

## Прямое непрерывное вейвлет-преобразование в обработке сигналов радиоволновых датчиков

Д. В. ХАБЛОВ

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия,  
e-mail: dkhablov@mail.ru

Рассмотрено сравнительно новое направление в обработке сигналов, связанное с непрерывным вейвлет-преобразованием. Отмечено его преимущество по сравнению с преобразованием Фурье при определении составляющих частот ограниченного по времени сигнала, наблюдаемого на выходе радиоволнового датчика с частотной модуляцией.

**Ключевые слова:** непрерывное вейвлет-преобразование, частотная модуляция, радиоволновый датчик.

The comparatively new trend in signal processing associated with continuous wavelet transformation is considered. Its advantage in comparison with the Fourier transform at determination of component frequencies of time-limited signal observed of processing of signals of microwave sensor with frequency modulation is noted.

**Key words:** continuous wavelet transformation, frequency modulation, microwave sensor.

Термин «вейвлет» (дословный перевод — маленькая волна) был введен Гроссманом и Морле в середине 80-х годов прошлого века в связи с анализом свойств сейсмических и акустических сигналов [1]. В настоящее время семейство анализаторов, названных вейвлетами, широко применяется в задачах распознавания образов; при обработке и синтезе различных сигналов, например речевых; при анализе изображений самой различной природы; для изучения свойств турбулентных полей; для свертки (упаковки) больших объемов информации и во многих других случаях.

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала состоит в его разложении по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами солитоноподобной функции (вейвлета), путем масштабных изменений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную пространственную (временную) частоту, так и ее локализацию в физическом пространстве (времени). Таким образом, в отличие от преобразования Фурье, традиционно применяемого для анализа сигналов, вейвлет-преобразование обеспечивает двухмерную развертку исследуемого одномерного сигнала, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные. В результате появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и в частотном пространствах [1, 2]. Именно такой локализованный во времени характер имеют выходные сигналы радиоволновых датчиков с частотной модуляцией (ЧМ).

Цель статьи — показать, как на основе использования алгоритма обработки сигналов радиоволновых датчиков с использованием прямого непрерывного вейвлет-преобразования (НВП) можно существенно повысить точность измерений. Актуальность задачи связана с широким использованием радиоволновых ЧМ-датчиков расстояний в диапазоне 0,5—20,0 м для контроля уровней жидких и сыпучих сред в технологических процессах.

**Спектральный анализ Фурье как частный случай использования обобщенного преобразования Фурье.** Обоб-

щенным рядом Фурье называется представление произвольного сигнала  $U(t)$  в виде суммы проекций на ортогональные функции  $\varphi_n(t)$ :

$$U(t) = C_0\varphi_0(t) + \dots + C_n\varphi_n(t) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} C_n\varphi_n(t), \quad (1)$$

где коэффициенты ряда или значения проекций  $C_i$  определяются из соотношений

$$C_n = \|\varphi_n\|^{-2} \int_{t_1}^{t_2} U(t)\varphi_n(t) dt; \quad (2)$$

$\|\varphi_n\|^{-2} = \int_{t_1}^{t_2} \varphi_n^2(t) dt$  — квадрат нормы (энергия функции).

Выбор рациональной системы ортогональных функций зависит от поставленной задачи. Так, при анализе и синтезе сигналов, воздействующих на линейные цепи, наибольшее распространение получила система гармонических функций. Поэтому на практике спектром Фурье обычно называют коэффициенты, полученные при разложении сигнала по базису  $\varphi_n = \exp\{in\omega t\}$ , где  $n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ ;  $\omega = 2\pi/T$ . Такое широкое распространение данного подхода обусловлено тем, что, во-первых, гармонические колебания в отличие от других сохраняют свою форму при прохождении через эти цепи, изменяются лишь их амплитуда и начальная фаза, а во-вторых, используется хорошо разработанный в теории цепей символический метод. В этом случае формулы (1), (2) при-

обретают вид  $C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(t)e^{-in\omega t} dt$  и  $U(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{-in\omega t}$ ,

где  $n$  — номер гармоники. Однако подобный спектральный подход имеет ряд существенных недостатков, ограничиваю-

ших его применение при обработке реальных сигналов. Базисной функцией при разложении в ряд Фурье является синусоида, которая математически определена в интервале времени  $\pm\infty$  при прямом преобразовании Фурье (ПФ) и имеет неизменные во времени параметры. То же самое справедливо и в частотной области при обратном преобразовании Фурье (ОПФ). Отдельные особенности сигнала, например, разрывы, пики или смены фазы, вызывают незначительные изменения частотного образа сигнала во всем интервале частот  $\pm\infty$ , которые «размазываются» по всей частотной оси, что делает их обнаружение по спектру практически невозможным. Резкое увеличение числа гармоник в этом случае оказывает влияние на форму сигнала также и за пределами его локальных особенностей. При этом по составу высших составляющих спектра практически невозможно оценить местоположение особенностей на временной зависимости сигнала и их характер. Для нестационарных сигналов трудности ПФ и ОПФ многократно возрастают. В некоторой степени указанные сложности можно преодолеть, используя оконное преобразование Фурье, однако это не избавляет от принципиального недостатка — использования синусоиды в качестве базисной функции спектрального разложения.

Если базисные функции ряда Фурье — синусоиды — предельно локализованы в частотной области, вырождаясь на спектрограмме в вертикальную линию, но вообще не локализованы во временной области, то импульсная базовая функция

$$\varphi_n(t) = \delta_k(t) \begin{cases} 1, & k=t; \\ 0, & k \neq t \end{cases}$$

четко локализована во временной области и потому идеально подходит для представления разрывов сигналов. Однако эта базисная функция не несет информации о частоте сигнала и поэтому плохо приспособлена для представления сигналов на заданном отрезке времени и тем более периодических сигналов.

Необходимость точной обработки сигналов, содержащих некоторые локальные временные особенности, собственно и явилось одним из мотивов использования вейвлетов в качестве базисных функций. Последние занимают проме-

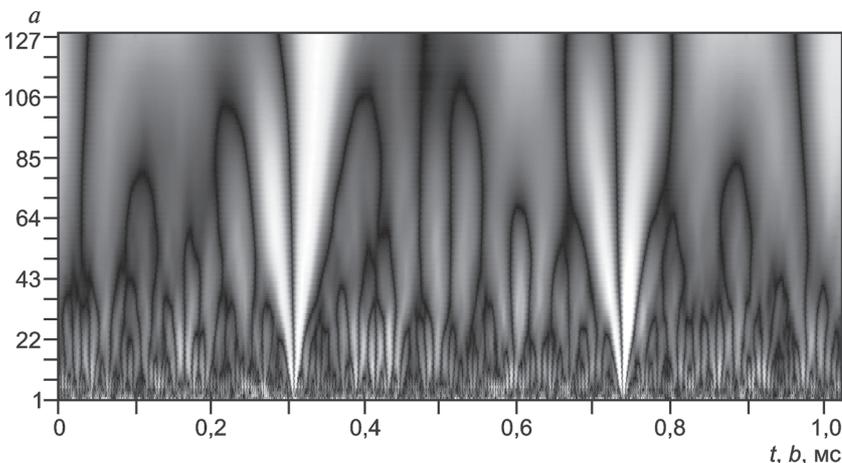


Рис. 1. График двумерной функции вейвлет-коэффициентов  $C(a, b)$  или вейвлет-спектр сигнала  $U(t)$ , полученных при использовании вейвлета Добеши 6-го порядка

жуточное положение между рассмотренными крайними случаями, образуя некоторый набор различных функций, основанных на представлении сигнала в виде (1), в том числе напоминающие синусоиды, модулированные импульсами, функции со скачками уровня и т. д. Это легко обеспечивает представление сигналов с локальными скачками и разрывами наборами вейвлетов того или иного типа, которые, как правило, не имеют аналитического представления в виде одной формулы и задаются итерационными выражениями. Только в пакете Wavelet Toolbox 2.0/2.1 (MATLAB 6.0/6.1) представлено полтора десятка материнских вейвлетов, при этом для ряда из них дано еще множество вариантов [2]. В качестве примера можно привести вейвлеты Хаара, Добеши, Симплета, Гаусса, Морле и др.

**Свойства вейвлетов и прямое непрерывное вейвлет-преобразование сигналов.** Непрерывное вейвлет-преобразование одномерного сигнала представляет обобщенный ряд или интеграл Фурье по системе базисных функций вида

$$\Psi_{ab}(t) = \Psi[(t - b)/a]/\sqrt{a},$$

образованных из материнского вейвлета  $\Psi(t)$ , обладающего определенными свойствами вследствие операций сдвига  $b$  во времени и изменения  $a$  временного масштаба. Множитель  $1/\sqrt{a}$  обеспечивает независимость нормы этих функций от масштабирующего числа  $a$ . Малые значения  $a$  соответствуют мелкому масштабу  $\Psi_{ab}(t)$  или высоким частотам ( $\omega \sim 1/a$ ), большие значения  $a$  — крупному масштабу  $\Psi_{ab}(t)$ , т. е. растяжению материнского вейвлета  $\Psi(t)$  и сжатию его спектра. Таким образом, в частотной области спектры вейвлетов похожи на всплески с пиком на частоте  $\omega_0 = 2\pi F_{\text{ц}}$  ( $F_{\text{ц}}$  — центральная частота вейвлета) и полосой  $\Delta\omega$ , т. е. имеют вид полосового фильтра, при этом  $\omega_0$  и  $\Delta\omega$  уменьшаются с ростом параметра  $a$ . Следовательно, вейвлеты локализованы как во временной, так и частотной областях, причем их среднее значение должно быть равно нулю.

В соответствии с принципом неопределенности произведение эффективных длительности  $\tau_g$  и ширины спектра  $\Delta\omega_g$  функции  $\Psi_{ab}(t)$  остается неизменным. Кроме того, из-за масштабирования и временного сдвига ( $b/a = \Delta = \text{const}$ ) сохраняется относительная «плотность» расположения базисных функций по оси  $t$ .

Прямое НВП сигнала  $U(t)$  задается по аналогии с преобразованием Фурье путем вычисления вейвлет-коэффициентов по формуле

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) a^{-1/2} \Psi[(t - b)/a] dt$$

или с учетом области  $R$  ограничения сигналов

$$C(a, b) = \int_R U(t) a^{-1/2} \Psi[(t - b)/a] dt. \quad (3)$$

Процедура преобразования стартует с масштабного параметра  $a = 1$  и продолжается при увеличивающихся значениях  $a$ , т. е. анализ начинается с высоких частот и проводится в сторону низких частот. Первое значение  $a$  соответствует наиболее сжатому вейвлету, затем при увеличении  $a$  он расширяется. Вейвлет помещается в начало сигнала ( $t = 0$ ), перемножается с сигналом, интегрируется на интервале своего задания и нормализуется на  $1/\sqrt{a}$ . Результат вычисления  $C(a, b)$  поме-

щается в точку ( $a = 1, b = 0$ ) масштабно-временного спектра преобразования. Сдвиг  $b$  можно рассматривать как интервал времени с момента  $t = 0$ , при этом координатная ось  $b$  повторяет временную ось сигнала. Для полного включения в обработку всех точек входного сигнала требуется задать начальные и конечные условия преобразования (определенные значения входного сигнала при  $t < 0$  и  $t > t_{\max}$  на полуширине окна вейвлета). При одностороннем задании вейвлетов результат относится, как правило, к временному положению средней точки окна.

Затем вейвлет при  $a = 1$  сдвигается вправо на  $\Delta b$  и процедура повторяется. Получаем значение, соответствующее  $t = \Delta b$  в строке  $a = 1$  на частотно-временной плоскости. Процедура повторяется до тех пор, пока вейвлет не достигнет конца сигнала. Таким образом имеем строку точек для масштаба  $a = 1$ .

Для вычисления следующей масштабной строки значение  $a$  увеличивается на некоторую величину  $\Delta a$ . При прямом НВП в аналитической форме  $\Delta b \rightarrow 0$  и  $\Delta a \rightarrow 0$ . При выполнении преобразования в компьютере оба параметра увеличиваются с определенным шагом. Тем самым осуществляется дискретизация масштабно-временной плоскости. Начальное значение масштабного коэффициента может быть меньше 1. Для детализации самых высоких частот сигнала минимальный размер окна вейвлета не должен превышать периода самой высокочастотной гармоники. Если в сигнале присутствуют спектральные составляющие, соответствующие текущему значению  $a$ , то интеграл от произведения вейвлета на сигнал в пределах интервала, где эта спектральная составляющая присутствует, дает относительно большое значение. В противном случае — произведение мало или равно нулю, так как среднее значение вейвлета равно нулю. С увеличением масштаба (ширины окна) вейвлета преобразование выделяет все более низкие частоты.

В качестве примера чрезвычайной полезности описанной выше процедуры приведем вычисление коэффициентов  $C(a, b)$  сигнала  $U(t)$  в виде зашумленной синусоиды, имеющей два едва заметных локальных разрыва при  $1 \leq a \leq 128, 0 \leq b \leq 1$  мс (рис. 1). Светлые места на рис. 1 соответствуют большей амплитуде  $C(a, b)$ , а более темные — меньшей. За время наблюдения сигнала четко локализируются два разрыва, которые практически незаметны в спектре Фурье этого сигнала.

Следует отметить, что по аналогии с ОПФ существует также и обратное вейвлет-преобразование, заключающееся в восстановлении оригинального сигнала по его коэффициентам  $C(a, b)$ . Оно служит для очищения сигналов от шумов, компактного хранения информации, обработки изображений при использовании двумерного вейвлет-преобразования и пр. Для вычислений при большом объеме информации используются более эффективные дискретные прямое и обратное вейвлет-преобразования.

**Применение прямого НВП для обработки сигналов радиоволновых датчиков.** Его преимущества рассмотрим на

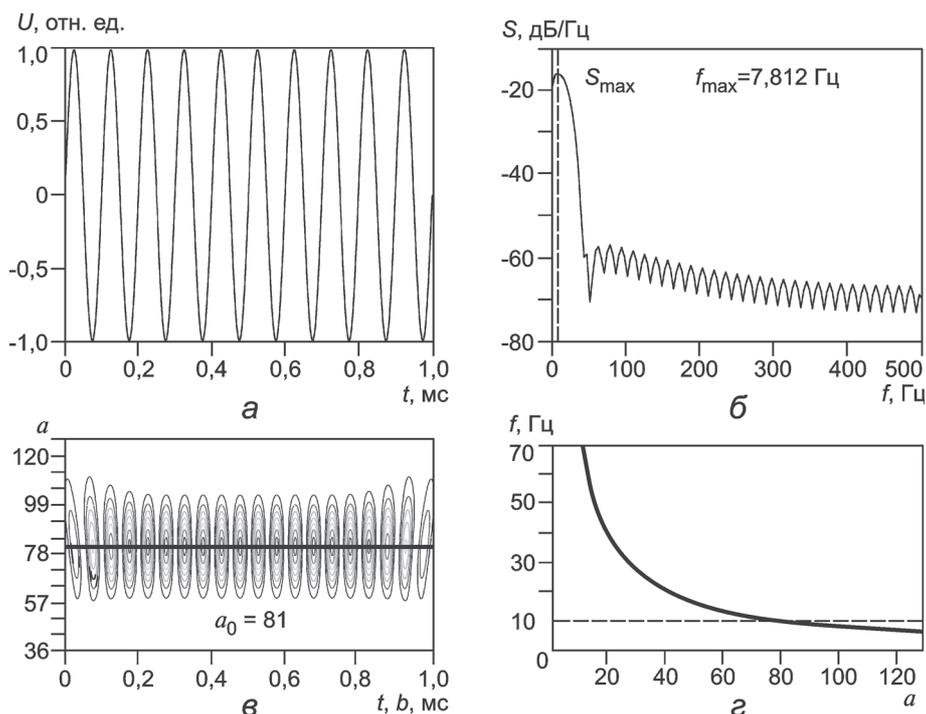


Рис. 2. Обработка сигнала ЧМ-датчика при помощи прямого непрерывного вейвлет-преобразования:

$a$  — сигнал  $U(t)$ ,  $b$  — его спектральная плотность;  $c$  — вейвлет-спектр  $C(a, b)$ ;  $d$  — график соответствия между частотой и масштабным коэффициентом  $a$

примере алгоритма обработки выходного сигнала радиоволнового датчика расстояний (уровнемера или дальномера) до плоской поверхности, использующего в работе линейную частотную модуляцию (ЛЧМ) несущей волны. Временное запаздывание отраженной от контролируемой поверхности волны относительно падающей приводит к сдвигу частоты между излученными и отраженными волнами. Эта разностная частота или сигнал биений выделяется на специальном элементе — смесителе, входящем в состав измерительного устройства. В этом случае частоты сигналов, отраженного от контролируемой среды и зондирующего, отличаются на значение разностной частоты

$$f = 2F_m \Delta f_{\max} L/c, \quad (4)$$

где  $F_m = 1/T_m$ ,  $T_m$  — частота и период ЛЧМ;  $\Delta f_{\max}$  — максимальная девиация частоты;  $L$  — расстояние от датчика до поверхности контролируемой среды;  $c$  — скорость света [3].

Как у частотных дальнометров, здесь присутствует методическая погрешность дискретности определения дальности, обусловленная периодичностью модуляции зондирующего сигнала [3]:

$$\Delta L = c/(2\Delta F_m) \quad (5)$$

и, следовательно, дискретностью его спектра. Используются различные технические решения и вычислительные процедуры, направленные на уменьшение этой погрешности [3—6], однако полностью ее устранить не удается.

Рассмотрим конкретный случай измерения уровня нефти в цистерне. Допустим, имеется сигнал частоты биений при

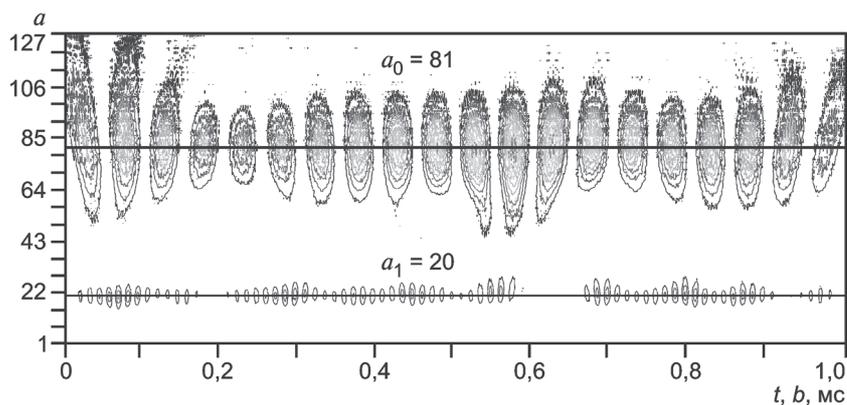


Рис. 3. Вейвлет-спектр  $C(a, b)$  сигнала  $U(t)$  ЧМ-датчика при анализе двухслойной структуры

излучении и отражении радиоволн от плоской жидкой поверхности, расположенной на расстоянии 5 м перпендикулярно вниз от антенны. Он получен из 1000 выборок длительностью  $\Delta t = 1$  мс (рис. 2, а). При этом задающий генератор трехсантиметрового диапазона радиоволн имеет девиацию  $\Delta f_{\max} = 300$  МГц при периоде ЛЧМ  $T_M = 1$  с. В соответствии с (4) частота биений должна быть равной 10 Гц. Однако точно измерить эту частоту классическим способом при помощи счетчика числа переходов через нуль нельзя, в соответствии с (5) в данном случае погрешность  $\Delta L = 0,5$  м. Измеряя частоту по максимуму спектральной плотности сигнала  $S_{\max}$  (см. рис. 2, б), получаем  $f_{\max} = 7,812$  Гц при истинном значении 10 Гц. Согласно (4) это соответствует расстоянию 3,91 м, т. е. погрешность  $\Delta L$  превышает 1 м.

Предлагаемый алгоритм обработки сигнала биений ЧМ радиоволнового датчика с использованием процедуры прямого НВП можно разбить на несколько этапов.

1. Запись сигнала с установленным временем выборки  $\Delta t$  от начала и до конца периода ЛЧМ  $T_M$  (см. рис. 2, а).

2. Собственно вычисление стандартной процедуры прямого НВП при заданных границах  $a$  и  $b$  согласно (3) для используемого вейвлета (например, Морле) [2].

3. Определение в пространстве вычисленных коэффициентов  $C(a, b)$ , построенных в виде линий равного уровня, локальных экстремумов, соединение их линией и определение точки пересечения с осью  $a$  ( $a_0 = 81$ , как показано на рис. 2, в).

4. Определение частоты, соответствующей найденному (см. рис. 2, г) параметру  $a_0$ , которая, в свою очередь, вычисляется в соответствии с выражением  $f = F_{\text{ц}}/(a\Delta t)$ , где центральная частота вейвлета, в данном случае — Морле,  $F_{\text{ц}} = 0,8125$  Гц.

Как следует из рис. 2, г, значение  $a_0 = 81$  соответствует частоте 10 Гц. Таким образом, по алгоритму точно определена частота биений, отвечающая истинному расстоянию до поверхности  $L = 5$  м согласно (4), и устранена указанная выше погрешность дискретности.

В следующем примере покажем возможность точной идентификации сигнала ЧМ радиоволнового датчика, представляющего сумму двух сигналов с разной частотой биения  $U(t)$ . Такой сигнал образуется от смешивания ЧМ-колебаний, отраженных от двух слоев, с опорным сигналом. Такого рода сигналы наблюдаются при отражении от слоя нефти на поверхности воды в емкости. На рис. 3 представлен вейвлет-спектр этого сигнала  $C(a, b)$  в виде линий одинакового уровня — контуров. Высокий уровень шумов не мешает постро-

нию линий, соединяющих локальные экстремумы на спектре  $C(a, b)$ . Значения  $a_0 = 81$ ,  $a_1 = 20$  соответствуют частотам 40 и 10 Гц (см. рис. 2, г).

**Заключение.** Вейвлет-преобразование в последнее время получило особенно большое распространение в областях, связанных с обработкой изображений, очисткой сигнала от шумов, анализом и синтезом речевых сигналов, исследованиями разного рода турбулентностей, уплотнением информации. Для этого с целью оптимизации вычислительных процедур в подавляющем числе случаев используется дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) и ряд дополнительных процедур (кратно-масштабный анализ и др.) [2]. Это позволяет сэкономить объем памяти и снизить скорость вычислений без потерь качества при синтезе сигналов. По аналогии с быстрым преобразованием

Фурье (БПФ) уже разработан алгоритм быстрого вейвлет-преобразования (БВП), использующий повторяющиеся вычислительные процедуры при числе уровней  $a$  в ДВП, кратном  $2k$ , где  $k$  — целое число.

Прямое НВП, избыточное по своей сути для ряда основных упомянутых применений, тем не менее, как показано выше, можно использовать в качестве основного вычислительного алгоритма при анализе сигналов радиоволновых датчиков вместо традиционного спектрального Фурье-анализа. Поскольку эти сигналы по своей природе локализованы во времени периодом модуляции  $T_M$ , определение составляющих частот (являющихся информативными параметрами в радиоволновых датчиках) в их спектре при помощи БВП по максимальным значениям энергетической плотности не отличается высокой точностью. Увеличение точности измеряемых частот сигнала, содержащегося на отрезке времени, соответствующем  $T_M$ , при правильном выборе вейвлета делает использование БВП более предпочтительным по сравнению как с БПФ, так и традиционными методами на основе счета числа переходов сигнала через нуль.

#### Литература

1. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145—1170.
2. Дьяконов В. П. MATLAB 6.0/6.1/6.5/6.5+SP1+Simulink 4/5. Обработка сигналов и изображений. М: Солон-Р, 2006.
3. Викторов В. А., Лункин Б. В., Совлуков А. С. Радиоволновые измерения параметров технологических процессов. М.: Энергоатомиздат. 1989.
4. Хаблов Д. В. Быстрый алгоритм вычислений расстояний по сигналу биений в радиодальном измерении с частотной модуляцией // Релаксационные процессы и явления в активных средах: Сб. науч. трудов Ин-та физ.-техн. проблем. М., 1990. С. 113—118.
5. Хаблов Д. В. Определение расстояний по среднему периоду совпадений двух сигналов биений, сформированных с разными фазами // Исследование процессов в распределенных системах и средах: Сб. науч. трудов Ин-та физ.-техн. проблем. М., 1991. С. 113—120.
6. Кагаленко Б. И., Марфин В. П., Мещеряков В. П. Дальномер повышенной точности // Измерительная техника. 1981. № 12. С. 68—69.

Дата принятия 16.01.2013 г.