

Л и т е р а т у р а

1. **Девятисильный А. С., Числов К. А.** Трехкомпонентная позиционно корректируемая астроинерциальная навигационная система с функцией определения напряженности гравитационного поля // Измерительная техника. 2012. № 2. С. 7—9; **Devyatisilnyi A. S., Chislov K. A.** Three-component position correctable astro-inertial navigation system with a function for determining gravitational field strength // Measurement Techniques. 2012. V. 55. N 2. P. 115—118.
2. **Ишлинский А. Ю.** Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987.

3. **Калман Р., Фалб П., Арbib М.** Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971; **Kalman R. E., Falb P. L., Arbib M. A.** Topics in mathematical system theory. N. Y.: McGraw-Hill, 1969.

4. **Андреев В. Д.** Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967.

5. **Осипов Ю. С., Кряжковский А. В.** Задачи динамического обращения // Вестник РАН. 2006. Т. 76. № 7. С. 615—624.

Дата принятия 04.05.2012 г.

519.27

Идентификация орбитальных измерений космических аппаратов

Ч. М. ГАДЖИЕВ

Стамбульский технический университет, Стамбул, Турция, e-mail: cingiz@itu.edu.tr

Предложен новый подход к идентификации орбитальных измерений космических аппаратов, не требующий оценивания систематических погрешностей. При этом формируемая контрольная невязка включает разности двух последовательных измерений и оценок экстраполяции. В результате неизвестные систематические погрешности взаимно исключаются, что позволяет осуществить идентификацию измерений, не зная значения и знака систематической погрешности.

Ключевые слова: орбитальные измерения, космические аппараты, систематические погрешности, контрольная невязка, идентификация измерений.

A new approach to identification of space devices orbital measurements without estimation of systematic errors is proposed. In this case the formed monitoring discrepancy involves the difference of two consecutive measurements and the extrapolation estimations. As a result the unknown systematic errors are mutually excluded which allows to identify the orbital measurements without knowing the magnitude and sign of systematic errors.

Key words: orbital measurements, space devices, systematic errors, monitoring discrepancy, measurements identification.

При определении движения космических аппаратов (КА) часто оказывается, что измерения параметров движения КА, выполняемые при помощи каких-либо наземных средств (оптических, фотографических, радиолокационных), могут относиться не к одной орбите, а к нескольким. Это объясняется, с одной стороны, спецификой используемых средств измерений (СИ), а с другой — ошибками расчета эфемерид КА, которые зависят от времени прогнозирования движения, ошибок задания начальных условий, состава детерминированных и случайных возмущающих факторов при прогнозировании и другими причинами. Серьезные предпосылки для такого явления возникают при запусках с одной ракеты-носителя нескольких спутников, на первых витках полета КА и последней ступени ракеты-носителя и т. д. [1].

Таким образом, статистическая обработка выборки измерений z параметров движения КА существенным образом зависит от той обстановки, которая имеется в зоне видимости СИ на отрезке времени наблюдения. Действительно, в зоне их видимости в процессе измерений могут находиться один, несколько КА (число которых известно) или множество (число которых неизвестно). Априорная инфор-

мация об орбитах этих КА может быть полной (задана плотность распределения вектора параметров движения для каждого КА), неполной (известны только некоторые параметры распределений, например, математические ожидания параметров движения) или отсутствовать совсем [2].

Если измерения выполняются с использованием приемопередаточной аппаратуры, расположенной на борту КА, то они кодируются так, что их принадлежность к той или иной орбите легко установить. Если же измерения проводятся в пассивном режиме, т. е. без применения бортовой аппаратуры КА, то принадлежность их к той или иной орбите установить нелегко. В этом случае возникает задача идентификации измерений, т. е. определения принадлежности измерений к орбите конкретного КА [1 — 6].

Вероятность ошибок идентификации измерений по мере насыщения околоземного космического пространства космическими аппаратами, естественно, возрастает. Таким образом, перед уточнением орбит КА возникает необходимость определить, какие измерения относятся к той или иной орбите, и, кроме того, выделить измерения, которые не принадлежат ни к одной из известных орбит.

Как известно, в реальных условиях эксплуатации КА задачу идентификации измерений в большинстве случаев приходится решать при наличии систематических погрешностей измерений, математическое ожидание которых не равно нулю. Появление систематической погрешности связано с неучтенными постоянными или медленно меняющимися факторами, к которым можно отнести изменение опорной частоты генераторов, ошибки геодезической привязки СИ, погрешности юстировки, калибровки антенных баз, разброс параметров аппаратуры передатчика и приемника относительно их номинальных значений, изменение условий распространения радиоволн от одного сеанса наблюдения к другому и т. п.

При наличии систематических погрешностей достоверность существующих методов идентификации измерений снижается, так как значение и знак систематической погрешности могут существенно влиять на значения вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода при идентификации. Поэтому учет систематических составляющих погрешностей при идентификации орбитальных измерений КА — актуальная задача, имеющая важное практическое значение.

Существует множество способов уменьшения систематических погрешностей измерений [2, 3, 7]. При этом обычно систематическую погрешность аппроксимируют полиномом и оценки неизвестных коэффициентов получают наряду с оценками параметров объекта каким-либо статистическим методом. Приемлемые для практического использования алгоритмы оценивания и исследование их точности при включении постоянных систематических погрешностей измерений в число оцениваемых параметров можно найти в [3]. В последние годы с целью аппроксимации систематической погрешности измерений часто используют модели типа авторегрессии или скользящего среднего, а для оценки ее параметров применяют видоизмененный дискретный фильтр Калмана. Очевидно, что в этом случае точность искомого вектора снижается.

Ниже рассмотрен новый подход к идентификации орбитальных измерений КА, не требующий оценивания систематических погрешностей. При этом для идентификации орбитальных измерений в качестве меры близости предлагается использовать квадратичную форму, включающую разности результатов двух последовательных измерений и оценок экстраполяции. В этом случае неизвестные систематические погрешности взаимно исключаются, и для идентификации измерений не требуется их знание.

Постановка задачи. Пусть расчетные значения параметров движения N космических аппаратов определяются на основе их математической модели, записанной в конечных разностях:

$$X_{k+1}^{(l)} = \Phi_{k+1,k}^{(l)} X_k^{(l)} + V_k^{(l)}, l = \overline{1, N}; k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $X_k^{(l)}$ — n -мерный вектор состояния объекта в момент времени t_k ; $\Phi_{k+1,k}^{(l)}$ — матрица размера $n \times n$, определяющая переход объекта из состояния $X_k^{(l)}$ в состояние $X_{k+1}^{(l)}$; $\{V_k^{(l)}\}$ — гауссова случайная последовательность n -мерных векторов (шумов системы).

В момент времени t_0 известны априорные распределения $X_0^{(l)} \in N\{\hat{X}_0^{(l)}, K_0^{(l)}\}$.

О поведении КА можно судить по измерениям вида

$$z_{k+1}^{(l)} = H^{(l)} X_{k+1}^{(l)} + W_{k+1}^{(l)}, \quad (2)$$

где $H^{(l)}$ — матрица размера $m \times n$ преобразования вектора состояния в m -мерное пространство измерений ($m \leq n$);

$W_{k+1}^{(l)}$ — случайный вектор гауссовых шумов измерений с ненулевым математическим ожиданием (обусловленным систе-

матическими составляющими погрешностей) $E[W_{k+1}^{(l)}] = \mu_{k+1}$ и корреляционной матрицей R_{k+1} .

Предполагается, что систематические погрешности измерений различны для разных сеансов наблюдения и неизвестны. В силу центральной предельной теоремы теории вероятности с учетом множества компонентов, влияющих на значения выходных координат модели КА, распределение истинного значения вектора $X_k^{(l)}$ в k -й момент времени принимаем нормальным $N\{\hat{X}_{\rho_k}^{(l)}, K_{X_k}^{(l)}\}$. Оценки

$\hat{X}_{\rho_k}^{(l)}, l = \overline{1, N}$, получаемые на основе модели (1) путем прямой экстраполяции начальных условий, представляют собой расчетные (прогнозируемые) значения параметров движения. Требуется при указанных выше условиях разработать алгоритм идентификации орбитальных измерений КА, учитывающий систематические погрешности измерений.

Алгоритм решения. Обозначим

$$\Delta z_{k+1}^{(l)} = z_{k+1}^{(l)} - z_k^{(l)}; \Delta \hat{X}_{\rho_{k+1}}^{(l)} = \hat{X}_{\rho_{k+1}}^{(l)} - \hat{X}_{\rho_k}^{(l)}; l = \overline{1, N} \quad (3)$$

и вычислим невязку

$$v_{k+1}^{(l)} = \Delta z_{k+1}^{(l)} - H^{(l)} \Delta \hat{X}_{\rho_{k+1}}^{(l)}. \quad (4)$$

Для идентификации орбитальных измерений КА в качестве меры близости предлагается использовать квадратичную форму, представляющую собой обобщенную норму разности векторов $\Delta z_{k+1}^{(l)}$ и $H^{(l)} \Delta \hat{X}_{\rho_{k+1}}^{(l)}$:

$$[r_{k+1}^{(l)}]^2 = [v_{k+1}^{(l)}]^T [K_{v_{k+1}}^{(l)}]^{-1} v_{k+1}^{(l)}, \quad (5)$$

где $K_{v_{k+1}}^{(l)}$ — ковариационная матрица невязки $v_{k+1}^{(l)}$.

При этом неизвестные систематические погрешности взаимно исключаются, и для идентификации измерений не требуется их знание.

Так как систематические погрешности измерений являются функцией номера сеанса наблюдения, предполагается, что входящие в (5) измерения принадлежат одному и тому же сеансу наблюдения.

Докажем следующие теоремы.

Теорема 1. При отсутствии аномальных измерений в канале измерения невязка $v_{k+1}^{(l)}$ распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием.

Доказательство. С учетом выражения (3) невязку (4) представим в виде

$$v_{k+1}^{(l)} = z_{k+1}^{(l)} - z_k^{(l)} + H^{(l)}\hat{x}_{\rho_k}^{(l)} - H^{(l)}\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}. \quad (6)$$

Как известно [8], случайные величины, полученные в результате любых линейных преобразований нормально распределенных случайных величин, распределены нормально. Учитывая нормальность стоящих в правой части (6) слагаемых, можно констатировать, что невязка $v_{k+1}^{(l)}$ распределена по нормальному закону.

Для доказательства второй части теоремы с учетом (2) находим математическое ожидание обеих частей (6):

$$\begin{aligned} E[v_{k+1}^{(l)}] &= \\ &= E[H^{(l)}x_{k+1}^{(l)} + W_{k+1}^{(l)} - H^{(l)}x_k^{(l)} - W_k^{(l)} + H^{(l)}\hat{x}_{\rho_k}^{(l)} - H^{(l)}\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}] = \\ &= H^{(l)}\{E[x_{k+1}^{(l)} - \hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}] - E[x_k^{(l)} - \hat{x}_{\rho_k}^{(l)}]\} + E[W_{k+1}^{(l)}] - E[W_k^{(l)}]. \end{aligned}$$

С учетом того, что $E[x_{k+1}^{(l)}] = \hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}$, $E[x_k^{(l)}] = \hat{x}_{\rho_k}^{(l)}$ и

$E[W_{k+1}^{(l)}] = E[W_k^{(l)}] = \mu_{k+1}$ (так как систематические погрешности являются постоянными или медленноменяющимися внутри каждого сеанса наблюдения), получим доказанное равенство $E[v_{k+1}^{(l)}] = 0, \forall k$.

Теорема 2. При отсутствии аномальных измерений ковариационная матрица невязки (4) определяется выражением

$$E\{v_{k+1}^{(l)}[v_{k+1}^{(l)}]^T\} = K_{v_{k+1}}^{(l)} = 2R_{k+1} + H^{(l)}(K_{x_k}^{(l)} - K_{x_{k+1}}^{(l)})[H^{(l)}]^T. \quad (7)$$

Доказательство. Учитывая независимость измерений и расчетных значений выходных координат модели, ковариационную матрицу невязки (4) в общем виде можем представить как сумму ковариационных матриц величин $\Delta z_{k+1}^{(l)}$ и $H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}$, т. е.

$$\begin{aligned} E\{v_{k+1}^{(l)}[v_{k+1}^{(l)}]^T\} &= \\ &= E\{[\Delta z_{k+1}^{(l)} - H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}][\Delta z_{k+1}^{(l)} - H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}]^T\} = \\ &= E\{\Delta z_{k+1}^{(l)}[\Delta z_{k+1}^{(l)}]^T\} + H^{(l)}E\{\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}[\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}]^T\}[H^{(l)}]^T. \end{aligned} \quad (8)$$

Ковариационная матрица величины $\Delta z_{k+1}^{(l)} = z_{k+1}^{(l)} - z_k^{(l)}$ в силу независимости измерений имеет вид

$$E\{\Delta z_{k+1}^{(l)}[\Delta z_{k+1}^{(l)}]^T\} = E\{[z_{k+1}^{(l)} - z_k^{(l)}][z_{k+1}^{(l)} - z_k^{(l)}]^T\} = 2R_{k+1}. \quad (9)$$

Нахождение ковариационной матрицы величины $H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}$ представляет сложную задачу, так как ошибки в двух последовательных расчетных значениях каждой орбиты являются коррелированными из-за использования при их вычислении одной и той же модели, а также одних и тех же начальных условий и шумов системы. В результате между указанными ошибками появляются перекрестные ковариации.

Применив полученные в [9] результаты для решения данной задачи, запишем как

$$\begin{aligned} E\{[H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}][H^{(l)}\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}]^T\} &= \\ &= H^{(l)}E\{\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}[\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}]^T\}[H^{(l)}]^T = \\ &= H^{(l)}\{K_{x_{k+1}}^{(l)} + K_{x_k}^{(l)} - K_{x_{k+1},k}^{(l)} - [K_{x_{k+1}}^{(l)}]^T\}[H^{(l)}]^T, \end{aligned} \quad (10)$$

где $K_{x_{k+1},k}^{(l)}, K_{x_k,k+1}^{(l)}$ — перекрестные ковариационные матрицы между ошибками двух последовательных для данной орбиты расчетных значений выходных координат модели, причем

$$K_{x_{k+1},k}^{(l)} = E\{\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}[\hat{x}_{\rho_k}^{(l)}]^T\} = [K_{x_{k+1}}^{(l)}]^T. \quad (11)$$

С учетом того, что расчетные значения выходных координат модели вычислены на основе одной и той же модели КА при одинаковых начальных ковариациях, имеем [9]:

$$K_{x_{k+1},k}^{(l)} = K_{x_{k+1}}^{(l)}. \quad (12)$$

Подставив (12) в (10), с учетом (11) получим

$$H^{(l)}E\{\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}[\Delta\hat{x}_{\rho_{k+1}}^{(l)}]^T\}[H^{(l)}]^T = H^{(l)}[K_{x_k}^{(l)} - K_{x_{k+1}}^{(l)}][H^{(l)}]^T. \quad (13)$$

Из (8), (9) и (13) следует (7), что и требовалось доказать.

На основе теорем 1, 2 можем утверждать, что предложенная для идентификации орбитальных измерений статистика (5) имеет χ^2 -распределение с m степенями свободы (так как $v_{k+1}^{(l)}$ распределена по гауссову закону с нулевым средним и ковариационной матрицей $K_{v_{k+1}}^{(l)}$):

$$[r_{k+1}^{(l)}]^2 \sim \chi^2(m).$$

Предположим, что поступивший в $(k+1)$ -й момент времени вектор измерений z_{k+1} принадлежит к одной из

l ($l=1, N$) орбит. Тогда правило выбора решения при идентификации измерений сформулируем следующим образом: принимается решение о принадлежности измерений к орбите КА с номером j , если

$$\begin{aligned} [r_{k+1}^{(j)}]^2 &= [v_{k+1}^{(j)}]^T [K_{v_{k+1}}^{(j)}]^{-1} v_{k+1}^{(j)} = \\ &= \min_l \left\{ [v_{k+1}^{(l)}]^T [K_{v_{k+1}}^{(l)}]^{-1} v_{k+1}^{(l)} \right\}, l=1, N. \end{aligned}$$

Отметим, что измерения могут не относиться ни к одной из известных орбит или быть аномальными. Чтобы обнаружить результаты таких измерений, зададим уровень значимости α из условия

$$P\{\chi^2 \leq \chi_\beta^2\} = \beta,$$

где $\beta = 1 - \alpha$ — доверительная вероятность, и определим χ_β^2 — порог (квантиль) χ^2 -распределения. Тогда при выполнении неравенства

$$[r_{k+1}^{(j)}]^2 = \min_l \left\{ [v_{k+1}^{(l)}]^T [K_{v_{k+1}}^{(l)}]^{-1} v_{k+1}^{(l)} \right\} > \chi_\beta^2(m) \quad (14)$$

измерения будут считаться не принадлежащими ни к одной из $l=1, N$ рассматриваемых орбит или аномальными.

По результатам измерений, которые не принадлежат ни к одной из известных орбит, можно попытаться построить новые орбиты. Так возникает задача первоначального определения орбит, которая рассмотрена в [1].

В реальных условиях эксплуатации КА предложенный алгоритм идентификации орбитальных измерений сводится к следующей последовательности вычислений.

1. Определяется допустимое значение (квантиль) χ^2 -распределения $\chi_\beta^2(m)$, соответствующее выбранной доверительной вероятности β .

2. В $(k+1)$ -й момент времени по поступившему вектору измерений z_{k+1} и векторам измерений $z_k^{(l)}$, $l=1, N$ ($z_k^{(j)}$ — последнее измерение в данном сеансе наблюдений, отнесенное к j -й орбите) вычисляются разности $\Delta z_{k+1}^{(l)}$, $l=1, N$.

3. На основе математической модели (1) движения КА вычисляются соответствующие значения параметров движения для известных орбит, т. е. значения векторов $\hat{X}_{p_k}^{(l)}$ и

$\hat{X}_{p_{k+1}}^{(l)}$, $l=1, N$, причем значения $\hat{X}_{p_k}^{(l)}$ и $z_k^{(l)}$, $l=1, N$ должны соответствовать одному и тому же моменту времени.

4. По выражению $v_{k+1}^{(l)} = z_{k+1} - z_k^{(l)} + H^{(l)}\hat{X}_{p_k}^{(l)} - H^{(l)}\hat{X}_{p_{k+1}}^{(l)}$, $l=1, N$ вычисляется вектор невязок $v_{k+1}^{(l)}$.

5. На основе (7) и (5) находятся соответственно ковариационные матрицы невязок $K_{v_{k+1}}^{(l)}$ и значения квадратичной формы $[r_{k+1}^{(l)}]^2$ для рассматриваемых орбит КА.

6. Среди полученных значений $[r_{k+1}^{(l)}]^2$, $l=1, N$ выбирается

$$[r_{k+1}^{(j)}]^2 = \min_l \left\{ [r_{k+1}^{(l)}]^2 \right\}.$$

7. Проверяется выполнение неравенства (14). При его соблюдении измерения будут считаться не принадлежащими ни к одной из известных орбит или аномальными. При невыполнении неравенства (14) принимается решение о принадлежности вектора измерений z_{k+1} к орбите с номером j .

8. Последовательность операций повторяется, начиная с п. 2 для следующего $(k+2)$ -го момента времени.

Закключение. При идентификации орбитальных измерений необходимо учитывать систематические составляющие погрешностей измерений и их влияние на процедуру принятия решения. Так как значение и знак систематической погрешности могут существенно влиять на вероятности ошибок 1-го и 2-го рода при идентификации. Предложенный в данной работе алгоритм идентификации измерений позволяет решить эту задачу без оценивания параметров систематических погрешностей. Это достигается вследствие того, что в контролируруемую невязку входит разность результатов двух последовательных измерений и систематические погрешности взаимно исключают друг друга. Основное достоинство такого подхода состоит в том, что при идентификации орбитальных измерений КА с учетом их смещений никакая информация о значении и знаке этих смещений не требуется. Кроме того, указанный алгоритм достаточно простой и легко реализуется на компьютере.

Л и т е р а т у р а

1. Жандаров А. М. Идентификация и фильтрация измерений состояния стохастических систем. М.: Наука, 1979.
2. Брандин В. Н., Васильев А. А., Куницкий А. А. Экспериментальная баллистика космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1984.
3. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978.
4. Hoffman L.R.A. et al. A 94-GHz Radar for space object identification // IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques. 1969. V. MTT-17. N 12. P. 1145—1149.
5. Früh C. Identification of space debris. Aachen (Germany): Shaker Verlag, 2011.
6. Burzigotti P., Ginesi A., Colavolpe G. Advanced receiver design for satellite-based automatic identification system signal detection // Int. J. Satellite Communications and Networking. 2012. V. 30. P. 52—63.
7. Грановский В. А., Сирая Т. Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990.
8. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979.
9. Brumback B. D., Srinath M. D. A Chi-square test for fault-detection in Kalman filters // IEEE Tran. Automatic Control. 1987. V.AC-32. N 6. P. 552—554.

Дата принятия 28.06.2012 г.