621.391

Оценка адекватности моделей редискретизации цифровых сигналов

А. В. ЧИЧАГОВ

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия, e-mail: mail2tchi@yandex.ru

Предложен критерий оценки точности редискретизации цифровых сигналов. Рассмотрен ряд моделей редискретизации, основанных на интерполяционных формулах Лагранжа и Уиттакера. Приведены результаты вычислительных экспериментов по оценке адекватности указанных моделей.

Ключевые слова: *цифровая обработка сигналов, редискретизация, интерполяция.*

The spectral error assessment of the digital signal resampling is suggested. It is discussed a few digital signal resampling algorithms are built upon Lagrange and Wittaker interpolation. The quantitative assessment of the test digital signals resampling is reported.

Key words: *digital signal processing, resampling, interpolation.*

Испытание или тестирование является важной частью процесса разработки программного обеспечения (ПО) [1]. Тестирование представляет собой проверку или оценку работоспособности нового компонента или системы в «почти естественных» и (или) экстремальных условиях эксплуатации. Обычно именно в процессе тестирования определяются оптимальные значения системных параметров, рациональные режимы работы и границы эффективного использования системы.

В широком смысле дефекты или недостатки ПО (здесь термин «ПО» используется для идентификации совокупности математического, программного, учебно-методического и эксплуатационного обеспечений), с которыми может столкнуться пользователь и которые требуется обнаружить и исправить в процессе тестирования, можно разделить на две категории:

логические и арифметические (ошибки функционирования ПО, погрешности цифрового представления, например квантования, и др.);

алгоритмические и методические (грубость или неадекватность используемых алгоритмов, несоответствие текущему заданию выбранных пользователем терминальных значений параметров и пр.).

Эффективные средства обнаружения и исправления дефектов первой категории хорошо известны, поэтому в данной работе рассматривается вторая категория дефектов ПО, которые связаны с цифровой обработкой сигналов (ЦОС).

Обычно существует несколько методов (процедур), позволяющих выполнить требуемое преобразование цифрового сигнала. Кроме этого, практически любая процедура содержит несколько аргументов (параметров), значения которых требуется задать при ее применении. Таким образом, пользователь путем выбора процедуры и (или) значений ее параметров может в определенной степени регулировать «качество» ЦОС, например, точность или погрешность.

Для оценки погрешности преобразования цифрового сигнала часто используют методы вычисления среднего квадратического отклонения. При этом обычно ограничиваются общей или интегральной оценкой погрешности ЦОС [2], что иногда оказывается недостаточным. Ниже предлагается критерий оценки спектральной погрешности моделей преобразований ЦОС на конкретном примере преобразования редискретизации цифровых сигналов.

В данной работе широко используется термин «*модель*», который представляет редукцию термина «*вычислительная или компьютерная модель*» и означает некоторую *интерпретацию* преобразования цифрового сигнала, т. е. совокупность знаний, включающих определение, метод, алгоритм, программу и иную информацию, которая требуется специалистам предметной области знаний при реализации определенного *преобразования* цифрового сигнала в той или иной программно-аппаратной среде.

Метод оценки адекватности моделей редискретизации цифровых сигналов. Преобразование выборки измерений цифрового сигнала, записанной с определенной частотой дискретизации, в выборку измерений с более высокой частотой дискретизации обычно называют интерполяцией, а обратное преобразование с понижением частоты дискретизации — децимацией. Какое-либо из указанных преобразований или их комбинацию называют *редискретизацией* цифрового сигнала. При больших значениях коэффициентов интерполяции или децимации указанные преобразования существенно некоммутативны, при этом нижняя граница области изменения коэффициента редискретизации цифрового сигнала определяется условием Найквиста.

Выберем семейство комплексных гармоник $z_s(t) = A_0 \exp(2\pi j F_s t)$, где A_0 — амплитуда, F_s — частота гармоники, t — время в качестве семейства тестовых цифровых сигналов. Для рассматриваемого семейства функций оценка дисперсии гармоники $\sigma_s^2 = \left\langle |z_s(t)|^2 \right\rangle \equiv A_0^2$ является величиной, не зависящей как от частоты гармоники, так и от длительности интервала оценивания, что достаточно удобно.

Определим вектор параметров $\mathbf{q} = (L_0, N_0, A_0)$ процедуры синтеза набора цифровых сигналов источника, компоненты которого представляют: L_0 — размерность набора тестовых

выборок данных (количество гармоник спектра); N_0 — объем тестовой выборки данных (длительность фрагмента сигнала источника); A_0 — амплитуда гармоники.

Набор *исходных* (source) тестовых выборок данных или, иначе, набор цифровых сигналов источника $\left\{z_s^{(\mathrm{src})}(t)\right\}$ сформируем в виде набора пар временных рядов

$$x_s^{(\mathrm{src})}(i) = A_0 \cos\left[2\pi\left(s / 2L_0\right)i\right];\quad y_s^{(\mathrm{src})}(i) = A_0 \sin\left[2\pi\left(s / 2L_0\right)i\right],$$

где $i = \left[F_D^{(\mathrm{src})} t\right]$ — смещение (по «шкале времени») элемента выборки данных, $0 \le i < N_0$; $F_D^{(\mathrm{src})}$ — частота дискретизации сигнала источника; $F_s / F_D^{(\mathrm{src})} \to s / (2L_0)$ — нормализованная частота гармоники F_s.

По условию Найквиста $F_s / F_D^{(\mathrm{src})} < 1/2$, поэтому полагаем $s \in 0, 1, ..., L_0 - 1$. Очевидно, что элементы набора исходных тестовых цифровых сигналов имеют одинаковую дисперсию, т. е. $\sigma_s^2 = \left\langle \left| z_s^{(\mathrm{src})}(t) \right|^2 \right\rangle \equiv A_0^2$ для всех $s \in 0, 1, ..., L_0 - 1$.

Изменение частоты дискретизации для исходных тестовых цифровых сигналов можно описать коэффициентом редискретизации $K_D = F_D^{(\mathrm{dst})} / F_D^{(\mathrm{src})}$, где $F_D^{(\mathrm{dst})}$ — частота дискретизации *редискретизированных* или *целевых* (destination) тестовых цифровых сигналов.

Набор *ожидаемых* (expected) тестовых выборок данных $\left\{z_s^{(\mathrm{exp})}(t)\right\}$, соответствующий заданному набору исходных тестовых сигналов и заданному коэффициенту редискретизации K_D сформируем в виде набора пар временных рядов

$$x_s^{(\mathrm{exp})}(n) = A_0 \cos\left[2\pi K_D^{-1}\left(s / 2L_0\right)n\right];$$

$$y_s^{(\mathrm{exp})}(n) = A_0 \sin\left[2\pi K_D^{-1}\left(s / 2L_0\right)n\right],$$

где n — смещение (по «шкале времени») элемента выборки данных.

Очевидно, что элементы набора ожидаемых тестовых цифровых сигналов также имеют одинаковую дисперсию $\sigma_s^2 = \left\langle \left| z_s^{(\mathrm{exp})}(t) \right|^2 \right\rangle \equiv A_0^2$ для всех $s \in 0, 1, ..., L_0 - 1$.

Определим вектор параметров $\mathbf{p} = (C, M_a, K_D)$ процедуры редискретизации цифрового сигнала (см. ниже), компоненты которого представляют: C — тип интерполяционной кривой (т. е. идентификатор или имя метода интерполяции); M_a — апертура окна интерполяции; K_D — коэффициент редискретизации.

Набор *фактических* (actual) тестовых цифровых сигналов $\left\{z_s^{(\mathrm{act})}(t)\right\}$, представляющих результат (выход) цифровой обработки набора исходных тестовых цифровых сигналов, также сформируем в виде набора пар временных рядов

$$\mathbf{x}_s^{(\mathrm{act})} = \mathrm{SRC}\left(\mathbf{p}, \mathbf{x}_s^{(\mathrm{src})}\right);\quad \mathbf{y}_s^{(\mathrm{act})} = \mathrm{SRC}\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}_s^{(\mathrm{src})}\right),$$

где $\left\{\mathbf{x}_s^{(\mathrm{src})}, \mathbf{y}_s^{(\mathrm{src})}\right\}$ — набор пар исходных тестовых цифровых сигналов $\left\{z_s^{(\mathrm{src})}\right\}$; SRC (..) — обозначение исследуемой процедуры редискретизации цифрового сигнала (Sample Rate Converter).

Как показывает практика, дисперсия элементов рассматриваемого набора фактических тестовых сигналов $\sigma_s^2 = \left\| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \right\|^2 \approx A_0^2$, т. е. практически одинакова для всех $s \in 0, 1, ..., L_0 - 1$. Поэтому использование разностей или отношений дисперсий фактических и ожидаемых тестовых сигналов как показателя качества (оценки точности) редискретизации цифровых сигналов не является сколько-нибудь информационно содержательным. Ниже для оценки точности редискретизации цифровых сигналов предлагается использовать набор фазосогласованных или минимальных средних квадратических отклонений (МСКО) редискретизации, т. е.

$$\varepsilon_s^2 = \min_{\Delta\varphi} \left\| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Delta\varphi} \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \right\|^2,$$

где s — спектральный индекс, соответствующий нормализованной частоте тестовой гармоники; прямые парные скобки обозначают норму комплексного вектора; $\Delta\varphi = \pi(s / L_0)\,\Delta n_s$ — возможный фазовый сдвиг между ожидаемым и фактическим цифровыми сигналами, связанный с реализацией модели цифрового преобразования; Δn_s — «техническая задержка» или относительный сдвиг между элементами выборок рассматриваемых цифровых сигналов, максимально соответствующих по фазе друг другу.

Оптимальное значение фазового сдвига зависит от значений рассматриваемых выборок цифровых сигналов:

$$\Delta\tilde{\varphi}_s = -\mathrm{j}\,\ln\sqrt{\left\langle \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \middle| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \right\rangle / \left\langle \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \middle| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \right\rangle},$$

где $\left\langle \mathbf{z}_1 \middle| \mathbf{z}_2 \right\rangle = \frac{1}{N_2 - N_1} \sum_{n=N_1}^{N_2-1} z_1(n) z_2^*(n)$ — скалярное произведение комплексных векторов; N_1, N_2 — соответственно начальная и конечная границы фрагментов цифровых сигналов, по которым оценивается МСКО; звездочка обозначает операцию комплексного сопряжения.

Подставив это выражение в приведенную выше формулу для набора величин МСКО, получим

$$\varepsilon_s^2 = \left\| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \right\|^2 + \left\| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \right\|^2 - 2\sqrt{\left\langle \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \middle| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \right\rangle / \left\langle \mathbf{z}_s^{(\mathrm{exp})} \middle| \mathbf{z}_s^{(\mathrm{act})} \right\rangle}.$$

В простом случае, когда фазовые сдвиги между ожидаемыми и фактическими тестовыми цифровыми сигналами априори отсутствуют, приведенное выражение упрощается и описывается формулой

$$\varepsilon_s^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{N_2 - N_1} \sum_{n=N_1}^{N_2-1} \left| z_s^{(\exp)}(n) - z_s^{(\text{act})}(n) \right|^2,$$

где **p** — «скрытый» вектор параметров исследуемой процедуры редискретизации.

Для получения репрезентативных результатов вычислений МСКО «длину» фрагмента цифрового сигнала или, иначе, объем тестовых выборок данных источника N_0 следует выбирать достаточно большим, но при этом желательно исключить повторяющиеся значения. Можно показать, что для эквидистантного набора частот гармоник рациональный объем тестовых выборок данных источника $N_0 = 2L_0 + M_a$ выборочных значений, где $2L_0$ — объем выборки, соответствующий периоду гармоники минимальной нормализованной частоты (соотвествующий значению спектрального индекса $s = 1$) в наборе тестовых сигналов источника; M_a — апертура окна интерполяции или число выборочных значений, которые нужно отбросить при оценке МСКО, чтобы исключить влияние краевых эффектов процедуры редискретизации. Таким образом, границы N_1 и N_2 фрагментов цифровых сигналов, по которым оценивается МСКО редискретизации, следует выбирать из условий

$$K_D M_a / 2 < N_1 < N_2 < K_D (N_0 - M_a / 2).$$

Для того, чтобы можно было легко сравнивать наборы МСКО, соответствующие разным моделям или различным значениям параметров моделей редискретизации цифровых сигналов, необходимо определить унифицированную шкалу оценок. В качестве такой шкалы удобно использовать шкалу децибел. В этом случае унифицированный набор спектральных погрешностей или оценку частотной кривой адекватности (ЧКА) модели редискретизации цифровых сигналов можно представить выражением

$$\zeta_s^2(\mathbf{p}) = 10 \lg \left(\varepsilon_s^2(\mathbf{p}) / \sigma_s^2 \right),$$

где в качестве нормировочного коэффициента выбрана дисперсия сигнала источника $\sigma_s^2 \equiv A_0^2$.

Оценка ЧКА представляет набор значений («кривую») нормализованных спектральных погрешностей, которая соответствует тройке информационных объектов, описывающих преобразование цифрового сигнала, а именно:

имени или *названию* (символьному идентификатору) преобразования в информационно-библиографическом пространстве;

декларации или *концепции* преобразования (определению ожидаемого поведения идеальной системы преобразования сигнала);

модели или *реализации* преобразования (конструкции реальной системы, выполняющей определенное преобразование цифрового сигнала «более или менее удовлетворительно»).

На практике оценка ЧКА оказывается достаточно информативным метрологическим показателем качества или, более точно, показателем адекватности модели (реализации) преобразования цифрового сигнала его определению (декларации).

Алгоритмы редискретизации цифровых сигналов. Пусть $x\left[iT_D^{(s)}\right]$, $x'\left[nT_D^{(d)}\right]$ — входная и выходная выборки цифрового сигнала; $T_D^{(s)} = 1/F_D^{(s)}$, $T_D^{(d)} = 1/F_D^{(d)}$, $F_D^{(s)}$, $F_D^{(d)}$ — шаги и частоты дискретизации входной и выходной выборок. Линейное преобразование редискретизации цифрового сигнала формально можно записать в виде

$$x'\left[nT_D^{(d)}\right] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \varphi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)}\right) x\left[iT_D^{(s)}\right],$$

где $\varphi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)}\right)$ — асимптотически убывающая функция модуля аргумента представляет ядро («весовую функцию») или вклад элемента $x\left[iT_D^{(s)}\right]$ входной выборки в текущее значение элемента $x'\left[nT_D^{(d)}\right]$ выходной выборки.

Запишем аппроксимацию «идеального» линейного преобразования редискретизации цифрового сигнала в виде мультиинтерполяционного преобразования [3]:

$$x'\left[nT_D^{(d)}\right] = \sum_{m=-M}^{M} \varphi\left(nT_D^{(d)} - \left(\tilde{i}\,[n] + m\right)T_D^{(s)}\right) x\left[\left(\tilde{i}\,[n] + m\right)T_D^{(s)}\right],$$

где $\tilde{i}\,[n] = \left(nF_D^{(s)}\right)/F_D^{(d)}$ — текущий индекс элемента входной выборки $x\left[iT_D^{(s)}\right]$, который наиболее близок по «шкале времени» к индексу n элемента $x'\left[nT_D^{(d)}\right]$ выходной выборки; $m = i - \tilde{i}\,[n]$ — относительный индекс элементов входной выборки; $M = M_a / 2$ — полуширина апертуры окна интерполяции.

В качестве весовых функций можно использовать, например, интерполяционную функцию Лагранжа

$$\varphi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)} - mT_D^{(s)}\right) = \prod_{\substack{m'=-M \\ m' \neq m}}^{M} \frac{\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)} - m'T_D^{(s)}\right)}{\left(mT_D^{(s)} - m'T_D^{(s)}\right)}$$

или интерполяционную функцию Уиттакера

$$\varphi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)} - mT_D^{(s)}\right) = \frac{\sin\pi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)} - mT_D^{(s)}\right)}{\pi\left(nT_D^{(d)} - iT_D^{(s)} - mT_D^{(s)}\right)}.$$

Отметим, что «ядро» интерполяционной формулы Уиттакера представляет аппроксимацию «ядра» интерполяционной формулы Лагранжа для равномерной неограниченной выборки измерений. Действительно,

$$\prod_{\substack{m'=-M\\ m'\neq m}}^{M}\frac{\tau-m'}{(m-m')}=\prod_{\substack{m'=-M\\ m'\neq m}}^{M}\frac{(\tau-m)+(m-m')}{(m-m')}=\prod_{\substack{m'=-M\\ m'\neq m}}^{M}\left(1+\frac{\tau-m}{(m-m')}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow\prod_{\substack{k=-\infty\\ k\neq 0}}^{\infty}\left(1+\frac{\tau-m}{k}\right)=\prod_{k=1}^{\infty}\left(1-\left(\frac{\tau-m}{k}\right)^2\right)=\frac{\sin\pi(\tau-m)}{\pi(\tau-m)}.$$

Определим коэффициент редискретизации цифрового сигнала $K_D=F_D^{(d)}/F_D^{(s)}$ и представим рассмотренное мультинтерполяционное преобразование редискретизации в виде «академического» алгоритма редискретизации цифрового сигнала:

```
ВХОД : x [ i ] ;
ВЫХОД : x' [ n ] ;
switch(Ma%2) {
    case 0:
        for ( n = 0, i = 0; i < x.length; n++) {
            i := [n / KD]; x' [n] := φev (n, i ); }
    break;
    case 1:
        for ( n = 0, i = 0; i < x.length; n++) {
            i := [n / KD + 1/2]; x' [n] := φod (n, i ); }
    break; }
```

Здесь переменные i и n можно интерпретировать как «счетчики принятых и отправленных элементов» соответствующих выборок данных, скобки [ ] обозначают операцию взятия целого значения действительной величины; символ % — операцию вычисления остатка целочисленного деления; $\varphi_{ev}(n, i)$, $\varphi_{od}(n, i)$ — заданные интерполяционные функции, например, функция Лагранжа

$$\varphi_{ev}(n,i)=\sum_{m=-M+1}^{M}x[i+m]\prod_{\substack{m'=-M+1\\ m'\neq m}}^{M}\frac{(n/K_D-i-m')}{(m-m')};$$

$$\varphi_{od}(n,i)=\sum_{m=-M}^{M}x[i+m]\prod_{\substack{m'=-M\\ m'\neq m}}^{M}\frac{(n/K_D-i-m')}{(m-m')}$$

или модифицированная интерполяционная функция Уиттакера

$$\varphi_{ev}(n,i)=\sum_{m=-M+1}^{M}x[i+m]\frac{\sin\pi(n/K_D-i-m)}{\pi(n/K_D-i-m)}\cos^{\beta}\left(\frac{\pi(n/K_D-i-m)}{2M+1}\right);$$

$$\varphi_{od}(n,i)=\sum_{m=-M}^{M}x[i+m]\frac{\sin\pi(n/K_D-i-m)}{\pi(n/K_D-i-m)}\cos^{\beta}\left(\frac{\pi(n/K_D-i-m)}{2M+1}\right),$$

где $\cos^{\beta}\left(\frac{\pi m}{2M+1}\right)$ — эмпирическая формирующая функция (форм-фактор) окна интерполяции; $\beta\in\{0, 1, 2\}$ — параметр «гладкости» окна.

Небольшое различие приведенных выше выражений для четных (M_a % 2 ≡ 0) и нечетных (M_a % 2 ≡ 1) апертур окна интерполяции M_a обусловлено различием в позиционировании интервала возможных значений минимальных временных сдвигов $\tau=nT_D^{(d)}-iT_D^{(s)}$ между ближайшими текущими элементами входной и выходной выборок данных. При позиционировании текущего фрагмента входной выборки данных цифрового сигнала источника относительно текущего значения выходной выборки данных целевого сигнала по формулам, указанным в алгоритме, возможные значения минимальных временных сдвигов лежат в интервалах $0\le\tau<T_D^{(s)}$ и $-T_D^{(s)}/2\le\tau<T_D^{(s)}/2$ соответственно четного и нечетного значений апертуры окна интерполяции.

«Академический» алгоритм редискретизации цифровых сигналов предполагает значительные вычислительные затраты, так как для вычисления каждого текущего значения выходной выборки цифрового сигнала требуется пересчет «ядра» функции интерполяции. Однако этих вычислений можно избежать, если модифицировать структуру рассмотренного алгоритма.

Действительно, коэффициент редискретизации цифрового сигнала $K_D=F_D^{(d)}/F_D^{(s)}$ можно аппроксимировать рациональным числом или дробью $K_D = L/N$, где L — коэффициент интерполяции, N — коэффициент децимации. В этом случае множество возможных значений минимальных временных сдвигов τ между ближайшими элементами входной и выходной выборок данных «вырождается» в конечный набор значений, количество элементов которого определяется коэффициентом интерполяции L.

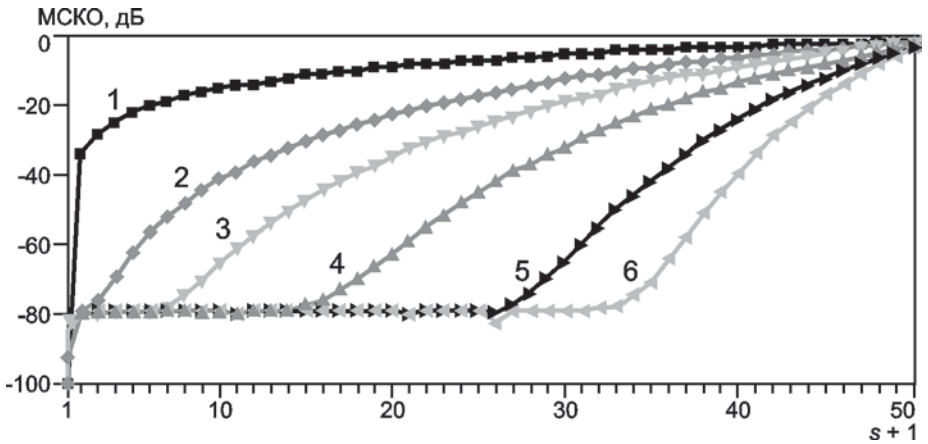

Рис. 1. Графики оценок частотной кривой адекватности модели редискретизации цифровых сигналов по интерполяционной формуле Лагранжа при различных значениях апертуры окна интерполяции M_a = 1, 3, 5, 10, 25, 50, соответственно кривые *1*—*6*, полученные при K_D = 33,3, L_0 = 50, A_0 = 10000; s — номер гармоники

Из этого следует практическая реализуемость вычисления *полного набора* возможных значений весов интерполяционной функции для заданного K_D. Вычисленные значения весов затем можно использовать в процессе редискретизации цифрового сигнала.

Иными словами, рассмотренный выше «академический» алгоритм редискретизации цифровых сигналов можно представить в виде коммутируемого набора линейных цифровых фильтров с постоянными коэффициентами. «Практический» алгоритм редискретизации цифровых сигналов, реализованный в [4], состоит из процедуры проектирования или вычисления коэффициентов набора цифровых фильтров-интерполяторов и процедуры полифазной или «автокоммутируемой» линейной цифровой фильтрации данных.

Оценка качества моделей редискретизации цифровых сигналов. Целью проводимых испытаний является изучение поведения оценки ЧКА моделей редискретизации цифровых сигналов в зависимости от величины апертуры окна интерполяции. Для проведения серии вычислительных экспериментов было разработано специализированное контрольно-измерительное приложение «WCTestDesk» [5], а для построения графиков оценок ЧКА использовался пакет «OpenOffice.org» фирмы «SUN Microsystems».

Сценарий вычислительного эксперимента по оценке ЧКА моделей редискретизации цифровых сигналов можно представить в виде такой последовательности действий:

1. Определить значения параметров сессии вычислительного эксперимента, т. е. значения параметров процедур редискретизации, синтеза и представления отчета.

2. Вычислить наборы тестовых цифровых сигналов — исходных, ожидаемых (т. е. вычисленных, без помощи исследуемой процедуры редискретизации) и фактических (т. е. вычисленных с помощью исследуемой процедуры редискретизации), которые соответствуют заданному набору исходных тестовых сигналов и заданным значениям параметров процедуры редискретизации.

3. Вычислить набор спектральных погрешностей для исследуемой модели редискретизации.

4. Создать информационный отчет с результатами вычислительного эксперимента.

Информационный отчет должен содержать полную или, по крайней мере, важную информацию о текущей сессии вычислительного эксперимента, в частности: значения параметров процедуры редискретизации, процедуры синтеза тестовых сигналов и таблицу оценок ЧКА, соответствующую рассмотренным значениям параметров.

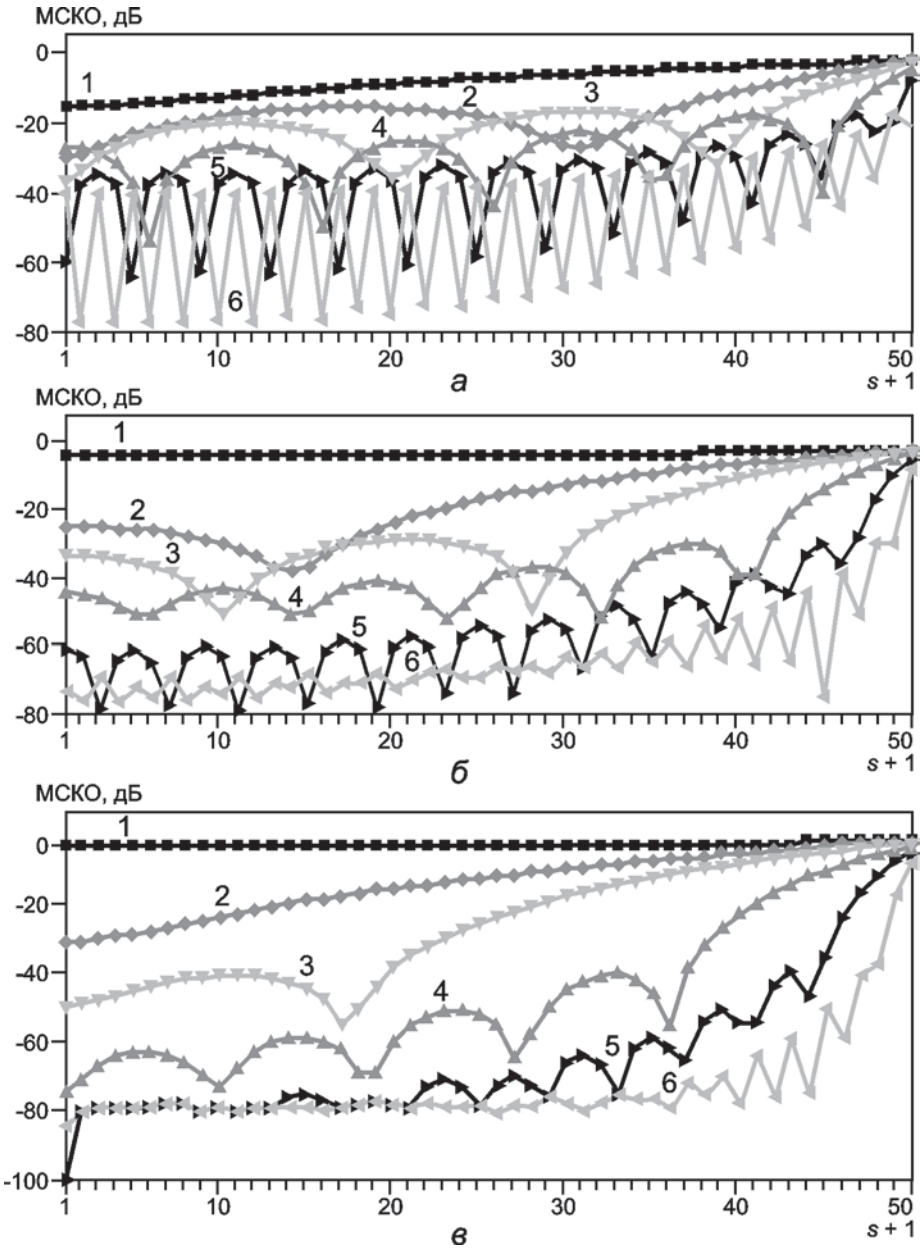

Рис. 2. Графики оценок частотной кривой адекватности модели редискретизации цифровых сигналов по оригинальной $\beta = 0$ (*а*) и сглаженным $\beta = 1$ (*б*) и $\beta = 2$ (*в*) интерполяционным кривым Уиттакера при различных значениях апертуры окна интерполяции (тех же, что на рис. 1)

Результаты отдельных вычислительных экспериментов обычно группируют в серию, отвечающую интересам исследователя, и анализируют совместно. На рис. 1, 2 показаны графики зависимости нормализованных спектральных погрешностей (оценки ЧКА) редискретизации цифровых сигналов при различных значениях апертуры окна интерполяции. Полученные оценки ЧКА позволяют дать общие рекомендации по использованию моделей редискретизации цифровых сигналов по интерполяционным формулам Лагранжа и Уиттакера для рассмотренного подмножества преобразований цифровых сигналов с достаточно большими значениями коэффициентов редискретизации.

Так, легко заметить, что указанные модели редискретизации цифровых сигналов точнее для низкочастотных гар-

моник сигнала, чем для высокочастотных. Поэтому частоту дискретизации исходного сигнала рекомендуется выбирать приблизительно в три-четыре раза выше максимальной частоты спектра сигнала.

Кривые спектральных погрешностей модели редискретизации цифровых сигналов по формуле Уиттакера являются квазипериодическими функциями нормализованной частоты, причем период этих функций зависит от величины апертуры окна интерполяции. Причина такого характера поведения оценки ЧКА — явление Гиббса, которое проявляется при «обрезании» медленно затухающей импульсной характеристики линейного фильтра, в данном случае ядра интерполяционной функции Уиттакера. Использование эмпирических формирующих (сглаживающих) окон позволяет существенно ослабить данный эффект.

Заключение. Результаты рассмотренной серии вычислительных экспериментов показывают, что оценка ЧКА является достаточно информативным метрологическим показателем качества или, точнее, адекватности модели (реализации) определению (декларации) преобразования цифрового сигнала. Таблицы или графики оценок ЧКА моделей преобразований цифровых сигналов предоставляют существенно больше информации о поведении алгоритма (программы) преобразования цифровых сигналов, чем интегральная (средняя по спектру) погрешность.

Литература

1. **Бейзер Б.** Тестирование черного ящика. Технологии функционального тестирования программного обеспечения и систем. СПб.: Питер, 2004.

2. **Вьюхин В. Н.** Дискретизация в эквивалентном времени и интерполяция в цифровой осциллографии реального времени // Автометрия. 2008. № 3. С. 52—56.

3. **Чичагов А. В.** Исследование зависимости СКО редискретизации цифровых сигналов от величины апертуры окна интерполяции // Математические методы распознавания образов: Сб. докл. 14 Всерос. конф. М.: МАКС пресс, 2009. С. 439—441.

4. **Свид. 2009614998 РФ** об офиц. регистрации программы для ЭВМ / А. В. Чичагов. Программа редискретизации цифровых сигналов (версия 1.0) // Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных схем. 2009. № 4(69). Ч. 2. С. 344.

5. **Свид. 2009614999 РФ** об офиц. регистрации программы для ЭВМ / А. В. Чичагов. Программа оценки точности редискретизации цифровых сигналов (версия 1.0) // Там же.

Дата принятия 20.05.2010 г.

620.1.08

Модели метрологических характеристик интеллектуальных измерительных приборов

В. П. ШЕВЧУК

Московский энергетический институт (технический университет), Волжский, Россия, e-mail: shevchuk@vfmei.ru

Разработаны, проверены на адекватность и исследованы обобщенные метрологические характеристики интеллектуальных измерительных приборов.

Ключевые слова: *методическая погрешность, автокорреляционная и взаимокорреляционная функции, эталонный прибор, интеллектуальный измерительный прибор.*

The generalized metrological characteristics of intellectual measuring instruments are developed, verified on adequacy and investigated.

Key words: *methodical error, autocorrelation and intercorrelation functions, reference instrument, intellectual measuring instrument.*

Измерительный прибор по своей структуре и функциональным свойствам может быть аналоговым, цифровым и интеллектуальным. Основной особенностью интеллектуального прибора является аппаратно-программно-аппаратная структура измерительного канала. Аналоговый прибор (от чувствительного элемента до визуализации процесса измерения) состоит только из физических аналоговых элементов, цифровой — из аналоговых и цифровых элементов. Интеллектуальным или программно-аппаратным прибором будем называть прибор, у которого (см. рисунок) часть измерительного канала состоит из аппаратных (аналоговых или цифровых) элементов, а другая часть — из программного обеспечения промышленной ЭВМ или программируемого контроллера. При этом статические и динамические характеристики чувствительных элементов реализуются программно.

Самым распространенным уравнением измерения во всех типах измерительных приборов является нелинейный преобразователь со статической характеристикой вида

$$Y(t) = AX^2(t) + BX(t) + C,$$

где A — чувствительность датчика; B — коэффициент линеаризации статистической характеристики; C — начало шкалы (обычно $C = 0$).