текущих значений массива измеряемой величины $X^*(n)$ и предыдущих его значений на выходе преобразователя $Y^*(n-1)$. Весовые функции подобных динамических преобразователей описываются решетчатыми функциями. Такая функция самого распространенного программного динамического преобразования (*RC-фильтр*) имеет вид [1]:

$$h_f^*(n) = \begin{cases} \frac{T_s}{T_f} \left(1 - \frac{T_s}{T_f}\right)^n & \text{при } n \geq 0; \\ 0 & \text{при } n < 0, \end{cases} \quad (6)$$

где n — целое число от 0 до N ; T_s — интервал между двумя соседними значениями квантованного по времени входного сигнала программного динамического преобразователя (период опроса датчиков).

Весовая функция восстанавливающего элемента может быть описана прямоугольным импульсом длительностью T_s и амплитудой, равной $1/T_s$ [2]:

$$h_r(t) = \begin{cases} 1/T_s & \text{при } 0 \leq t < T_s; \\ 0 & \text{вне интервала.} \end{cases} \quad (7)$$

С учетом допущений (1)—(7) весовая функция аналоговой части интеллектуального измерительного канала как свертка весовых функций первичного и нормирующего преобразователей будет совпадать с весовой функцией (2) первичного преобразователя. *Эквивалентная весовая функция цифровой части* программно-аппаратного канала как свертка весовых функций программного динамического (6) и программного статического (5) преобразования может быть представлена как

$$h_d^*(n) = \begin{cases} \frac{1}{K_n K_p} \frac{T_s}{T_f} \left(1 - \frac{T_s}{T_f}\right)^n & \text{при } n \geq 0; \\ 0 & \text{при } n < 0, \end{cases}$$

а весовая функция программно-аппаратного измерительного прибора как свертка весовых функций аналоговой и цифровой частей будет иметь вид [2]:

$$h_n(n, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{K_n K_p} \frac{T_s}{T_f} \left(1 - \frac{T_s}{T_f}\right)^n & \text{при } (n+\xi)T_s \geq 0; \\ 0 & \text{при } (n+\xi)T_s < 0. \end{cases}$$

Погрешность измерения истинного значения физической величины равна разности (см. рисунок) между ее оценками эталонным (аналоговым) и программно-аппаратным способами измерения:

$$E(t) = Y(t) - Z(t). \quad (8)$$

Если предположить, что весовая функция эталонного прибора нормирована, а все случайные сигналы — стационарные и эргодические, то все вероятностные свойства ансамбля случайной функции погрешности $\{E(t)\}$ будут определены, когда известна ее корреляционная функция $K_E(\tau) = M\{E(t)E(t+\tau)\}$. При этом текущие значения функции погрешности (8) можно выразить как разность интегралов свертки динамических характеристик эталонного $h_n(\tau)$ и программно-аппаратного $h_p(t)$ приборов с текущими значениями измеряемых величин. Тогда текущее значение погрешности измерения

$$E(t) = \int_0^{\infty} h_n(\tau) X(t-\tau) d\tau - \int_0^{\infty} h_p(\tau) X(t-\tau) d\tau,$$

а ее автокорреляционная функция

$$\begin{aligned} K_E(\tau) &= \int_0^{\infty} h_n(v) \int_0^{\infty} h_n(\mu) K_x(\tau-v+\mu) d\mu dv - \\ &- \int_0^{\infty} h_n(v) \int_0^{\infty} h_p(\mu) K_x(\tau-v+\mu) d\mu dv - \\ &- \int_0^{\infty} h_p(v) \int_0^{\infty} h_n(\mu) K_x(\tau-v+\mu) d\mu dv + \\ &+ \int_0^{\infty} h_p(v) \int_0^{\infty} h_p(\mu) [K_x(\tau-v+\mu) - K_n(\tau-v+\mu)] d\mu dv. \quad (9) \end{aligned}$$

Корреляционная функция *дискретной последовательности функции погрешности* $E[(k+\xi)T_s]$ в результате применения математических моделей элементов программно-аппаратного измерительного канала (1)–(7) и отображенных на рисунке принимает вид [2]:

$$\begin{aligned} K_E(iT_s) &= \frac{q^2}{12} R_{dd}(iT_s) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_p[(k-i)T_s] R_{dd}(kT_s) - \\ &- \sum_{l=0}^{\infty} h_d^*[l] K_{pY}[l-i] - \sum_{m=0}^{\infty} h_d^*[m] K_{pY}[m+i] + \\ &+ \sum_{-\infty}^{\infty} K_x[iT_s-\lambda] R(\lambda) d\lambda. \quad (10) \end{aligned}$$

Как следует из модели (10), свойства корреляционной функции случайной дискретной последовательности методической динамической погрешности программно-аппаратного измерительного канала определяются корреляционной функцией измеряемого сигнала $K_x(t)$, ковариационной

функцией динамической характеристики программного преобразователя $R_{dd}(iT_s)$, автокорреляционной функцией сигнала на выходе аналого-цифрового преобразователя (АЦП) программно-аппаратного канала $K_p(iT_s)$, взаимокорреляционной функцией показаний эталонного прибора и сигнала на выходе АЦП этого канала $K_{pY}(n)$ и ковариационной функцией динамической характеристики эталонного прибора $R(t)$. При этом основными настроечными коэффициентами программно-аппаратного канала остаются время измерения сигнала в АЦП T_c и скважность решетчатых функций программного обеспечения (период опроса датчиков) T_s .

Сложность задач метрологического анализа функционирования программно-аппаратного измерительного канала обусловлена невозможностью сведения его к исследованию только одного «сквозного» линейного оператора. В общем случае реакция этого канала на стационарное входное воздействие описывается нестационарным процессом. Стационарной является случайная последовательность, представляющая собой совокупность значений центрированного сигнала программно-аппаратного канала в моменты времени iT_s , кратные периоду опроса датчиков. Случайная функция погрешности, представляющая разность показаний эталонного прибора $Y(t)$ и программно-аппаратного измерительного канала $Z(t)$, является нестационарным процессом. Однако, как и в случае с выходным сигналом измерительного канала, стационарной является случайная последовательность, представляющая совокупность значений разности центрированных функций показаний эталонного и интеллектуального приборов в моменты времени iT_s , кратные периоду опроса датчиков.

Метрологические характеристики, представленные в виде моделей (9) и (10), являются основными как при проектировании новых приборов, так и при исследовании метрологических характеристик уже созданных опытных образцов (макетов приборов). В них сосредоточены и все остальные метрологические характеристики. Каждая из них достойна использования как критерий качества при параметрическом синтезе программно-аппаратных интеллектуальных измерительных каналов, а метрологическая характеристика (10) может быть также использована и как критерий качества имитационного моделирования работы программно-аппаратного измерительного канала в реальном масштабе времени.

Анализ модели (10) позволяет выделить такие метрологические характеристики этого канала, как дисперсии показаний эталонного D_Y и программно-аппаратного D_Z приборов и взаимокорреляционная функция, которые в совокупности образуют дисперсию случайной последовательности $E[iT_s]$ как значение решетчатой автокорреляционной функции погрешности $K_E(iT_s)$ при $i=0$:

$$D_E^2 = K_E(0) = D_Y^2 - 2K_{YZ}(0) + D_Z^2.$$

Модель (10) является основной при исследовании метрологических характеристик разрабатываемых приборов. В ней, как и в модели (9), содержатся все метрологические характеристики, рассмотренные выше. Конечно, в качестве оценок погрешности удобнее всего использовать относительные величины. При научных исследованиях удобнее использовать метрологическую характеристику в виде относительной среднеквадратической погрешности измерения эталонным прибором

$$\eta_Y = \sqrt{D_E^2 / D_Y^2},$$

где D_E^2 , D_Y^2 — дисперсии погрешности программно-аппаратного измерительного канала и показаний эталонного прибора. В промышленных приложениях целесообразно применять метрологическую характеристику в виде максимального значения относительной среднеквадратической погрешности измерения

$$\eta_Z^{\max} = \sup \eta_Z = \sup \sqrt{D_E^2 / D_Z^2}.$$

Эта характеристика используется тогда, когда на основе текущего значения измеряемой величины принимается решение по оптимальному управлению технологическим процессом. Если для этого требуется текущая идентификация динамических характеристик объектов управления (т. е. применяется одновременно несколько объектов), то лучше использовать среднее значение относительной среднеквадратической погрешности измерения

$$\eta_Z^{cp} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \eta_Z^2(iT_s)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \frac{D_E^2(iT_s)}{D_Z^2(iT_s)}},$$

где N — длина массива текущих значений измеряемой величины в реальном масштабе времени.

Статические методические погрешности показаний эталонного измерительного прибора полностью характеризуются математическим ожиданием его показаний

$$m_Y(t) = M\{Y(t)\} = M\left\{\int_0^\infty h_n(\mu) \dot{X}(t-\mu) d\mu\right\} = m_X(t), \quad (11)$$

где $h_n(\mu)$ — динамическая характеристика прибора; $m_X(t)$ — математическое ожидание измеряемой величины $X(t)$; $\dot{X}(t-\mu)$ — центрированная функция. Автокорреляционная функция показаний эталонного прибора $K_Y(t)$ изменяется в реальном масштабе времени и поэтому является нестационарной.

Из модели (11) видно, что дисперсия показаний эталонного прибора представляет собой нестационарный случайный процесс [2], так как зависит от реального времени:

$$D_Y^2(t) = K_Y(t, 0) = \int_0^\infty \int_0^\infty h_n(\mu) h_n(\nu) K_X(0 - \nu + \mu) d\nu d\mu. \quad (12)$$

Таким образом, и корреляционная функция $K_Y(t)$, и дисперсия $D_Y^2(t)$ показаний эталонного прибора представляют собой нестационарные случайные процессы даже в том случае, когда измерительная информация $X(t)$ является стационарным случайным процессом. Поэтому при моделировании метрологических характеристик виртуальных приборов следует строго придерживаться допущения о том, что измерительная информация является стационарным случайным

процессом, а все нестационарности отражать в виде дрейфов, которые аддитивно накладываются на полезный сигнал.

Статические методические погрешности показаний интеллектуального прибора характеризуются математическим ожиданием последовательности его показаний

$$\begin{aligned} m_Z(t) &= m_X(t) \frac{T_s}{T_p T_f} \sum_{n=0}^\infty (1 - T_s / T_f)^n \int_0^\infty e^{-\mu / T_p} d\mu = \\ &= m_X(t) \frac{T_s}{T_f} \sum_{n=0}^\infty (1 - T_s / T_f)^n = m_X(t), \end{aligned} \quad (13)$$

где $m_X(t)$ — математическое ожидание измеряемого сигнала $X(t)$, которое согласно принятой математической модели измерительной информации является стационарным случайным процессом, и дисперсией показаний

$$\begin{aligned} D_Z^2(t) &= K_Z(t, 0) = \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty h_n(\mu) h_n(\nu) [K_X(0 - \nu + \mu) + K_n(0 - \nu - \mu)] d\nu d\mu. \end{aligned} \quad (14)$$

Из модели (13) следует, что если измерительная информация представлена стационарным случайным процессом, то последовательность показаний прибора также является стационарной по математическому ожиданию.

Итак, в общем случае реакция программно-аппаратного измерительного канала $\dot{Z}(t)$ на стационарное входное воздействие $\dot{X}(t)$ является нестационарным случайным процессом. Стационарной является случайная последовательность, представляющая совокупность значений центрированного выходного сигнала $\dot{Z}(t)$ программно-аппаратного измерительного канала в моменты времени $t_k = (k + \xi)T_s$ при фиксированном значении ξ , где $0 \leq \xi < 1$, а $k = 1, 2, 3 \dots$ — порядковый номер в последовательности измеренных значений [2].

По определению взаимокорреляционная функция случайных последовательностей показаний эталонного $Y[k, \xi]$ и интеллектуальных $Z[k, \xi]$ измерительных приборов будет иметь вид [2]:

$$\begin{aligned} K_{YZ}^\xi(iT_s) &= M\{Y[k, \xi] Z[k+i, \xi]\} = \\ &= \sum_{l=0}^N h_n[l, \xi] \int_0^{5T_x} \int_0^{5T_x} h_n(\nu) h_p(\mu) K_{YX}[(l-i+\xi)T_s - \nu + \mu] d\mu d\nu. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, общий вид модели взаимокорреляционной функции (15) согласуется с допущениями к модели измерительной информации [2]. Ее свойства полностью определяются свойствами элементов канала $h_n(t)$, моделями измерительной информации $K_X(t)$ и помехи $K_n(t)$, темпом T_s

представления информации в программно-аппаратном измерительном канале, длиной массивов N и интервалом $5T_x$ некоррелированности измерительной информации. При этом взаимокорреляционная функция является решетчатой и обладает свойством нечетности относительно начала процесса измерения: $K_{ZY}^{\xi}(iT_s) = K_{YZ}^{\xi}(-iT_s)$ [1].

Если в модель (10) подставить типовые математические модели элементов программно-аппаратного канала (1)–(7) и интеллектуальную (программную) часть измерительного канала оформить моделью (6), то относительную погрешность последовательности показаний эталонного измерительного прибора можно записать так [2]:

$$\theta = \frac{K_E(0)}{D_Y^2} = (2AM_Y + B) \left[1 + \frac{S(1 - T_s/T_f)e^{-\alpha T_s}}{(T_f/T_s)(2 - T_s/T_f)} - \frac{2(1 - \alpha T_f)[1 - e^{-\alpha T_s}]}{\alpha T_f [1 - (1 - T_s/T_f)e^{-\alpha T_s}]} + \frac{1 + \alpha T_s}{(T_f/T_s)(2 - T_s/T_f)T_s} \times \left[1 + \frac{2e^{-\alpha T_s}(1 - T_s/T_f)}{1 - (1 - T_s/T_f)e^{-\alpha T_s}} \right] + \frac{2(1 - \alpha T_f)}{\alpha T_f [1 - (1 - T_s/\alpha T_f)e^{-T_s/T_f}]} \times \left[\frac{e^{-T_s/T_f} (1 - e^{-(1-1/\alpha T_s)\alpha T_s})}{[1 - (1 - T_s/T_f)e^{-\alpha T_s}]} (T_f/T_s)(1 - (1/\alpha T_f)) \right] - \frac{1 - e^{T_s/T_f}}{1 + 1/\alpha T_f} \right]. \quad (16)$$

Относительную динамическую погрешность обработки измерительной информации эталонным прибором при чистой передаче информации (т. е. отсутствии программного динамического преобразования в канале ее обработки) можно количественно оценить по модели [2]:

$$\theta = \frac{D_E^2}{D_Y^2} = (2AM_Y + B)^2 \times \left[1 + \frac{S}{2b\alpha T_s} (1 - e^{-b\alpha T_s}) - \frac{1}{\alpha T_s} (1 - e^{-\alpha T_s}) \right]. \quad (17)$$

В этих моделях D_E^2, D_Y^2 — дисперсии погрешности обработки измерительной информации и показаний прибора, соответственно; A — чувствительность датчика; M_Y — окрестность точки линеаризации (математическое ожидание последовательности показаний эталонного прибора); B — начало шкалы прибора; S — уровень помехи; b — относительная скорость помехи; α — скорость изменения измеряемой величины; T_s — период опроса датчика информации.

Если на измеряемый сигнал наложена аддитивная коррелированная помеха, то дисперсия последовательности показаний интеллектуального измерительного прибора будет [2]:

$$D_Z^2 = \frac{(2AM_X + B)^2}{12K_n^2 K_p^2} \frac{T_s}{2T_f - T_s} + \frac{T_s D_X^2}{2T_f - T_s} \times \left[\frac{1}{1 - (\alpha T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)} + \frac{S}{1 - (\beta T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\beta T_s}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-\beta T_s}(T_f - T_s)} - \left(\frac{\alpha T_p}{1 - (\alpha T_p)^2} + S \frac{\beta T_p}{1 - (\beta T_p)^2} \right) \frac{T_f + e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)} \right]. \quad (18)$$

Взаимокорреляционная функция случайных последовательностей показаний эталонного $Y[k, \xi]$ и интеллектуального измерительных приборов $Z[k, \xi]$ при нулевом значении аргумента может быть представлена как [2]:

$$K_{YZ}^{\xi}(0) = \frac{T_s D_Z^2}{1 - \alpha T_p} \times \left(\frac{e^{-\alpha T_s \xi}}{T_f - e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)} - \frac{2\alpha T_p}{1 + \alpha T_p} \frac{e^{-T_s \xi/T_p}}{T_f - e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)} \right). \quad (19)$$

При этом дисперсия последовательности случайной функции погрешности измерения истинного значения измеряемой величины $E[k, \xi]$ при помехе с корреляционной функцией $K_n(\tau) = D_n^2 e^{-\beta|\tau|}$ и интеллектуального прибора, состоящего из первичного преобразователя (2), нормирующего преобразователя (3), АЦП, программного динамического преобразователя (6) и ЦАП (7), имеет вид [2]:

$$D_E^2 = \frac{D_n^2(2AM_Z + B)^2}{12K_n^2 K_p^2} \frac{T_s}{2T_f - T_s} + \frac{T_s D_Z^2}{2T_f - T_s} \times \left[\frac{1}{1 - (\alpha T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)} + \frac{S}{1 - (\beta T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\beta T_s}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-\beta T_s}(T_f - T_s)} - \left(\frac{\alpha T_p}{1 - (\alpha T_p)^2} + S \frac{\beta T_p}{1 - (\beta T_p)^2} \right) \frac{T_f + e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)}{T_f - e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)} \right] - \frac{2T_s D_Z^2}{1 - \alpha T_p} \times \left(\frac{e^{-\alpha T_s \xi}}{T_f - e^{-\alpha T_s}(T_f - T_s)} - \frac{2\alpha T_p}{1 + \alpha T_p} \frac{e^{-T_s \xi/T_p}}{T_f - e^{-T_s/T_p}(T_f - T_s)} \right) + D_Z^2, \quad (20)$$

где M_Z — математическое ожидание показаний интеллектуального прибора.

Поскольку решение о выработке тех или иных управляющих воздействий принимается на основе единичных значений измеряемых величин в любой заданный момент времени, в качестве оценки погрешности программно-аппаратной

обработки измерительной информации необходимо использовать максимальное значение относительной среднеквадратической погрешности (как отношение дисперсии погрешности к дисперсии истинного значения измеряемой величины). Для этого необходимо найти минимум функции (16). Анализ модели (15) показал [3], что минимальное значение погрешности находится на одной из границ области определения $0 \leq \xi < 1$. Таким образом, функция минимальна при $\xi = 0$ или $\xi = 1$, а следовательно, максимальное значение относительной средней квадратической погрешности измерения [3]:

$$\eta_Z^{\max} = \sup \eta_Z^2 = \sup \sqrt{\frac{D_E^2}{D_Z^2}} = \left[\frac{D_n^2 (2AM_Z + B)^2}{12K_n^2 K_p^2 D_Z^2} \frac{T_s}{2T_f - T_s} + \frac{T_s}{2T_f - T_s} \times \right. \\ \times \left[\frac{1}{1 - (\alpha T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\alpha T_s} (T_f - T_s)}{T_f - e^{-\alpha T_s} (T_f - T_s)} + \frac{k}{1 - (\beta T_p)^2} \frac{T_f + e^{-\beta T_s} (T_f - T_s)}{T_f - e^{-\beta T_s} (T_f - T_s)} - \right. \\ \left. - \left(\frac{\alpha T_p}{1 - (\alpha T_p)^2} + k \frac{\beta T_p}{1 - (\beta T_p)^2} \right) \frac{T_f + e^{-T_s/T_p} (T_f - T_s)}{T_f - e^{-T_s/T_p} (T_f - T_s)} \right] - \\ \left. - \frac{2}{D_Z^2} \min [K_{YZ}^0(0), K_{YZ}^1(0)] + 1 \right]^{1/2}, \quad (21)$$

где $\min [K_{YZ}^0(0), K_{YZ}^1(0)] = \begin{cases} K_{YZ}^0(0), & \text{если } K_{YZ}^0(0) \leq K_{YZ}^1(0); \\ K_{YZ}^1(0), & \text{если } K_{YZ}^0(0) > K_{YZ}^1(0). \end{cases}$

Анализ моделей метрологических характеристик (16)—(21) показывает, что погрешности обработки информации в интеллектуальном приборе характеризуются местоположением окрестности точки линеаризации. При этом, чем больше математическое ожидание истинного значения измеряемой величины M_x , тем больше сказывается влияние дискретности переработки информации. Наличие нелинейности в информационно-измерительных каналах оказывает влияние на сигнал подобно фильтрующему элементу типа «усилительное звено» с коэффициентом усиления больше единицы, т. е. увеличивает погрешность. Этот эффект следует непосредственно из уравнения измерения, наиболее распространенного в промышленных условиях. Оно представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх, т. е. чем значение математического ожидания больше истинного значения измеряемой величины, тем больше наклон линеаризующей прямой и, естественно, тем больше дисперсия показаний программно-аппаратного прибора. При этом погрешность эталонной обработки информации прямо пропорциональна этому математическому ожиданию.

Чувствительность датчика информации также сильно влияет на погрешность обработки измерительной информации программно-аппаратным прибором. Увеличение чувствительности влечет за собой увеличение погрешности, прямо пропорциональное квадрату чувствительности датчика.

Анализ показывает, что с увеличением коэффициента чувствительности метрологические характеристики интел-

лектуального прибора можно привести к условиям чистой передачи измерительной информации и учитывать этот факт при проектировании информационно-измерительных систем. При этом следует иметь в виду, что чем ближе M_x (положение окрестности точки линеаризации) к нулю, тем при меньших значениях коэффициента чувствительности проявляется уровень погрешности для чистой (безынерционной) обработки информации.

Из модели (17) следует, что помеха типа «белый шум» тем опаснее, чем больше величина M_x (уровень полезного сигнала), т. е. чем выше по шкале эталонного прибора находится точка линеаризации. Для уровня измеряемой величины $M_x = 0,6$ (60 % шкалы) и уровня помехи $S = 0,1$ погрешность не может быть меньше 10 % при сколь угодно большой частоте опроса датчиков. При уровне помехи $S = 0,5$, т. е. в условиях, когда дисперсия помехи соизмерима с дисперсией полезного сигнала, погрешности в интеллектуальном измерительном приборе не могут быть меньше 20 %, что почти полностью исключает их применение в системах управления.

С другой стороны, в системах управления, где уровень полезного сигнала соизмерим с верхним пределом измерения ($M_x = 1$), даже большие уровни помехи $S = 0,5$ не могут привести к увеличению погрешности больше чем на 2 % (в приборах с малым периодом опроса датчиков). Это позволяет утверждать, что увеличение периода опроса датчиков с нелинейными статическими характеристиками чувствительных элементов не влечет за собой увеличения погрешности обработки измерительной информации даже при высоких уровнях помех и соизмеримых дисперсиях помехи и полезного сигнала.

Результаты исследований, проведенных в [3], показали, что с увеличением периода опроса датчиков повышаются фильтрующие свойства интеллектуального прибора, а если период опроса датчиков стремится к нулю (17), относительная погрешность обработки информации прибором стремится к $\theta = S(2AM_x + B)^2$, что свидетельствует об обработке помехи как полезного сигнала. В области же средних значений периода опроса датчиков (10—100 с) наблюдается ярко выраженный минимум зависимости погрешности от периода опроса датчиков. Таким образом, при наличии коррелированной помехи существуют оптимальные режимы функционирования интеллектуального прибора. Причем с увеличением скорости изменения помехи положение оптимального режима работы прибора смещается в область малых периодов опроса. Чем медленнее помеха, тем выше уровень погрешности (положение оптимума). Это связано с тем, что скорости помехи и сигнала становятся соизмеримыми, и информационно-измерительная система воспринимает помеху как полезный сигнал. Итак, при $T_s = 0$ коррелированная помеха выступает как «белый шум». В области больших периодов опроса датчиков ($T_s > 100$ с) коррелированная помеха проявляет себя как полезный сигнал, и лишь в области средних значений периода опроса ($10 < T_s < 100$) она может быть эффективно отделена от полезного сигнала и учтена при проектировании управляющих систем. Поэтому модель метрологической характеристики (17) может быть использована как критерий оптимальности при проектировании программно-аппаратных измерительных приборов в условиях, когда характер помехи неизвестен и ее заменяют сигналом с высокочастотными характеристиками (сигналом типа «белый шум»).

Модели методической динамической погрешности программно-аппаратной обработки измерительной информации (20), (21) являются функциями статистических характеристик измеряемой величины, помехи измерений, а также настроечных коэффициентов интеллектуального и эталонного измерительных приборов. Поэтому модели могут быть использованы для расчета оптимальных настроек интеллектуальных измерительных приборов. Кроме того, модели (20), (21) могут применяться как в методиках анализа функционирования измерительных каналов автоматизированных систем управления технологическими процессами и производствами, так и при параметрическом синтезе интеллектуальных измерительных приборов.

Математические модели формирования методической динамической погрешности обработки информации (9), (10) учитывают все динамические преобразования, которым подвергается измерительная информация как при аналоговом, так и при программно-аппаратном способах измерения. Эти модели позволяют изучить основные свойства интеллектуальных измерительных приборов и применить их при проектировании всех типов приборов, включая виртуальные. Кроме того, эти модели учитывают все виды помех, которые обсуждались в [2], и являются исходными при исследовании основных метрологических характеристик интеллектуального измерительного прибора. Поэтому *свойства случайной последовательности методической динамической погреш-*

ности измерения интеллектуальным измерительным прибором полностью определяются математическим ожиданием измеряемой величины $M_x(iT_c - t)$, эталонной динамической характеристикой $h_n(t)$, динамическими характеристиками первичного преобразователя $h_p(t)$ и программного преобразования $h_d^*(n)$. При этом основными настроечными коэффициентами интеллектуального измерительного прибора являются время измерения T_c , которое обуславливает режим работы АЦП, время удержания измеренного значения в памяти ЭВМ (период T_s опроса датчика, который задает темп обработки информации и синхронизирует работу АЦП и ЦАП) и длина N массивов, участвующих в обработке измерительной информации.

Л и т е р а т у р а

1. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
2. **Шевчук В. П.** Расчет динамических погрешностей интеллектуальных измерительных систем. М.: Физматлит, 2008.
3. **Данилов С. И.** Параметрический синтез измерительных каналов в АСУ ТП: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Волжский, 2000.

Дата принятия 16.02.2010 г.

ЛИНЕЙНЫЕ И УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

531.7:621.9

Метод восстановления спектра профилей поперечных сечений при измерениях на кругломерах с образцовым вращением шпинделя

А. А. НИКОЛЬСКИЙ

Московский энергетический институт, Москва, Россия, e-mail: Nikolskyala@mpei.ru

Найдены закономерности отличий спектров истинного профиля и измерительного сигнала. Предложен простой метод восстановления спектра истинного профиля по имеющемуся спектру измерительного сигнала, позволяющий без точного центрирования выполнять измерения формы профилей как с малыми, так и с существенными отклонениями от круглости.

Ключевые слова: центрирование, гармонический анализ, отклонение от круглости, овальные профили, поршни, кулачки.

The legitimacies of true profile spectra and measurement signal differences are found. A simple method is proposed for true profile spectrum recovery by available measurement signal spectrum allowing to perform without precise centering measurements of profiles forms with small and significant deviation from roundness.

Key words: centering, harmonic analysis, deviation from roundness, oval profiles, pistons, cams.

В настоящее время распространены два подхода к контролю поперечных сечений тел вращения на кругломерах. Первый из них связан с центрированием, которое необходи-

мо выполнить перед измерением. При этом точность центрирования (совмещения центра средней окружности сечения с осью кругломера) должна быть не ниже требуемой