

Оценка параметров изображений и сигналов методами морфологического анализа

Ю. П. ПЫТЬЕВ, А. И. ЧУЛИЧКОВ

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Москва, Россия, e-mail: pytyev@gmail.ru, achulichkov@gmail.com

Сформулирован основной принцип методов морфологического анализа изображений и сигналов. В основе метода лежит понятие формы, определенной как инвариант преобразований сигнала, моделирующих изменение условий его регистрации. Проанализированы параметры формы сигнала в виде оценивающих множеств.

Ключевые слова: морфологический анализ, обработка изображений, оценка параметров, математические методы принятия оптимальных решений, обработка сигналов.

This article describes the basic principle of the methods of morphological analysis of images and signals. The concept of form is basic and defined as the invariant of the signal transformations, which simulate the changing conditions of its registration. The methods of constructing of the sets that estimate the parameters of the waveform are given.

Key words: morphological analysis, images processing, parameter estimation, optimal decision making, signal processing.

Среди множества математических методов анализа изображений и сигналов особое место занимают приёмы извлечения информации из данных, полученных в условиях большой неопределённости. К таким способам относятся, например, оценка и интерпретация изображений реальных сцен, снятых при неизвестных условиях освещения и параметрах видеокамер, а также анализ акустических сигналов, зарегистрированных с помощью микрофонов с неясными характеристиками. Информация, полученная из этих сигналов и изображений, содержится не в конкретных значениях сигнала, а в его структуре и форме, т. е. для сигналов, зависящих от времени, — в чередовании и порядке минимумов и максимумов, а для изображений — в геометрической форме и расположении областей поля зрения однородной яркости и цвета. Эффективные методы решения таких задач начали появляться во второй половине XX в. [1—8]. В то же время возникла математическая теория морфологического анализа изображений и сигналов, предназначенная для содержательной интерпретации изображений реальных сцен при неопределённых условиях их регистрации [9, 10]. С помощью методов морфологического анализа можно выделять и распознавать объекты на изображениях при плохом освещении, управлять ориентацией и привязкой к местности летательных аппаратов независимо от погодных условий, исследовать геологические структуры по сигналам, полученным при бурении скважин, анализировать поверхности металлов по изображениям микрошлифов, оценивать и интерпретировать данные экспериментов в ядерной физике, дистанционных исследованиях Земли, атмосферы и т. д. [11, 12]. Интерес к математическим методам и компьютерным технологиям морфологического анализа не утихает и в настоящее время, о чём свидетельствуют фундаментальные работы, определившие новые теоретические и прикладные направления исследований [13—22].

Предположим, что некоторая сцена $\mathbf{S}$ формирует множество изображений, отличающихся такими условиями регистрации, как освещение, настройки видеосистемы и т. п. [9—13]. Множество этих условий обозначим K . Рассмотрим изображение $f(\cdot, k)$, сформированное при некоторых усло-

виях k , как элемент евклидова $L^2_\mu(X)$ пространства функций, заданных на поле зрения X и принимающих числовые (для цветных изображений — векторные) значения $f(x, k)$, квадрат (нормы) которых интегрируем на X : $\int_X f^2(x, k) dx < \infty$. Оп-

ределим класс V_S изображений $\mathbf{S}$, получаемых при всех условиях $k \in K$ их регистрации:

$$V_S = \{f(\cdot, k), k \in K\}.$$

Класс V_S содержит данные о геометрических характеристиках сцены $\mathbf{S}$ и формах её элементов, представленных изображениями $f(\cdot, k)$, $k \in K$, и называется формой изображений сцены $\mathbf{S}$ [9—13]. В простых случаях можно выбрать изображение $f \in V_S$, представляющее геометрические характеристики элементов сцены $\mathbf{S}$ наиболее детально, и задать форму изображений V_S , указав класс F преобразований F яркости изображений g , при которых результат $F(g(\cdot)) \in L^2_\mu(X)$ для любого $g \in V_S$; преобразования F моделируют изменение яркости изображения сцены при вариациях условий регистрации. Тогда $V_f = \{g, g(x) = F(f(x)), x \in X, F \in F\}$ называется формой изображения f сцены $\mathbf{S}$.

Если V_f — выпуклое замкнутое подмножество $L^2_\mu(X)$, то с ним взаимно-однозначно связан оператор $P_f: L^2_\mu(X) \rightarrow L^2_\mu(X)$, т. е. проектирования на V_f , определённый условием

$$\|g - P_f g\| = \inf_{h \in V_f} \|g - h\|, \quad g \in L^2_\mu(X).$$

Для любого $g \in L^2_\mu(X)$ изображение $P_f g$ является ближайшим в $L^2_\mu(X)$ к g среди всех изображений, принадлежащих V_f . Оператор P_f называется формой изображения f

или операторным представлением формы V_f изображения $f \in V_S$.

С помощью оператора проецирования изображения сравнивают по форме, выделяют в них отличия, обнаруживают объекты по изображениям, оценивают параметры формы изображений и т. п. Методы морфологического анализа успешно применяют и для исследований сигналов другой природы, в частности, инфразвуковых [12].

Оценка параметра формы при известной дисперсии погрешности измерений. Далее будем считать, что изображение задано как конечный набор яростей $(f_1, \dots, f_n)$ конечного числа пикселей поля зрения X . Яркости f_i считаются координатами вектора $f \in R^n$: $f = (f_1, \dots, f_n)$; R^n — n -мерное евклидово пространство. Рассмотрим параметрическое семейство выпуклых замкнутых множеств $\{V_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$, представляющих класс возможных форм исследуемого сигнала f . Регистрация сигнала $f \in V_\lambda$ происходит по схеме

$$\xi = f + v, \quad (1)$$

где параметр $\lambda \in \Lambda$ формы сигнала $f \in R^n$ неизвестен; погрешность измерений $v \in R^n$ — нормально распределённый вектор с нулевым математическим ожиданием $Ev = 0$ и некоррелированными координатами, дисперсии которых равны σ^2 : $v \sim N(0, \sigma^2 I)$.

По предъявленному сигналу $\xi \in R^n$ требуется оценить параметр формы $\lambda \in \Lambda$. Построим множество $I_p(\xi) \subset \Lambda$, оценивающее параметр формы [22]. Значение $\lambda_0 \in \Lambda$ принадлежит множеству $I_p(\xi)$, если результат измерения (1) можно представить в виде суммы некоторого элемента $f \in V_{\lambda_0}$ и реализации случайного вектора $v \sim N(0, \sigma^2 I)$. Так как $\xi \sim N(f, \sigma^2 I)$, то при $f \in V_{\lambda_0}$ реализация случайного вектора ξ отстоит от V_{λ_0} на расстояние, не большее $\|v\|$. При этом чем больше это расстояние, тем менее возможна такая реализация ξ при $f \in V_{\lambda_0}$, [23]. Будем считать, что мерой согласия реализации ξ с гипотезой $\xi \sim N(f, \sigma^2 I)$, $f \in V_{\lambda_0}$ является надёжность $\alpha_{\lambda_0}(\xi)$ этой гипотезы при альтернативе $f \notin V_{\lambda_0}$, которую определим как вероятность

$$\alpha_{\lambda_0}(\xi) = P\left(\|\eta - P_{\lambda_0} \eta\|^2 \geq \|\xi - P_{\lambda_0} \xi\|^2\right),$$

где $\eta \sim N(\mu, \sigma^2 I)$; $P_{\lambda_0} \xi$ — проекция ξ на V_{λ_0} ; $\mu \in V_{\lambda_0}$ — наиболее близкая к ξ точка множества V_{λ_0} , т. е. $\mu = P_{\lambda_0} \xi$ [23].

Таким образом, надёжностью рассматриваемой гипотезы $f \in V_{\lambda_0}$ при альтернативе $f \notin V_{\lambda_0}$ является вероятность получить результат, согласующийся с гипотезой так же, как ξ , или ещё меньше. Оценка надёжности $\alpha_{\lambda_0}(\xi)$ методом Монте-Карло равна отношению числа случаев выполнения неравенства

$$\|\eta_k - P_{\lambda_0} \eta_k\|^2 \geq \|\xi - P_{\lambda_0} \xi\|^2,$$

где η_k — k -я реализация случайного вектора $\eta \sim N(P_{\lambda_0} \xi, \sigma^2 I)$ к общему числу реализаций, при этом математическое ожидание $\mu = P_{\lambda_0} \xi$ вектора η считается фиксированным.

Определим множество, оценивающее параметр формы λ по результату измерения (1):

$$I_p(\xi) = \{\lambda \in \Lambda : \alpha_\lambda(\xi) \geq 1 - p\}. \quad (2)$$

В оценивающее множество попадают те и только те значения $\lambda \in \Lambda$, для которых гипотеза $f \in V_\lambda$ достаточно хорошо согласуется с результатом (1). Параметр p в этом случае

является оценкой снизу вероятности $P(\lambda_0 \in I_p(\xi) | f \in V_{\lambda_0})$ включения истинного значения λ_0 параметра формы в оценивающее множество: чем меньше пороговые значения в (2), тем больше вероятность $P(\lambda_0 \in I_p(\xi) | f \in V_{\lambda_0})$.

Оценка параметра формы при неизвестной дисперсии погрешности измерений. В этом случае распределение статистики $\|\xi - P_\lambda \xi\|^2$ зависит от неизвестной дисперсии σ^2 шума v в (1), и поэтому не может служить количественной характеристикой включения $f \in V_\lambda$. Для этой цели лучше подходит статистика [11]

$$\tau_\lambda(\xi) = \|\xi - P_\lambda \xi\|^2 / \|P_\lambda \xi - P_0 \xi\|^2, \quad (3)$$

где P_0 — проектор на множество

$$V_0 = \{\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n) \in R^n : \mu_i = c, i = 1, \dots, n, c \in (-\infty, \infty)\}.$$

Если V_λ — выпуклый замкнутый конус, для каждого $\lambda \in \Lambda$ содержащий V_0 и такой, что $P_\lambda(g + \mu) = P_\lambda g + \mu$ для всех $\mu \in V_0$, $\lambda \in \Lambda$, то распределение статистики (3) не меняется при умножении ξ на любое число, отличное от нуля, и при сложении ξ с любым вектором $\mu \in V_0$. Примером таких конусов является множество

$$V = \{f = (f_1, f_2, \dots, f_n) : f_i \in (-\infty, \infty), i = 1, \dots, n, f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n\},$$

где « $\leq$ » означает либо « $\leq$ », либо « $\geq$ »; различным значениям параметра $\lambda \in \Lambda$ отвечает разный порядок следования этих знаков. Знаменатель дроби (3) показывает отличие формы сигнала $P_\lambda \xi$ от формы сигнала, равного константе.

Так как $P_0 \xi \in V_\lambda$ для любого $\lambda \in \Lambda$, то $P_0 \xi$ не несёт информации о параметре λ . Разность $P_\lambda \xi - P_0 \xi \in V_\lambda$ — «часть» сигнала ξ , лежащая в V_λ , а $\xi - P_\lambda \xi$ — «часть» сигнала ξ , не принадлежащая V_λ . Если $\tilde{\lambda}$ — истинное значение параметра

формы, то $\|\xi - P_{\tilde{\lambda}} \xi\|^2 \leq \|v\|^2$, где $\|\xi - P_{\tilde{\lambda}} \xi\|^2$ — характеристика погрешности. Если для некоторого $\lambda \in \Lambda$ $\|\xi - P_\lambda \xi\|^2 < \|\xi - P_0 \xi\|^2$, то ξ — результат наблюдения сигнала $f \in V_\lambda$ по схеме (1), а $\tau_\lambda(\xi)$ из (3) характеризует согласие предположения $f \in V_\lambda$ с результатом измерения ξ . Значение $\tau_\lambda(\xi)$ тем больше, чем ближе сигнал ξ к константе по сравнению с близостью ξ к V_λ . Однако с формальной точки зрения, $\tau_\lambda(\xi)$ тем меньше, чем более правдоподобно сделанное на основании результата измерения ξ утверждение о том, что верна гипотеза

$$H_\lambda : \xi \sim N(a, \sigma^2 I), \quad a \in V_\lambda \setminus V_0 \quad (4)$$

при альтернативе

$$K : \xi \sim N(a, \sigma^2 I), \quad a \in V_0. \quad (5)$$

Морфологический критерий проверки гипотезы (4) при альтернативе (5) определяется критическим множеством [11]:

$$S_\lambda = \{z \in R^n : \tau_\lambda(\xi) \geq \delta\}. \quad (6)$$

Если $\xi \notin S_\lambda$, то гипотеза (4) принимается, и можно считать, что форма сигнала ξ достаточно близка к форме V_λ . Охарактеризуем согласие гипотезы с экспериментальным минимальным уровнем критерия, отвергающим гипотезу (4) в пользу (5) по наблюдению ξ [9]. Эту характеристику, называемую надёжностью гипотезы (4), запишем как

$$\alpha_{H_\lambda}(\xi) = \sup \left\{ P[\tau_\lambda(\zeta) \geq \tau_\lambda(\xi)] \mid \zeta \sim N(\mu, \sigma^2 I), \mu \in V_\lambda \setminus V_0, \sigma^2 > 0 \right\}.$$

Если вероятность ошибки первого рода (уровень критерия) возрастает при стремлении гипотезы к множеству альтернатив, то вероятность $P[\tau_\lambda(\zeta) \geq \tau_\lambda(\xi)]$ при $\zeta \sim N(\mu, \sigma^2 I)$, $\mu \in V_0$, $\sigma^2 > 0$ может служить оценкой надёжности $\alpha_{H_\lambda}(\xi)$. Она

не зависит от параметров $\mu \in \bar{V}_0$, $\sigma^2 > 0$ и может быть вычислена методом Монте-Карло при разыгрывании реализаций вектора $\zeta \sim N(0, I)$ и подсчёта частоты реализаций, для которых $\tau_\lambda(\zeta) < \tau_\lambda(\xi)$. Надёжность $\alpha_{H_\lambda}(\xi)$ интерпретируется как вероятность результата измерения (1), согласующегося с гипотезой так же, как ξ , или еще хуже.

Заметим, что если V_λ есть k -мерное линейное подпространство R^n , то случайная величина $n - k / [\tau_\lambda(\zeta) (k - 1)]$ при $\zeta \sim N(\mu, \sigma^2 I)$, $\mu \in V_0$, контролируется распределением Снедекора—Фишера с $k-1$, $n-k$ степенями свободы, а область S_λ в (6) определяет равномерно наиболее мощный критерий проверки гипотезы (4) при альтернативе (5) в классе критериев, инвариантных к преобразованиям, определяемых симметрией задачи проверки гипотез (4), (5) [11]. Построим множество $I_\rho(\xi)$, оценивающее параметр $\lambda \in \Lambda$ с вероятностью, не меньшей ρ . Будем считать, что $I_\rho(\xi)$ состоит из тех и только тех значений $\lambda \in \Lambda$, для которых надёжность альтернативы (5) при гипотезе (4) не меньше ρ : $\alpha_\lambda(\xi) = P[\tau_\lambda(\zeta) \geq \tau_\lambda(\xi)] \geq \rho$, что влечёт неравенство $\tau_\lambda(\xi) \leq \delta(\epsilon)$. Чем меньше $\delta(\epsilon)$, тем меньше (по включению) оценивающее множество $I_\rho(\xi)$, и тем точнее локализуется оцениваемое значение $\lambda \in \Lambda$.

Сравнение форм между собой. В последние годы появилось новое направление морфологического анализа сигналов, предназначенное для сравнительного анализа форм изображений [13]. Задача попарного сравнения двух форм

V_1, V_2 , заданных как линейные подпространства $L_\mu^2(X)$, решается указанием размерности подпространства $V_0 = V_1 \cap V_2$ и значением параметра, описывающего близость линейных подпространств V_{01}, V_{02} , полученных как ортогональные дополнения V_0 до V_1, V_2 . Для этого предлагается построить ортонормированный базис V_0 и дополнить его до ортонормированных базисов в V_1, V_2 . Параметр, характеризующий близость норм, равен объёму параллелепипеда, построенного на элементах ортонормированных базисов линейных подпространств V_{01}, V_{02} , как на рёбрах. Он вычисляется как определитель Грама этих базисов и называется индексом морфологической независимости относительных форм.

Необходимость рассмотрения двух форм возникает, например, в случае, когда наблюдаемый сигнал является сме-

сью (суммой) двух сигналов, один из которых (полезный сигнал) принадлежит форме V_1 , а другой (помеха) — форме V_2 . В случае, когда $V = V_1 + V_2$ является прямой суммой линейных подпространств V_1, V_2 , косое проецирование наблюдаемого сигнала на V_1 вдоль V_2 и на V_2 вдоль V_1 позволяет точно отфильтровать полезный сигнал от помехи. Если $V_0 = V_1 \cap V_2 \neq \{0\}$, то V не является прямой суммой V_1, V_2 , и для однозначного решения задачи фильтрации необходима априорная информация, например, в виде задания распределения возможностей [18] на V_1, V_2 . В этом случае результат фильтрации получается как оценки сигналов, доставляющие минимум возможности или необходимости потерь.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-07-00409).

Л и т е р а т у р а

1. **Serra J.** Image analysis and Mathematical Morphology. London: Academic Press, 1982.
2. **Yakimovsky A. Y.** Boundary and object detection in real world images // J. Association Computing Machinery. 1976. N. 23. P. 599—618.
3. **Ayache N., Fugeas O., Hyper D.** A new approach for the recognition and positioning of two-dimensional objects // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 1986. N. 8(1). P. 44—54.
4. **Davies E. R.** Locating objects from their point features using an optimized Hough-like accumulation technique // Pattern recognition. 1992. N. 13(2). P. 113—121.
5. **Виттих В. А., Сергеев В. В., Соифер В. А.** Обработка изображений в автоматизированных системах научных исследований. М.: Наука, 1982.
6. **Visilter Yu., Zheltov S., Stepanov A.** Object Detection and Recognition using Events-based Image Analysis // SPIE Proceedings. 1996. V. 2823. P. 184—195.
7. **Форсайт А., Понс Дж.** Компьютерное зрение. Современный подход. М.: Вильямс, 2004.
8. **Dougherty E. R.** The dual representation of gray-scale morphological // Iters // IEEE Trans. PA MI, 1989.
9. **Пытьев Ю. П.** Морфологические понятия в задачах анализа изображений // Докл. АН СССР. 1975. Т. 224. № 6. С. 1283—1286.
10. **Пытьев Ю. П.** Морфологический анализ изображений // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 5. С. 1061—1064.
11. **Пытьев Ю. П., Чуличков А. И.** Методы морфологического анализа изображений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
12. **Куличков С. Н., Чуличков А. И., Дёмин Д. А.** Морфологический анализ инфразвуковых сигналов в акустике. М.: Изд-во «Новый Акрополь». 2010.
13. **Пытьев Ю. П.** Косые проекторы и относительные формы в морфологии изображений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т. 53. № 12. С. 154—176.
14. **Visilter Yu. V.** Design of Morphological Operators Based on Selective Morphology // SPIE Proc. 2002. V. 4667. P. 215—226.
15. **Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю.** Сравнение и локализация фрагментов изображений с использованием проективных морфологий // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2008. № 2. С. 14—22.
16. **Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю.** Проективные морфологии и их применение в структурном анализе цифровых изображений // Изв. РАН ТИСУ. 2008. № 6. С. 113—128.

17. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю. Использование проективных морфологий в задачах обнаружения и идентификации объектов на изображениях // Теория и системы управления. 2009. № 2 С. 125—138.

18. Пытьев Ю. П. Возможность как альтернатива вероятности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016.

19. Визильтер Ю. В. Структурная фильтрация цифровых изображений с использованием проективных морфологий // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2008. № 5. С. 18—22.

20. Визильтер Ю. В. Обобщенная проективная морфология // Компьютерная оптика. 2008. Т. 32. № 4. С. 384—386.

21. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., Бондаренко А. В., Хосков Н. В., Моржин А. В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. Курс лекций и практических занятий. М.: Физматкнига, 2010.

22. Чуличков А. И. Множества, оценивающие параметр формы сигнала // Интеллектуальные системы и компьютерные науки: Матер. IX межд. конф. М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ. 2006. Т. 1. Ч. 2. С. 310—313.

23. Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2012.

Дата принятия 25.02.2016 г.

006.91:531.717:681.2.088

Контроль деградации конструкционных материалов в процессе эксплуатации на примере струнных элементов

А. С. КОМШИН, С. Р. ОРЛОВА

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия, e-mail: kozyr.ru@mail.ru

Рассмотрены особенности метрологического обеспечения параметров конструкционных материалов машиностроительных объектов в процессе эксплуатации. Проведён анализ существующих подходов испытаний образцов, включая исследование внутреннего трения. Предложен фазохронометрический метод измерений свойств конструкционных материалов во времени на примере гармонического осциллятора. Предложен альтернативный подход к оценке остаточного ресурса.

Ключевые слова: конструкционный материал, струна, эксплуатация, деградация.

Features of metrological support of parameters of constructional materials of machine-building objects in use are considered. The analysis of the existing approaches, including research of internal friction, tests of samples is carried out. The method of measurement of deviation in time of parameters of material on the example of the harmonic oscillator is offered by phase-chronometric method. Approach to an assessment of a residual resource at the new metrological level using alternative approach is offered.

Key words: metrological support, measurement, constructional material, error, string, maintenance, degradation.

Физико-механические параметры применяемых в технике конструкционных материалов определены с точностью до трёх-четырёх значащих цифр. Химическим реакциям, обеспечивающим межклеточный обмен веществ в живом организме, соответствует не менее шести-семи значащих цифр [1, 2]. Между тем, относительные погрешности средств контрольно-измерительной техники составляют 0,01—1,00 %.

Вопросы оценки состояния конструкционных материалов являются по-прежнему актуальными. В последние десятилетия проблемы оценки остаточного ресурса требуют особого внимания на фоне исчерпания основных фондов отечественной промышленности, включая объекты энергетики, транспорта, нефте- и газодобычи. Разработан ряд нормативных документов, устанавливающих требования для оценки технического состояния и продления срока службы. Следует отметить, что большинство документов раскрывают организационную составляющую, порядок работы, однако практически не содержат методик оценки остаточного ресурса с учётом деградации конструкционных материалов под действием нагрузок [3, 4]

Одной из возможностей измерений параметров конструкционных материалов непосредственно в процессе эксплуатации является исследование осцилляторов, в том числе струнного типа. Колебания систем на примере струнных осцилляторов в различных средах рассмотрены достаточно широко. Много работ посвящено также исследованию струн на примере различных музыкальных инструментов [5—8]. В научной литературе широко освещены вопросы определения собственных частот и особенности их изменения, изучено численно-аналитическое моделирование задач свободных колебаний струн и стержней в различных средах и т. п. В то же время практически не затрагиваются вопросы деградации материалов. В процессе испытаний и эксплуатации свойства конструкционных материалов, подверженных различным нагрузкам и напряжениям, медленно изменяются. Однако прочностные расчёты не всегда учитывают в полной мере технологию обработки поверхности, как механическую, так и термомеханическую, ионно-плазменную, магнитно-импульсную и т. п.