

Модель бортовой интегрированной векторной гравиинерциальной навигационной системы

А. С. ДЕВЯТИСИЛЬНЫЙ*, К. А. ЧИСЛОВ**

* Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия,
e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

** Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия

Предложена и исследована модель комплексирования навигационной информации с целью определения напряженности гравитационного поля Земли. Представлены результаты численного эксперимента, иллюстрирующие возможности интегрированной системы.

Ключевые слова: гироскоп, ньютонометр, астросистема, инерциальная навигация, обратная задача, навигационная спутниковая система.

The model of navigation information integration for determination of the Earth gravitational field strength is suggested and investigated. The results of numerical experiment illustrating the capabilities of integrated system are presented.

Key words: gyroscope, newtonometer, astro-system, inertial navigation, inverse problem, navigation satellite system.

В [1] исследована модель навигационной интегрированной системы (ИС), отождествляемая с моделью трехкомпонентной (3D) инерциальной навигационной системы (ИНС), корректируемой с учетом измерений, доставляемых навигационной спутниковой системой (НСС) типа ГЛОНАСС и бортовой астросистемой, визирующей две и более звезд. В такой корректируемой 3D-ИНС показания трех ньютонометров (акселерометров), представляющие измеренные значения трех компонентов вектора кажущегося ускорения [2], непосредственно используют в алгоритме функционирования системы при интегрировании векторного уравнения Ньютона или динамической группы уравнений (что и лежит в основе понятия трехкомпонентности), моделирующих движение материальной точки в гравитационном поле Земли (ГЕ-поле). Наличие в составе ИС астросистемы, визирующей две и более звезд, обеспечивает независимость решения кинематической задачи — оценки параметров вращения приборного координатного трехгранника, что и обуславливает возможность наделения такой ИС функцией оценки напряженности ГЕ-поля.

В настоящей работе показано, что в ИС с такой же (т. е. как и в [1]) астросистемой возможность оценки напряженности ГЕ-поля сохраняется и в рамках представлений о двухкомпонентных 2D-ИНС, отличающихся от 3D-ИНС тем, что в их алгоритме функционирования используются измерения только двух — «горизонтальных» — ньютонометров и соответственно интегрируется только часть уравнений из динамической группы (см. ниже).

Идеализированная математическая модель ИС на основе модели 3D-ИНС в форме обратной задачи вида «состояние — измерение» [3] представляется двумя группами дифференциальных уравнений — динамической (ДГУ) и кинематической (КГУ) [4] (первая из них описывает траекторию, а вторая эволюцию ортогональной системы отсчета $oq = oq_1q_2q_3$ относительно выбранной инерциальной системы отсчета $o\xi = o\xi_1\xi_2\xi_3$), а также двумя группами уравнений измерений, доставляющих информацию от НСС о месте объекта и от астросистемы об ортах направлений на известные звезды.

Не нарушая общности, примем, что система отсчета oq является геоцентрической с осью oq_3 , направленной по радиусу-вектору объекта-носителя, и осями oq_1 и oq_2 , направленными соответственно на восток и север; осями системы oq коллинеарны оси сопровождающего идеального приборного трехгранника, который физически реализуется на борту подвижного объекта и в котором выполняются измерения и интегрирование дифференциальных уравнений обеих групп. С учетом изложенного указанную модель ИС можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{q}_i &= -e_{ikj}\omega_k q_j + p_i, \quad q_i(0) = q_{i,0}; \\ \dot{p}_i &= -e_{ikj}\omega_k p_j + G_i(\mathbf{q}) + F_i, \quad p_i(0) = p_{i,0};\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\dot{A}_{kj} &= -e_{kus}\omega_u A_{sj}, \quad \dot{A}_{kj}(0) = A_{kj,0}; \\ z_j &= q_j; \quad z_j^{(w)} = l_j^{(w)}; \quad i, j, k, s, u = \overline{1, 3}; \quad w = \overline{1, 2},\end{aligned}$$

где q_i, p_i — переменные ДГУ или компоненты векторов $\mathbf{q}, \mathbf{p}$ — соответственно радиуса-вектора места объекта и его абсолютной линейной скорости (удельного импульса); e_{ikj} — символ Леви—Чивита; ω_k — компонент вектора абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ вращения приборного трехгранника; $G_i(\mathbf{q})$ — компонент вектора $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ напряженности ГЕ-поля; F_i — компонент вектора равнодействующей $\mathbf{F}$ удельных сил негравитационной природы; A_{kj} — переменные КГУ или элементы матрицы $\mathbf{A}$ взаимной ориентации систем отсчета oq и $o\xi$, так что $\mathbf{q} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi}$; z_j — компонент вектора измерений $\mathbf{z}$, доставляемых НСС; $z_j^{(w)}$ — компонент вектора измерений $\mathbf{z}^{(w)}$, доставляемых астросистемой; $l_j^{(w)}$ — компонент орта $\mathbf{l}^{(w)}$ направления на w -ю звезду; $q_i(0), p_i(0), A_{kj}(0)$ — начальные (при $t = 0$) значения элементов векторов $\mathbf{q}, \mathbf{p}$ и матрицы $\mathbf{A}$; здесь и далее устанавливается правило суммирования по повторяющимся индексам.

При переходе к модели идеализированной ИС на базе модели 2D-ИНС с учетом ориентации координатных осей приборного трехгранника в (1) полагаем $i=1, 2$; $|\mathbf{q}| = q_3 = r$; $z_3 = r$; $\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{G}(q_1, q_2, z_3) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, r)$, где $\mathbf{x} = (q_1, q_2)^T$; $p_3 = \dot{z}_3 - \omega_2 q_1 + \omega_1 q_2$, что существенно, так как переход к новой модели требует оценки производной измеряемой НСС координаты q_3 , т. е. $\dot{z}_3$.

Обращаясь к физическим реалиям, отметим наличие погрешностей измерений, определения начальных значений, а также представлений о напряженности GE-поля. Дополнительно к этому отметим, что при визировании двух и более звезд возможно точечное оценивание параметров ориентации приборного трехгранника, т. е. матрицы $\mathbf{A}$, с погрешностями, обусловленными инструментальными погрешностями наблюдения звезд. Положив достаточно малыми все указанные погрешности, выполним переход к линейным представлениям в вариациях, сформулировав таким образом обратную задачу «в малом»:

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}_i &= -e_{ikj} \omega_k \delta q_j + \delta p_i - e_{ikj} v_k q_j, \quad \delta q_i(0) = \delta q_{i,0}; \\ \delta \dot{p}_i &= (\partial G_i(\mathbf{x}, r) / \partial q_i) \delta q_i - e_{ikj} \omega_k \delta p_j + \\ &+ (\partial G_i(\mathbf{x}, r) / \partial r) \varepsilon_3 - e_{ikj} v_k p_j + g_i + f_i, \\ p_i(0) &= p_{i,0}; \\ \dot{\beta}_u &= -e_{ukj} \omega_k \beta_j + v_u, \quad \beta_u(0) = \beta_{u,0}; \\ \dot{g}_i &= \chi_i(t), \quad g_i(0) = g_{i,0}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\delta z_1 = \Phi_{\text{ИНС}} - \Phi_{\text{НСС}} = \delta q_2 / r - \beta_1 + \varepsilon_1;$$

$$\delta z_2 = (\lambda_{\text{ИНС}} - \lambda_{\text{НСС}}) / \cos \varphi = -\delta q_1 / r - \beta_2 + \varepsilon_2;$$

$$\delta z_s = \beta_s + \varepsilon_s; \quad i = 1, 2; \quad j, u, k = 1, 3; \quad s = 3, 5,$$

где $\delta q_i = q_i - \tilde{q}_i$; $\delta p_i = p_i - \tilde{p}_i$; $\tilde{q}_i, \tilde{p}_i$ — результаты интегрирования ДГУ с использованием измеренных значений ω_k ($k = 1, 3$) и F_i ($k = 1, 2$) с замещением r в модели $\tilde{G}_i(\mathbf{x}, r)$ значением $z_3 = \tilde{r} = r + \varepsilon_3$; $\tilde{G}_i(\mathbf{x}, r) = -\mu q_i / r^3$ — i -й компонент центральной составляющей модели напряженности GE-поля; v_k ($k = 1, 3$), f_i ($i = 1, 2$) — осевые компоненты инструментальных погрешностей гироскопов и ньютонометров; β_u, β_s — погрешности интегрирования КГУ и уравнений измерения, соответственно; $g_i = G_i(\mathbf{q}) - \tilde{G}_i(\mathbf{x}, r)$; $\chi_i(t)$ — скорость изменения g_i на траектории движения носителя; $(\Phi_{\text{ИНС}}, \Phi_{\text{НСС}})$, $(\lambda_{\text{ИНС}}, \lambda_{\text{НСС}})$ — широта и долгота места объекта, определяемые соответственно ИНС и НСС; ε_k — погрешности определения координат носителя с помощью НСС; ε_s — инструментальные погрешности астросистемы.

Задача (2) разрешима относительно вектора состояния $(\delta q_1, \delta p_1, \delta q_2, \delta p_2, g_1, g_2)^T$, но при ее решении, что очевидно, не оценивается компонент GE-поля $g_3 = G_3 - \tilde{G}_3$, поэтому она может рассматриваться только как задача коррекции 2D-ИНС, но не векторной гравиметрии. Это объясняется тем, что в случае 2D-схемы доступны только два модельных компо-

нента вектора $\mathbf{q}$ (т. е. $\tilde{q}_1$ и $\tilde{q}_2$), из-за чего построение линейной невязки измерения, подобной той, которая была в случае 3D-ИНС, невозможна, и, следовательно, невозможна постановка в подобном же виде (представляемом уравнениями (2) с невязкой $\delta z = \delta q_3 + \varepsilon_3$) и обратной задачи «в малом».

В качестве отправной точки дальнейших построений, доказывающих возможность постановок обратных задач «в малом» вида «состояние — измерение» с уравнениями (2), обратимся к движению объекта по сфере известного радиуса с центром в начале системы отсчета oq . При движении по сфере очевидны равенства $p_3 = 0$ и $\dot{p}_3 = 0$, которые с учетом третьего и шестого уравнений ДГУ в (1) можно представить в виде следующих условий такого движения:

$$\dot{q}_3 - \omega_2 q_1 + \omega_1 q_2 = 0; \quad (3)$$

$$\omega_2 p_1 - \omega_1 p_2 + G_3 + F_3 = 0; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_3 - (\dot{\omega}_2 + \omega_1 \omega_3) q_1 - (\dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3) q_2 + \omega_1 p_2 - \omega_2 p_1 + \\ + (\omega_1^2 + \omega_2^2) q_3 = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\ddot{q}_3 - (\dot{\omega}_2 + \omega_1 \omega_3) q_1 - (\dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3) q_2 + G_3 + F_3 + (\omega_1^2 + \omega_2^2) q_3 = 0; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_3 + (\dot{\omega}_2 + \omega_1 \omega_3) q_1 - (\dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3) q_2 + 2\omega_2 p_1 - 2\omega_1 p_2 + \\ + G_3 + F_3 - (\omega_1^2 + \omega_2^2) q_3 = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где (5) — результат дифференцирования (3), а (6), (7) — соответственно сумма и разность (4) и (5), причем (7) — это формальная запись реализации на оси oq_3 принципа Д'Аламбера.

Заметим также, что при движении по сфере соотношения (3) — (7) эквивалентны утверждениям $\dot{q}_3 = 0$, $\ddot{q}_3 = 0$,

$F_3 = -G_3 - (\omega_1^2 + \omega_2^2)r$, а при движении по произвольной поверхности условия (3) — (6), вообще говоря, нарушаются, но условие (7) остается в силе. Иное наблюдается при интегрировании ДГУ 2D-ИНС, выполняемом, как отмечалось выше, в условиях присутствия погрешностей измерений и оценок начальных состояний. В этом случае вне зависимости от того, движется ли объект по сфере или не по ней, нарушаются все условия (3) — (7). Такие нарушения можно интерпретировать как дополнительные невязки измерений при постановке обратных задач «в малом» (по сути задач коррекции 2D-ИНС) с уравнениями вида (2).

Из (3) — (7) наиболее приемлемы для реализации в задачах коррекции условия (3) и (4), так как они не содержат производных угловой скорости вращения системы отсчета, что при построении невязок освобождает от нахождения оценок этих производных и в общем случае требуется при обращении к условиям (5) — (7). Поэтому остановимся на невязках (3) и (4), которые представим как

$$\delta z_a = \varepsilon_i - \omega_2 \delta q_1 + \omega_1 \delta q_2; \quad (8)$$

$$\delta z_b = \omega_2 \delta p_1 - \omega_1 \delta p_2 + g_3 + f_3 + 3\omega_0^2 \varepsilon_3 + \varepsilon_f, \quad (9)$$

где $\omega_0^2 = \sqrt{\mu / r^3}$ — частота Шулера [2]; ε_f — погрешность оценивания значения $\dot{r}$ по измеренному значению r , т. е. по

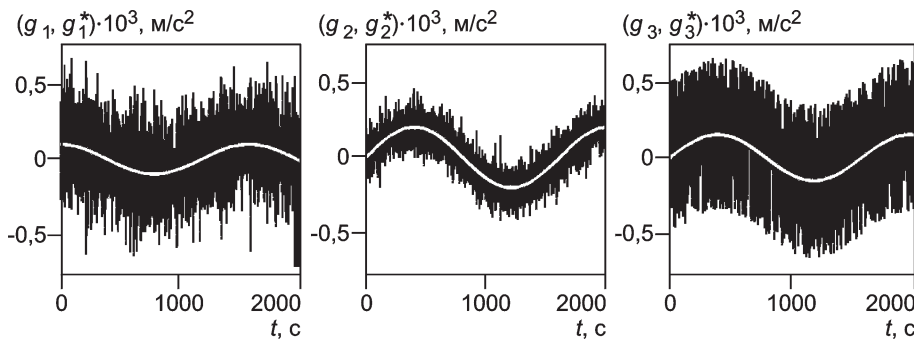


Рис. 1. Графики эволюции значений g_i (белые линии) и g_i^* (черный фон), $i = \overline{1,3}$

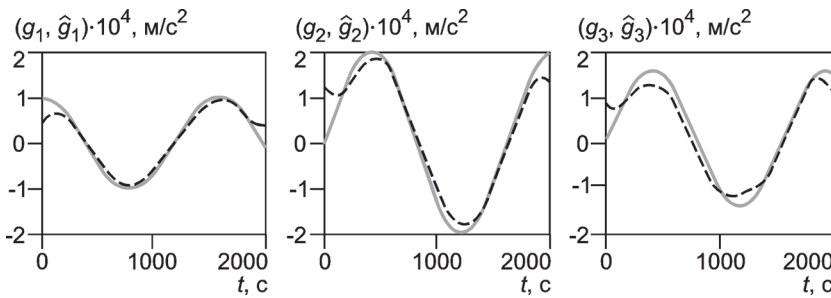


Рис. 2. Графики эволюции значений g_i (сплошные линии) и $\hat{g}_i$ (пунктирные линии), $i = \overline{1,3}$ после обработки калмановских оценок

$z_3 = r + \varepsilon_3$; f_3 — инструментальная погрешность дополнительного (к схеме 2D-ИНС) ньютометра при таком (только для формирования невязки) нетрадиционном (в сравнении со схемой 3D-ИНС) его использовании; $\tilde{r} = \ddot{r} + \varepsilon_{\tilde{r}}$ — оценка значения $\ddot{r}$ по измеренным значениям r , т. е. по z_3 ; $\varepsilon_{\tilde{r}}$ — погрешность оценивания значения $\ddot{r}$.

С учетом (9) дополним динамическую часть системы (2) уравнением эволюции значения g_3 :

$$\dot{g}_3 = \chi_3(t); \quad g_3(0) = g_{3,0}, \quad (10)$$

где $\chi_3(t)$ — скорость изменения g_3 на траектории движения объекта.

Тогда в рамках концепции векторной гравиметрии возможны два варианта модели обратной задачи «в малом». Первый представлен уравнениями (2), (10), (8), (9), а второй — (2), (10), (9). Последний вариант и был исследован в качестве базового в вычислительном эксперименте.

Вычислительный эксперимент. Цель этого исследования — верификация численной разрешимости задачи (2), (10), (9) в условиях конечной точности вычислений и измерений, или, по сути, преемственности этого свойства системы на базе 2D-ИНС от аналогичной системы на базе 3D-ИНС [1].

При проведении эксперимента использованы те же, что и в [1], значения параметров движения и погрешностей. Предполагалось, что объект движется на широте $\Phi = 45^\circ$ в восточном направлении с относительной (к Земле) скоростью $v = 100$ м/с, а среднеквадратические значения компонентов погрешностей f , v , β , ε и $\varepsilon_{\tilde{r}}$, $\varepsilon_{\tilde{r}}$ составляют соответственно $\sigma_f = 10^{-3}$ м/с², $\sigma_v = 10^{-3}$ °/с, $\sigma_\beta = 10^{-6}$ рад, $\sigma_3 = 1$ м, $\varepsilon_{\tilde{r}} = 10^{-2}$ м/с, $\varepsilon_{\tilde{r}} = 10^{-3}$ м/с².

Задача (2), (10), (9) характеризуется сингулярными числами обусловленности μ и μ_N , соответствующими исходному и нормированному по столбцам конечномерному оператору задачи; ее верифицировали при относительной компьютерной погрешности представления чисел $e_1 = 2,2 \cdot 10^{-16}$ по той же методике, которую применяли в [1]. Оценки значений чисел обусловленности $\mu = 10^7$ и $\mu_N = 4$ сравнивали с критическим для оператора значением $\mu^* = 10^{10}$. При этом так же, как и в [1], выполнялось условие ($\mu_N < \mu < \mu^*$), гарантирующее сохранение свойства наблюдаемости при возмущении оператора задачи вычислительной средой.

Численное решение задачи проводилось с применением методологии и алгоритма динамического обращения калмановского типа [5]. Анализ решения показал, что его характеристики близки тем, что были в случае системы на базе 3D-ИНС [1]: эмпирические среднеквадратические погрешности оценивания значений $\delta q_{\tilde{r}}$, $\delta p_{\tilde{r}}$, $\beta_{\tilde{r}}$, $g_{\tilde{r}}$ составили $\sigma_q = 4$ м, $\sigma_p = 0,3$ м/с, $\sigma_\beta = 5 \cdot 10^{-7}$ рад, $\sigma_g = 10^{-4}$ м/с².

На рис. 1 приведены графики эволюции аномальных компонент напряженности GE-поля (g_i , $i = \overline{1,3}$) и их калмановских оценок (g_i^* , $i = \overline{1,3}$) на траектории движения объекта-носителя.

Результаты подвижной гравиметрии можно улучшить при апостериорной обработке калмановских оценок. На рис. 2 представлены эволюции аномальных компонент g_i и их оценок $\hat{g}_i$, $i = \overline{1,3}$ после апостериорной обработки калмановских оценок g_i^* , $i = \overline{1,3}$ одним из стандартных вейвлет-алгоритмов, входящих в пакет Matlab.

Таким образом, показано, что при построении ИС на базе 2D-ИНС возможна такая ее организация, при которой сохраняются все функциональные свойства, реализуемые в системе на базе 3D-ИНС.

Исследование выполнено при частичной поддержке РФФИ-ДВО (грант № 11-01098501-р_восток_a) и ДВО РАН (грант № 12-1-0-03-005).

Л и т е р а т у р а

1. **Девятисильный А. С., Числов К. А.** Трехкомпонентная позиционно корректируемая астроинерциальная навигационная система с функцией определения напряженности гравитационного поля // Измерительная техника. 2012. № 2. С. 7—9; **Devyatisilnyi A. S., Chislov K. A.** Three-component position correctable astro-inertial navigation system with a function for determining gravitational field strength // Measurement Techniques. 2012. V. 55. N 2. P. 115—118.
2. **Ишлинский А. Ю.** Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987.

3. **Калман Р., Фалб П., Арbib М.** Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971; **Kalman R. E., Falb P. L., Arbib M. A.** Topics in mathematical system theory. N. Y.: McGraw-Hill, 1969.

4. **Андреев В. Д.** Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967.

5. **Осипов Ю. С., Кряжковский А. В.** Задачи динамического обращения // Вестник РАН. 2006. Т. 76. № 7. С. 615—624.

Дата принятия 04.05.2012 г.

519.27

Идентификация орбитальных измерений космических аппаратов

Ч. М. ГАДЖИЕВ

Стамбульский технический университет, Стамбул, Турция, e-mail: cingiz@itu.edu.tr

Предложен новый подход к идентификации орбитальных измерений космических аппаратов, не требующий оценивания систематических погрешностей. При этом формируемая контрольная невязка включает разности двух последовательных измерений и оценок экстраполяции. В результате неизвестные систематические погрешности взаимно исключаются, что позволяет осуществить идентификацию измерений, не зная значения и знака систематической погрешности.

Ключевые слова: орбитальные измерения, космические аппараты, систематические погрешности, контрольная невязка, идентификация измерений.

A new approach to identification of space devices orbital measurements without estimation of systematic errors is proposed. In this case the formed monitoring discrepancy involves the difference of two consecutive measurements and the extrapolation estimations. As a result the unknown systematic errors are mutually excluded which allows to identify the orbital measurements without knowing the magnitude and sign of systematic errors.

Key words: orbital measurements, space devices, systematic errors, monitoring discrepancy, measurements identification.

При определении движения космических аппаратов (КА) часто оказывается, что измерения параметров движения КА, выполняемые при помощи каких-либо наземных средств (оптических, фотографических, радиолокационных), могут относиться не к одной орбите, а к нескольким. Это объясняется, с одной стороны, спецификой используемых средств измерений (СИ), а с другой — ошибками расчета эфемерид КА, которые зависят от времени прогнозирования движения, ошибок задания начальных условий, состава детерминированных и случайных возмущающих факторов при прогнозировании и другими причинами. Серьезные предпосылки для такого явления возникают при запусках с одной ракеты-носителя нескольких спутников, на первых витках полета КА и последней ступени ракеты-носителя и т. д. [1].

Таким образом, статистическая обработка выборки измерений z параметров движения КА существенным образом зависит от той обстановки, которая имеется в зоне видимости СИ на отрезке времени наблюдения. Действительно, в зоне их видимости в процессе измерений могут находиться один, несколько КА (число которых известно) или множество (число которых неизвестно). Априорная инфор-

мация об орбитах этих КА может быть полной (задана плотность распределения вектора параметров движения для каждого КА), неполной (известны только некоторые параметры распределений, например, математические ожидания параметров движения) или отсутствовать совсем [2].

Если измерения выполняются с использованием приемопередаточной аппаратуры, расположенной на борту КА, то они кодируются так, что их принадлежность к той или иной орбите легко установить. Если же измерения проводятся в пассивном режиме, т. е. без применения бортовой аппаратуры КА, то принадлежность их к той или иной орбите установить нелегко. В этом случае возникает задача идентификации измерений, т. е. определения принадлежности измерений к орбите конкретного КА [1 — 6].

Вероятность ошибок идентификации измерений по мере насыщения околоземного космического пространства космическими аппаратами, естественно, возрастает. Таким образом, перед уточнением орбит КА возникает необходимость определить, какие измерения относятся к той или иной орбите, и, кроме того, выделить измерения, которые не принадлежат ни к одной из известных орбит.