

Методы прогнозирования дрейфа параметров динамических объектов на основе линейной модели экстраполяции

Ю. С. СЫСОВЕВ, В. Г. БЕКЕТОВ

Волгодонский инженерно-технический институт – филиал
Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»,
Волгодонск, Россия, e-mail: sysoev2004@mail.ru

Приведён метод прогнозирования, который основан на линейной экстраполяции, использующей математическое ожидание скорости изменений значений контролируемого параметра в качестве углового коэффициента экстраполирующей прямой. Рассмотрен метод, построенный с помощью корректировки линейной функции. Корректировка проведена с применением в методе наименьших квадратов переменных весовых коэффициентов, регулирующих влияние узлов интерполяции на конечный результат в зависимости от удалённости этих узлов от текущего значения аргумента экстраполирующей функции.

Ключевые слова: прогнозирование, дрейф параметров, восстановление параметра, экстраполяция, метод наименьших квадратов.

The forecasting method based on the linear extrapolation using mathematical mean of speed of changes of controlled parameter values as slope of the extrapolating straight line is considered. The method which is constructed by means of correction of linear function using the least squares of the variable weight coefficients regulating influence of knots of interpolation on the final result is considered as well. The final result depends on remoteness of these knots from the current value of extrapolating function argument.

Key words: forecasting, parameter drift, parameter restoration, extrapolation, least-squares method.

Отсутствие нештатных ситуаций на производстве в значительной степени обеспечивается умением прогнозировать поведение используемого оборудования. Это поведение, как правило, определяется характером изменений значений некоторых параметров (температуры, давления, мощности, напряжения и т. д.), характеризующих надёжность работы оборудования. Поэтому при контроле работы технических объектов возникает задача прогнозирования времени дрейфа их параметров в пределах существующих допусков. Аналогичные задачи появляются при контроле динамических объектов любой природы, не только технических.

В настоящее время существуют различные методы прогнозирования времени достижения контролируемым параметром предельно допустимых значений, т. е. времени стабильного функционирования объекта. Одни из них используют цепи Маркова [1, 2] или «задачу о разорении игрока» [3], другие основаны на применении систем массового обслуживания (СМО) [4, 5] или метода наименьших квадратов (МНК) [6]. Однако данные методы обладают рядом недостатков, затрудняющих их использование. Какие-то из них не всегда работают в режиме реального времени [1–3], другие являются достаточно сложными [4, 5], требующими определения законов распределения соответствующих случайных величин, а третьи могут привести к некорректным результатам при прогнозировании на небольшие промежутки времени [6, 7].

В данной работе представлены простые и эффективные методы прогнозирования. Первый (метод линейной экстраполяции) основан на непосредственном применении линейных экстраполирующих функций, полученных при использовании математического ожидания скорости измене-

ний значений контролируемого параметра на некотором временном промежутке. Второй метод (метод корректируемой функции) – на построении нелинейной экстраполирующей функции путём корректировки линейной функции, найденной МНК. Такой метод можно позиционировать как частный случай результатов, представленных в [7].

Обозначим через $\xi = \xi(t)$ случайный процесс, каждая реализация которого представляет собой траекторию возможного поведения параметра контролируемого объекта [8, 9]. Предположим, что значения случайного процесса в произвольной точке t удовлетворяют неравенству $a \leq \xi(t) \leq b$, а возможные значения, принимаемые контролируемым параметром, лежат в промежутке $[a, b]$. В дальнейшем будем рассматривать задачу с односторонними ограничениями сверху, т. е. случай, когда допустимые значения параметра ограничиваются только верхними предельно допустимыми значениями. Будем считать, что $a + \Delta$ ($a \leq a + \Delta \leq b$) – верхнее предельно допустимое значение параметра. Тогда объект будет стабильно функционировать, если значения контролируемого параметра лежат в промежутке $[a, a + \Delta]$. Отметим, что переход от задачи с односторонними верхними ограничениями к задачам с односторонними нижними или двусторонними ограничениями на значения параметра осуществляется аналогично описанному в [10].

Предположим, что через равные промежутки Δt времени в моменты $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ проведены измерения параметра и получена выборка: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Значения этой выборки будем трактовать как $x_1 = x_0(t_1)$, $x_2 = x_0(t_2)$, ..., $x_n = x_0(t_n)$ некоторой реализации $x = x_0(t)$ случайного процесса $\xi = \xi(t)$. Поскольку функция $x = x_0(t)$ неизвестна, то её нельзя использовать для

прогноза дрейфа параметра, а для указанных целей по значениям $x_1, x_2, \dots, x_n$ нужно строить аппроксимирующую (экстраполирующую) функцию, которую в дальнейшем будем обозначать $x = x^*(t)$.

Метод линейной экстраполяции. Одной из наиболее простых экстраполирующих функций является линейная функция, найденная МНК. Однако её применение для экстраполяции, а следовательно, и для прогноза поведения контролируемого параметра линейной функции, не всегда целесообразно [7]. Поэтому авторы предлагают другой подход для построения экстраполирующей линейной функции.

Введём случайную величину η , позволяющую по значениям $x_1, x_2, \dots, x_n$ определить среднюю скорость изменения контролируемого параметра на промежутке $[t_1, t_n]$. Для этого выберем некоторое натуральное число N и, положив $\Delta z = \Delta/N$, рассмотрим бесконечное семейство полуинтервалов:

$$\begin{aligned} &[a; a + \Delta z), [a + \Delta z; a + 2\Delta z), \dots \\ &\dots, [a + (N-1)\Delta z; a + N\Delta z), [a + N\Delta z; a + (N+1)\Delta z), \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Поскольку полуинтервал $[a + (N-1)\Delta z; a + N\Delta z)$ совпадает с полуинтервалом $[a + \Delta - \Delta z; a + \Delta)$, то первые N полуинтервалов семейства (1) разбивают промежуток стабильного функционирования объекта на N равных частей. В дальнейшем будем считать, что объект находится в состоянии E_j , $j = 1, 2, \dots, n$, если значение его контролируемого параметра находится в промежутке $[a + (j-1)\Delta z; a + j\Delta z)$. Следовательно, чем больше число N , тем точнее будет идентифицироваться состояние объекта. Поэтому N необходимо выбирать как можно большим. Однако нельзя неограниченно увеличивать N , поскольку длина $\Delta z = \Delta/N$ промежутков в (1) должна позволять с минимальной погрешностью отнести каждое значение x_j , $j = 1, 2, \dots, n$ к одному из промежутков семейства (1), т. е. величина Δz должна быть не меньше погрешности измерений контролируемого параметра. Если объект будет находиться в одном из состояний E_j , $j = N+1, N+2$, то его использование становится неправомерным, так как параметр в этом случае достигнет верхнего предельно допустимого значения или превзойдет его, и функционирование объекта перестанет быть стабильным.

Для построения случайной величины η проанализируем всевозможные изменения состояний объекта при всех переходах параметра от x_k к x_{k+1} , $k = 1, 2, \dots, n-1$. Если при значении параметра, равном x_k , объект находится в состоянии E_j , а при x_{k+1} — в состоянии E_{j+i} , то случайная величина η принимает значение, равное i . Заметим, что i может быть отрицательным, положительным или нулём. Временной ряд [11, 12], состоящий из значений случайной величины η и количества повторений этих значений, в процессе всех переходов от x_k к x_{k+1} как раз и задаёт случайную величину η .

Пусть $M[\eta]$ — математическое ожидание случайной величины η . Если за единицу измерения времени выбрать длину Δt промежутка, через которые проводились измерения, а при определении параметра за единицу взять величину Δz , то по математическому ожиданию $M[\eta]$ можно определить среднюю скорость изменения значений контролируемого пара-

метра. Тогда в указанных единицах измерения прирост значений параметра будет пропорционален математическому ожиданию $M[\eta]$ и длине интервала времени наблюдения за объектом. Если представить это в дифференциальной форме, то получим дифференциальное уравнение для определения экстраполирующей прямой: $dx^* = M[\eta]dt$. Интегрируя это уравнение, находим:

$$x^*(t) = M[\eta]t + C. \quad (2)$$

В уравнении (2) константу C выбираем таким образом, чтобы полученная прямая линия проходила через точку с координатами (t_n, x_n) . Зная экстраполирующую прямую, легко получить необходимый прогноз. Для этого достаточно приравнять правую часть уравнения (2) к верхнему предельно допустимому значению, из полученного уравнения найти t и вычесть из него t_n .

Отметим, что осуществлять прогноз имеет смысл только в том случае, когда средняя скорость изменения параметра окажется положительной и будет выполняться неравенство $M[\eta] > 0$, т. е. при условии, когда угловой коэффициент экстраполирующей прямой (2) тоже положителен. В противном случае считается, что стабильной работе объекта ничего не угрожает.

Напомним, что все перечисленные операции должны выполняться либо в выбранных выше единицах измерения, либо в исходных единицах, но для этого в уравнении (2) необходимо перейти к исходным единицам, и только тогда возможно его последующее использование.

Метод корректируемой функции. Этот метод основан на предложениях, сформулированных в [7]. Рассмотрим реализацию $x = x_0(t)$ случайного процесса $\xi = \xi(t)$, конечное число значений $x_1, x_2, \dots, x_n$ которого получены при измерениях параметра в моменты времени $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, причём $t_k - t_{k-1} = \Delta t$ при любом k . Как и в предыдущем случае считаем, что $x = x_0(t)$ — неизвестная функция, определяющая значения контролируемого параметра в процессе функционирования реального объекта, а найденные значения будут совпадать со значениями этой функции в соответствующих точках.

Предлагаемый метод базируется на МНК [13, 14]. При этом аппроксимирующая функция выбирается из некоторого заранее определённого класса $\chi = \{x(t, \alpha)\}$ функций, зависящих от векторного параметра α . Обычно в процессе применения МНК определяются координаты вектора α_0 , при которых аппроксимация по соответствующему критерию осуществляется наилучшим образом [6]. Эти координаты и используются для нахождения экстраполирующей функции, в качестве которой выбирается функция $x = x(t, \alpha_0)$. Чаще всего в качестве класса χ задаётся семейство многочленов [6]. В рассматриваемом случае экстраполирующая функция $x = x^*(t)$ строится поточечно. Для вычисления её значений в каждой точке t , основываясь на МНК, строится вспомогательная экстраполирующая функция, с помощью которой производится экстраполяция только в одной выбранной точке t . При этом в качестве семейства χ используется семейство многочленов первой

степени, т. е. $\chi = \{at + b\}$. Здесь роль α_0 играет вектор с координатами (a, b) .

Таким образом, для построения экстраполирующей функции $\chi = \chi^*(t)$ описанным выше способом и в соответствии с рекомендациями, сформулированными в [7], будем использовать традиционный МНК, но не с постоянными, а с переменными весовыми коэффициентами $p_k(t)$. Функции $p_k = p_k(t)$ будут определены ниже. Для получения значения экстраполирующей функции $\chi = \chi^*(t)$ в произвольной точке t воспользуемся уравнением [15], которое является частным случаем соответствующего уравнения, полученного в работе [7]. Запишем

$$\sum_{k=1}^n p_k(t) [x_k - (a_0 t_k + b_0)]^2 = \min_{a,b} \sum_{k=1}^n p_k(t) [x_k - (at_k + b)]^2. \quad (3)$$

Найдя частные производные целевой функции по a, b и приравняв эти производные к нулю, получим полную систему нормальных уравнений для расчёта неизвестных значений a, b [16, 17]:

$$\begin{cases} \left(\sum_{k=1}^n p_k(t) t_k^2 \right) a + \left(\sum_{k=1}^n p_k(t) t_k \right) b = \sum_{k=1}^n p_k(t) x_k t_k; \\ \left(\sum_{k=1}^n p_k(t) t_k \right) a + \left(\sum_{k=1}^n p_k(t) \right) b = \sum_{k=1}^n p_k(t) x_k. \end{cases}$$

Решив эту систему относительно a, b , найдём параметры a_0, b_0 , которые и будут определять решение оптимизационной задачи (3). Для нахождения значения $\chi^*(t)$ функции $\chi = \chi^*(t)$ в выбранной точке t осталось положить $\chi^*(t) = a_0 t + b_0$. Заметим, что при разных значениях t будут получаться различные пары a_0, b_0 .

При выборе весовых коэффициентов $p_k(t)$, $k=1, 2, \dots, n$ будем руководствоваться рекомендациями, предложенными в [7]. Их реализация приведёт к тем же формулам, что и в [15]. Тогда

$$p_k(t) = q_k(t) / \sum_{i=1}^n q_i(t), \text{ при } t \geq t_n, k \neq n;$$

$$p_n(t) = \begin{cases} q_n(t) / \sum_{i=1}^n q_i(t) & \text{при } t > t_n; \\ 1 & \text{при } t = t_n. \end{cases}$$

В отличие от работы [15], при выборе функций $q = q_i(t)$, $i=1, 2, \dots, n$, через которые выражаются весовые коэффициенты $p_k(t)$, воспользуемся вариантом, позволяющим регулировать влияние узлов интерполяции на конечный результат. В соответствии с рекомендациями из [7] выбор функций $q = q_i(t)$, $i=1, 2, \dots, n$ может осуществляться различными способами, но должны выполняться следующие условия: функции $q = q_i(t)$, $i=1, 2, \dots, n-1$ должны быть непрерывны и монотонно убывать на промежутке $[t_n, \infty)$, а функция $q = q_n(t)$ должна быть непрерывна и монотонно убывать на промежутке $[t_n, \infty)$. При этом $\lim_{t \rightarrow t_n} q_n(t) = \infty$ и выполняются неравенства $q_1(t) \leq q_2(t) \leq \dots \leq q_n(t)$. Роль этих функций состоит в регулировании влияния i -го узла интерполяции на величину соответствующего веса, а

следовательно, и на конечный результат. Чем дальше узел интерполяции отстоит от точки t , тем меньшее влияние он оказывает на результат интерполяции, а значит и экстраполяции в этой точке.

Поскольку при прогнозировании имеет смысл рассматривать только случай, когда $t > t_n$, то положим

$$q_j(t) = 1 / [(t - t_n)^\mu + Q(1 + \gamma)^{n-j}(t_n - t_j)^\mu], j=1, 2, \dots, n,$$

где $q_j(t)$ – вспомогательная функция; Q, γ, μ – регулирующие параметры.

Напомним, что $q_k(t)$ задаётся равенством $q_k(t) = 1 / |t - t_k|^\mu$ [15]. Значения числовых величин Q, γ и μ , которые находятся подбором на основе анализа экспериментальных или натурных данных, должны удовлетворять неравенствам $Q > 0, \gamma \geq 0, \mu > 0$. Их изменения приводят к изменению влияния положений узлов интерполяции на конечный результат. Чем больше значения этих величин, тем меньшее влияние на результат прогноза оказывают более удалённые на временной оси узлы интерполяции от текущего значения аргумента t .

Экспериментальная проверка предложенных методов проведена посредством численных экспериментов с реальными данными по температуре. В качестве контролируемого параметра была выбрана температура масла на выходе маслоохладителя маслосистемы главного циркуляционного насоса (ГЦН) блока атомной электростанции (АЭС) с реактором ВВЭР-1000, взятая из соответствующей базы данных архивов Ростовской АЭС. Так как на АЭС обслуживающий персонал следит за тем, чтобы температура масла не достигала 41 °С (при такой температуре необходимо переходить либо на работу второго ГЦН, либо блокировать работу реактора), то найти в архиве достаточное количество случаев достижения указанной температуры не представляется возможным. Поэтому при проведении численных экспериментов авторы искусственно ввели ограничения сверху (предельно допустимое значение) указанной температуры, равное 38,4 °С.

На рис. 1 приведены графики реального времени достижения предельно допустимого значения температуры, а именно – график функции, задающей обратный отсчёт времени до наступления критической температуры (прямая линия) и графики соответствующих прогнозов с использованием рассматриваемого метода с регулирующими величинами Q, γ, μ и метода из работы [15]. Визуальный анализ рис. 1 показывает очевидное преимущество предложенного метода. Заметим, что некоторого повышения точности прогноза методом, предложенным в [15], можно добиваться, уменьшая или увеличивая длину выборки, найденной мониторингом значений параметра. Однако, как показывают численные эксперименты, более эффективным является метод, основанный на применении регулирующих величин Q, γ, μ .

Для экспериментального сравнения эффективности методов на рис. 2 приведены графики прогнозов достижения предельно допустимого значения температуры. Эти графики получены разными методами: предложенными в настоящей работе, а также методом, использующим СМО [4, 5] с применением смесей распределений [18] для повышения качества

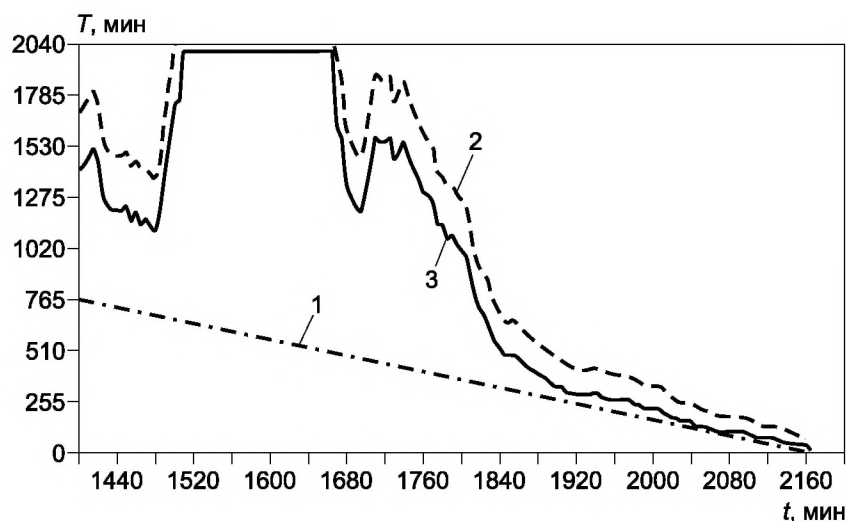


Рис. 1. Прогноз времени работоспособности системы методом корректируемой функции:

t – реальное время процесса; T – время прогноза устойчивой работы системы; 1 – время фактического достижения предельного значения температуры; 2, 3 – прогноз без регулировки весовыми коэффициентами и с регулировкой, соответственно

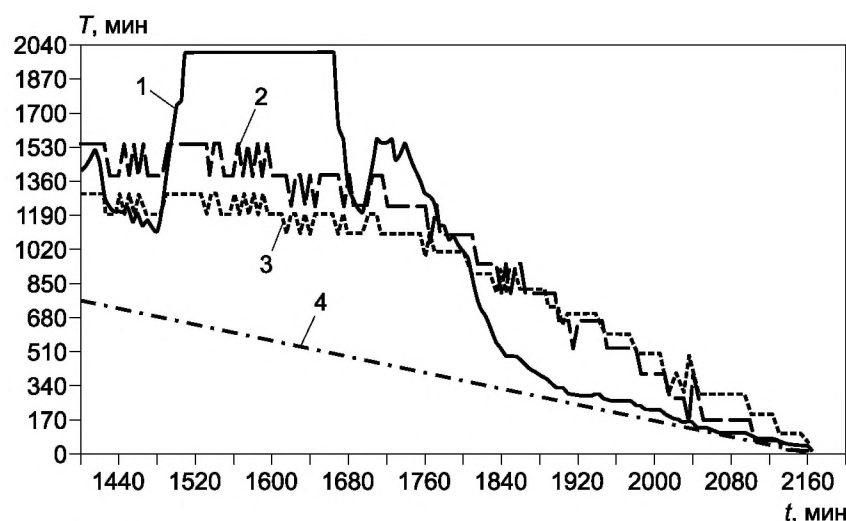


Рис. 2. Прогноз времени работоспособности системы различными методами:

t , T – те же, что и на рис. 1; 1 – прогноз с использованием корректируемой функции; 2 – прогноз с использованием систем массового обслуживания; 3 – прогноз методом линейной экстраполяции; 4 – время фактического достижения температурой предельного значения

прогноза. Анализ рис. 2 показывает, что приоритет по точности прогноза необходимо отдать методу корректируемой функции, основанному на использовании в МНК регулирующих переменных весовых коэффициентов. На втором месте находится стохастический метод, в котором задействована СМО, а на третьем – метод линейной экстраполяции. Аналогичные результаты получены и на других фрагментах массива температур.

Численные эксперименты, проведенные для различных фрагментов соответствующих баз данных, позволили сделать вывод, что использование прогноза для температуры масла маслосистемы ГЦН на практике целесообразно (про-

гноз является адекватным), если до выхода температуры за пределы допуска остается не более 60 мин, т. е. когда время прогноза составляет не более 60 мин.

Несмотря на то, что метод переменных весовых коэффициентов более прост и не менее точен, чем метод стохастического прогнозирования с использованием СМО, это не означает, что можно отказаться от последнего. Иногда возникают ситуации, когда метод корректируемой функции трудно реализуем, так как его применение связано с контролем параметра одного (единственного!) объекта. Однако бывают объекты, в которых очень медленно меняется контролируемый параметр, и для применения предложенного метода переменных весовых коэффициентов понадобились бы годы экспериментов и наблюдений за изменениями параметра такого объекта, что в реальной жизни мало приемлемо. В таких случаях организуют одновременное наблюдение за контролируемым параметром нескольких однотипных объектов, поместив их в одинаковые условия. Так поступают, например, при контроле параметра, в качестве которого выступает погрешность термометров сопротивления платиновых, или для определения межповерочного интервала [4]. Даже при одновременном контроле указанного параметра у десяти термометров для получения необходимой статистики эксперименты пришлось проводить в течение десяти месяцев. Поэтому без стохастических методов прогнозирования, к которым относится и метод, использующий СМО, обойтись достаточно проблематично. Более того, при контроле параметров объектов на особо ответственных производствах (атомных станциях, гидроэлектростанциях и т. д.), аварии на которых могут привести к тяжелейшим последствиям глобального масштаба, имеет смысл применять одновременно несколько методов, а для окончательного прогноза использовать минимум прогнозов, полученных различными методами.

Закключение. В работе приведены новый метод прогнозирования, основанный на линейной экстраполяции, а также метод прогнозирования, построенный с помощью корректировки линейной функции посредством методики восстановления непрерывного сигнала [7] и использующий переменные весовые коэффициенты, которые регулируют влияние узлов интерполяции на конечный результат в зависимости от удаленности этих узлов от текущего значения аргумента экстраполирующей функции. Экспериментальная проверка предложенных методов и их сравнение со стохастическим методом [4] прогнозирования, использующим СМО (для случая, когда в качестве контролируемого параметра выступает

температура масла в маслосистеме ГЦН), подтверждает эффективность предложенных методов.

Л и т е р а т у р а

1. **Федин С. С., Красюк К. А., Трищ Р. М.** Марковская модель прогнозирования параметрической надежности измерительно-вычислительных комплексов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2009. № 2/6 (38). С. 22–28.
2. **Сысоев Ю. С.** Анализ дрейфа метрологических характеристик измерительных устройств с помощью цепей Маркова // Измерительная техника. 2012. № 1. С. 14–19.
3. **Сысоев Ю. С., Тихомирова А. И.** Анализ стабильности работы измерительных приборов посредством стохастического прогнозирования дрейфа их метрологических характеристик // Измерительная техника. 2012. № 6. С. 14–20.
4. **Сысоев Ю. С., Симакова Н. А.** Оценка длительности межповерочных интервалов измерительных устройств методами теории массового обслуживания // Измерительная техника. 2014. № 12. С. 10–15.
5. **Сысоев Ю. С.** Использование геометрического и показательного распределений для прогнозирования дрейфа параметров технических объектов // Измерительная техника. 2015. № 12. С. 17–19.
6. **Новосёлов О. Н., Гуфельд И. Л.** Прогнозирование состояния динамической системы по результатам измерений // Измерительная техника. 2015. № 10. С. 11–15.
7. **Сысоев Ю. С.** Восстановление непрерывного параметра по конечному числу его измерений // Измерительная техника. 2017. № 6. С. 9–12.

8. **Пугачёв В. С.** Теория случайных функций и её применение к задачам автоматического управления. М.: Физматгиз, 1960.

9. **Венцель Е. С.** Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2001.

10. **Сысоев Ю. С., Сальников А. А., Бекетов В. Г., Чернов А. В.** Прогнозирование состояния технологических объектов на основе текущего мониторинга значений их параметров // Измерительная техника. 2016. № 4. С. 3–7.

11. **Бокс Дж., Джен Кинс Г.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974.

12. **Бриллинджер Д. Р.** Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980.

13. **Линник Ю. В.** Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962.

14. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.

15. **Сысоев Ю. С., Бекетов В. Г., Симакова Н. А.** Алгоритм прогнозирования дрейфа температур маслосистемы ГЦН блока АЭС с реактором ВВЭР-1000 // Глобальная ядерная безопасность. 2016. № 3(20). С. 57–63.

16. **Пискунов Н. С.** Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1. М.: Наука, 1974.

17. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985.

18. **Сысоев Ю. С.** Использование смесей распределений для стохастического прогнозирования поведения параметров технических объектов // Измерительная техника. 2017. № 3. С. 3–8.

Дата принятия: 15.03.2017.