

Вниманию читателей предлагается подборка статей по материалам VII Всероссийской научно-технической конференции «Метрологическое обеспечение измерительных систем», организованной Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии, ФГУП «ВНИИМС» и ФБУ «Пензенский ЦСМ». Конференция была посвящена актуальным вопросам метрологического обеспечения, разработки, применения и метрологического обслуживания измерительных систем и их компонентов. На конференции рассматривались системы энерго- и теплоснабжения, электроизмерительные системы, подсистемы противоаварийной защиты, а также правовая и нормативная базы метрологического обеспечения измерительных систем в целом.

621.317

Об асимметрии функции плотности распределения вероятностей погрешности результатов измерений, полученных с помощью сложных измерительных каналов измерительных систем

А. А. ДАНИЛОВ*, С. А. ШУМАРОВА**

* ФБУ «Пензенский ЦСМ», Пенза, Россия, e-mail: aa-dan@mail.ru

** Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

Рассмотрены вопросы расчета границ погрешности результатов измерений.

Ключевые слова: вероятность, измерительные системы, погрешность, функция.

The problems of calculation of measurement results error limits are considered.

Key words: probability, measuring systems, error, function.

При расчете доверительных границ погрешности результатов измерений обычно полагают, что функции плотности распределения вероятностей каждой из составляющих этой погрешности относятся к классу симметричных одномодальных усеченных функций. Также предполагают, что распределение составляющих по закону равномерной плотности будет наилучшим предположением для законов распределения, относящихся к указанному классу, и отсутствует корреляция между составляющими погрешности измерений [1, 2].

Однако при использовании в процессе измерений сложных измерительных каналов (ИК) измерительных систем

возможны случаи, когда недопустимо пренебрегать возможной корреляцией составляющих погрешности.

Рассмотрим сложный ИК, схема которого изображена на рис. 1, реализующий операцию умножения результатов измерений, полученных с по-

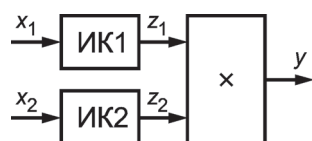


Рис. 1. Схема сложного измерительного канала

мощью двух простых ИК, обладающих номинальными линейными функциями преобразования

$$z_{1н} = a_{1н}x_1 + b_{1н}; \quad z_{2н} = a_{2н}x_2 + b_{2н},$$

где x_1, x_2 — измеряемые величины; $a_{1н}, b_{1н}, a_{2н}, b_{2н}$ — номинальные значения параметров a, b номинальных функций преобразования простых ИК1 и ИК2, соответственно.

Запишем номинальную функцию преобразования y_n сложного ИК в виде

$$y_n = z_{1н}z_{2н}$$

или

$$y_n = (a_{1н}x_1 + b_{1н})(a_{2н}x_2 + b_{2н}).$$

Предположим, что при реализации сложного ИК операция умножения z_1 и z_2 осуществляется без погрешности и что простые ИК1 и ИК2 обладают погрешностями, которые являются некоррелированными случайными величинами с

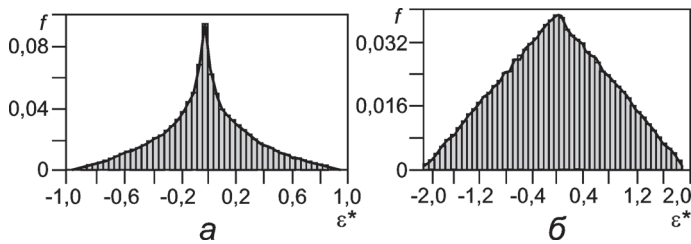


Рис. 2. Функция плотности распределения вероятностей величины ε^* , равной $\varepsilon_1\varepsilon_2$ (а); $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ (б)

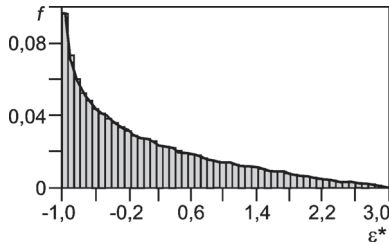


Рис. 3. Функция плотности распределения вероятностей величины $\varepsilon^* = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

равномерной функцией плотности вероятностей. Обозначим $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ соответственно погрешности простых ИК1 и ИК2, приведенные ко входу, и запишем погрешность сложного ИК как

$$\varepsilon = a_{1н}a_{2н}(\varepsilon_1\varepsilon_2 + b_{2н}\varepsilon_1/a_{2н} + b_{1н}\varepsilon_2/a_{1н}).$$

С учетом того, что $a_{1н}a_{2н}$ — постоянный множитель, не оказывающий влияния на форму функции плотности распределения вероятностей, найдем эту функцию для величины

$$\varepsilon^* = \varepsilon / (a_{1н}a_{2н}) = \varepsilon_1\varepsilon_2 + b_{2н}\varepsilon_1/a_{2н} + b_{1н}\varepsilon_2/a_{1н}$$

или

$$\varepsilon^* = \varepsilon_1\varepsilon_2 + c_1\varepsilon_1 + c_2\varepsilon_2,$$

где $c_1 = b_{2н}/a_{2н}$; $c_2 = b_{1н}/a_{1н}$.

Полученное выражение представляет сумму трех случайных величин, композиция которых определялась моделированием случайных величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, равномерно распределенных от -1 до 1 . Моделирование проводили с помощью пакета MathCad при различных сочетаниях коэффициентов c_1, c_2 . При $c_1 = c_2 = 0$ имеем величину $\varepsilon^* = \varepsilon_1\varepsilon_2$, функция плотности распределения вероятностей которой приведена на

рис. 2, а и совпадает с функцией, описанной в [3, стр. 131]. На рис. 2, б показана функция плотности распределения величин $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$, представляющая собой закон Симпсона.

Композиция плотности распределения вероятностей величины $\varepsilon^* = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ (т. е. при $c_1 = c_2 = 1$) приведена на рис. 3 и является асимметричной, что предположительно обусловлено коррелированностью величины $\varepsilon_1\varepsilon_2$ с величинами $c_1\varepsilon_1, c_2\varepsilon_2$.

Моделирование функции плотности распределения вероятностей величины $\varepsilon^* = \varepsilon_1\varepsilon_2 + c_1\varepsilon_1 + c_2\varepsilon_2$ проводили для большого объема данных. Его результаты для некоторых частных случаев иллюстрирует рис. 4.

Таким образом, асимметрия функции плотности распределения вероятностей погрешности результатов измерений, полученных с помощью сложных ИК, довольно велика, а потому при расчете доверительных границ погрешности результатов таких измерений ее необходимо учитывать.

Литература

1. **МИ 1317—2004.** ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.
2. **ПМГ 96—2009.** ГСИ. Результаты и характеристики качества измерений. Формы представления.
3. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1991.

Дата принятия 26.07.2012 г.