

Анализ формы частотных зависимостей акустического сигнала при определении термодинамической температуры

В. Г. КЫТИН^{1, 2}, Г. А. КЫТИН¹

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Россия, e-mail: kyt35@mail.ru

² Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Измерены частотные характеристики акустического сигнала, выполнены их теоретические расчёты. Проведен сравнительный анализ аппроксимации функцией Лоренца измеренных и теоретически рассчитанных зависимостей. Показано, что отличие формы максимума теоретически рассчитанной частотной зависимости от общепринятой аппроксимирующей функции приводит к сдвигу определяемой термодинамической температуры до 1 мК.

Ключевые слова: акустический газовый термометр, акустический резонанс, термодинамическая температура.

Frequency dependences of acoustic signal were measured and theoretically calculated. The conventional approximation of frequency dependence of acoustic signal by Lorentz function was compared with theoretically calculated dependence. The shift of temperature determined from acoustic resonance up to 1 mK was predicted due to the deviation of the shape of acoustic resonance maximum from Lorentz function.

Key words: acoustic gas thermometer, acoustic resonance, thermodynamic temperature.

Акустическая газовая термометрия является основным высокоточным методом определения термодинамической температуры в диапазоне 4,2—900,0 К [1]. В основе метода лежит соотношение между скоростью звука u_0 и термодинамической температурой T в идеальном газе: $u_0 = (\gamma RT/M)^{1/2}$, где γ — отношение теплоёмкостей газа при постоянных давлении C_p и объёме C_v ; R — универсальная газовая постоянная; M — молярная масса газа. На практике в акустической термометрии используют одноатомные инертные газы — гелий и аргон [1—3]. Для прецизионных измерений скорости звука применяют резонансный метод. При наблюдениях акустического резонанса часто используют резонатор со сферической полостью, так как в этом случае можно достигнуть максимальной добротности [1—4]. Для сферического резонатора скорость звука в идеальном газе связана с резонансной частотой f_a формулой $u_0 = 2\pi f_a a / x_{0n}$, где x_{0n} — n -й корень уравнения $j'_0(x_{0n}) = 0$, $j_0(x)$ — сферическая функция Бесселя; a — радиус резонатора. Для определения резонансной частоты частотную зависимость акустического сигнала вблизи резонанса аппроксимируют определённой математической функцией. В настоящее время для аппроксимации частотной зависимости комплексной амплитуды звукового сигнала используют функцию Лоренца [1—4]:

$$L(f) = A / (f^2 - F_a^2) + B + Cf, \quad (1)$$

где $F_a = f_a + ig_a$; f — частота; i — мнимая единица; g_a , A , B , C — комплексные постоянные.

Выражение (1) основано на решении стационарного волнового уравнения с использованием функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, которое можно представить в виде $p_a = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') p_{\text{вн}}(\mathbf{r}') d^3r'$,

где p_a — акустическое давление; $p_{\text{вн}}$ — давление внешних сил, возбуждающих акустические колебания; $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$ — радиус-векторы точки внутри резонатора. Интегрирование проводится по внутренней полости резонатора [2—5]. Если известны точные собственные функции $\Phi_n(\mathbf{r})$ и комплексные собственные частоты F_{an} свободных колебаний, то $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') =$

$$= \sum_n \Phi_n(\mathbf{r}) \Phi_n(\mathbf{r}') / (f^2 - F_{an}^2),$$

что и обеспечивает форму резонансных максимумов, близкую к (1). Однако точный вид $\Phi_n(\mathbf{r})$ неизвестен, как и значения F_{an} . Из-за сложности волнового уравнения для акустических колебаний в реальных газах и граничных условий для $\Phi_n(\mathbf{r})$, частоты F_{an} зависят от акустических колебаний [5]. Кроме этого линейный вклад в (1) может недостаточно точно исследовать значения соседних максимумов, особенно если они близко расположены. Поэтому экспериментальная форма максимумов акустического резонанса может отличаться от (1). Частотную зависимость акустического сигнала в резонаторе можно определить из уравнений линейной акустики с учётом граничных условий на стенках резонатора. При таком подходе форма резонансных максимумов получается из расчётов без предварительных предположений.

В настоящей работе сопоставлены частотные зависимости акустического сигнала, найденные из уравнений линейной акустики, с зависимостями, определяемыми линейной комбинацией функции (1), а также с экспериментальными частотными зависимостями акустического сигнала, полученными для сферического резонатора, изготовленного во ВНИИФТРИ из меди марки М1. Цель работы — анализ влияния формы резонансных максимумов на определяемую термодинамическую температуру.

Методика теоретического расчёта частотных зависимостей акустического сигнала. Частотные зависимости аку-

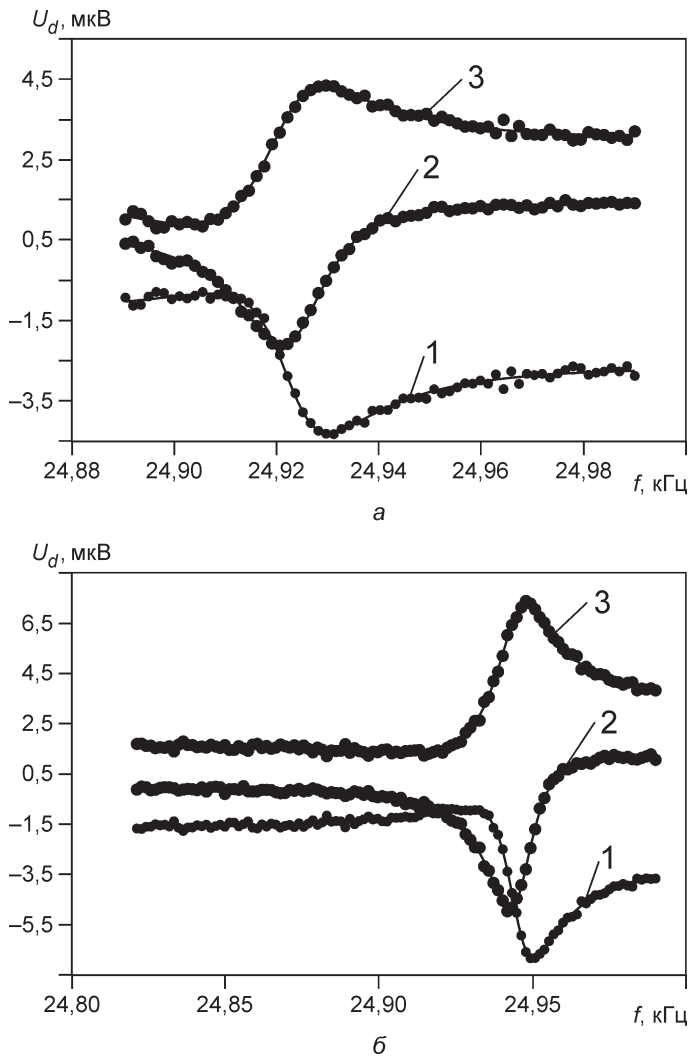


Рис. 1. Зависимости действительной (1) и мнимой частей (2), а также модуля акустического сигнала U_d (3) при давлении гелия 101 кПа (а); 152 кПа (б), соответственно; точки — экспериментальные данные; сплошные линии — аппроксимация выражением (1)

стического сигнала рассчитывали с помощью системы уравнений линейной акустики [4, 6]. Эта зависимость представлена в виде разложения по сферическим гармоникам $Y_{lm}(\theta, \varphi)$,

$$p_a = \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l C_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi), \text{ где } \theta, \varphi \text{ — полярный и аксиальный}$$

углы в сферической системе координат, соответственно; C_{lm} — коэффициенты разложения. В результате комплексное напряжение U_d , детектируемое ёмкостным микрофоном-детектором, также было записано в виде разложения в ряд

$$U_d(f) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l \beta C_{lm}(f), \text{ где } \beta \text{ — чувствительность детектора.}$$

Чтобы найти коэффициенты разложения, ряд для акустического давления подставили в систему уравнений линейной акустики. В результате получили систему линейных уравнений для коэффициентов разложения, которую решили методом последовательных приближений. Подробно ме-

тодика вычисления коэффициентов разложения и расчёта частотной зависимости описана в [7].

Вычисления проводили для медного сферического акустического резонатора, заполненного газообразным гелием. Необходимые параметры гелия взяты из [8]. Вычисления проводили для $L=20$.

Методика определения термодинамической температуры. Для обработки частотных зависимостей акустического сигнала была использована методика, изложенная в [1—5]. Зависимость акустического сигнала вблизи резонансного максимума аппроксимировали выражением (1), в результате определили частоту f_a . Термодинамическую температуру вычисляли методом последовательных приближений. В нулевом приближении температуру находили из соотношения между скоростью звука u_0 и температурой в идеальном газе T . Полученное значение использовали для определения поправок к резонансной частоте в реальном гелии с учетом поправок на теплообмен в газе и оболочке резонатора, вязкое трение в гелии, а также на существование конденсаторных микрофонов для возбуждения и детектирования акустического сигнала. Затем корректировали резонансную частоту и вычисляли первое приближение для температуры, на основе которого снова вычисляли поправки и т. д. Процесс продолжался, пока изменение температуры при следующем приближении не становилось меньше 10^{-7} от её значения. Из-за относительной малости поправок такая сходимость достигалась за 7—10 итераций. Для вычисления поправок к частоте использовали те же характеристики газообразного гелия, что и при теоретических расчетах частотных зависимостей акустического сигнала.

Методика измерений частотных зависимостей акустического сигнала. Резонатор располагался внутри герметичной камеры. Для прецизионного определения его радиуса были измерены частотные зависимости для моды ТМ₁₁. Измерения проводили в вакууме при остаточном давлении менее 1,33 Па. Радиус резонатора определяли из среднего арифметического значения резонансных частот указанной моды [9—10], он составил $(49,80488 \pm 0,00006)$ мм. При измерении частотных зависимостей акустического сигнала резонатор заполняли гелием под давлением 101325 и 151988 Па. Для возбуждения и детектирования акустического сигнала использовали конденсаторные микрофоны ВК4944. На микрофон-излучатель подавали синусоидальное напряжение амплитудой 2,5 В от генератора DS335, а напряжение микрофона-детектора — на синхронный усилитель SRS830 через согласующий повторитель на операционном усилителе. Перед измерениями остаточное давление в камере с резонатором составляло менее 1,33 Па, затем её заполняли газообразным гелием чистотой 99,99999 % под давлением 101325 Па. Частотные зависимости акустического сигнала регистрировали по точкам в автоматическом режиме. Для этого была разработана компьютерная программа для управления генератором и синхронным усилителем и записи данных в персональный компьютер. В стенке резонатора расположили родий-железный термометр сопротивления, измеряющий температуру по шкале МТШ-90 с неопределённостью 3 мК при записи каждой точки. Согласно показаниям термометра дрейф температуры за время записи составил менее 3 мК.

Результаты измерений и расчётов частотных зависимостей акустического резонанса. Частотные зависимости акустического сигнала вблизи максимума моды (0,3), измеренные при давлении гелия (101000 ± 5000) Па, представлены на рис. 1, а. На рис. 1, б представлены аналогичные зависимости акустического сигнала для давления гелия (151000 ± 5000) Па. В результате аппроксимации определяли частоту и полуширину резонансного максимума f_a , g_a . Полученные значения использовали для определения термодинамической температуры. Значения резонансной частоты, полуширины резонансного максимума и соответствующей термодинамической температуры (по родий-железному термометру, измеренную в точке резонансного максимума, по экспериментальной $f_{a,T}$ и теоретически рассчитанной $f_{a,T}$ зависимостям), представлены в таблице.

Параметры экспериментальных и теоретически рассчитанных частотных зависимостей акустического резонанса для моды (0,3)

p , кПа	f_a , кГц	$f_{a,T}$, кГц	g_a , Гц	$g_{a,T}$, Гц	T_R , К	T_a , К	$T_{a,T}$, К
101	24,92310	24,92306	10,25	8,45	294,3206	294,3239	294,3230
152	24,94512	24,94510	9,07	6,90	294,6754	294,6789	294,6784

Из таблицы следует, что температура, определённая по акустическому резонансу, на 3,3—3,5 мК выше температуры, измеренной термометром сопротивления. Термодинамическая температура, измеренная акустическим методом при 295 К, на 4 мК выше измеренной по шкале МТШ-90 [2]. Таким

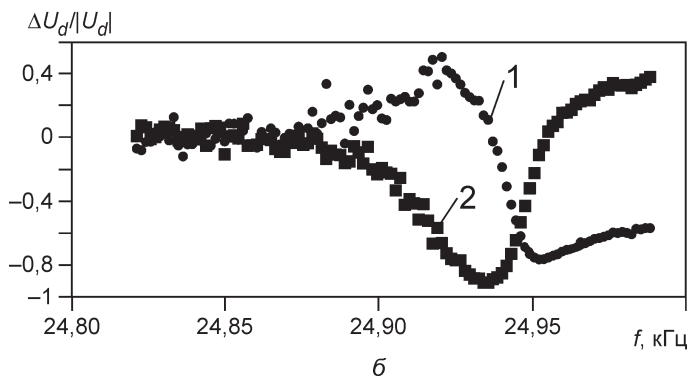
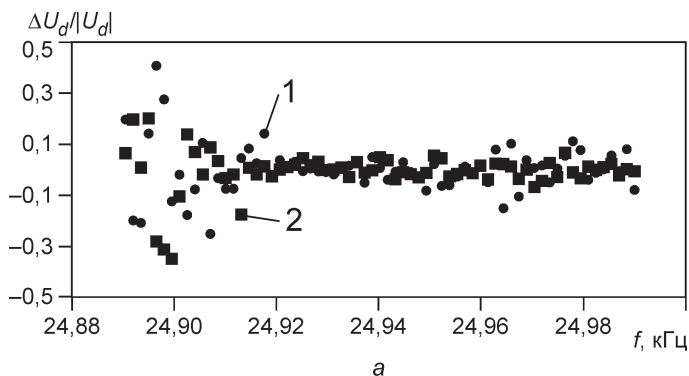


Рис. 2. Частотные зависимости относительного отклонения $\Delta U_d/U_d$ экспериментальной частотной зависимости акустического сигнала от выражения (1) при давлении гелия 101 кПа (а); 152 кПа (б):

1 — действительная часть; 2 — мнимая часть

образом, полученные значения термодинамической температуры на 1—2 мК ниже значений, найденных в [2].

На рис. 2 показаны частотные зависимости относительной разности экспериментальных частотных зависимостей и зависимости, определяемой выражением (1). Из рис. 2 следует, что отклонение не превышает шум при давлении гелия 101 кПа. При давлении 152 кПа отклонение становится заметным. Найденную термодинамическую температуру использовали при теоретических расчётах частотных зависимостей акустических сигналов. Для анализа формы рассчитанных зависимостей их аппроксимировали выражением (1) и определяли значения частоты $f_{a,T}$ и полуширины линии $g_{a,T}$ этих зависимостей. Согласно таблице, полуширина резонансного максимума теоретически рассчитанной зависимости меньше полуширины максимума экспериментальной, что указывает на дополнительный механизм диссипации энергии.

Для полученной резонансной частоты определили термодинамическую температуру, оказавшуюся на 0,5—1,0 К ниже температуры, заложенной в расчет зависимости. Таким образом, теоретический расчет соответствует более высокой температуре, чем его аппроксимация выражением (1). На рис. 3 показана частотная зависимость относительного отклонения теоретически рассчитанной частотной зависимости от зависимости, заданной выражением (1). Наблюдается систематическое отклонение теоретической зависимости от выражения (1). Отмечается тенденция увеличения данного откло-

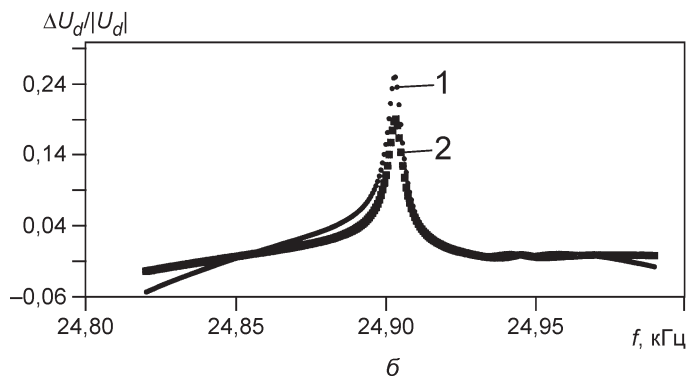
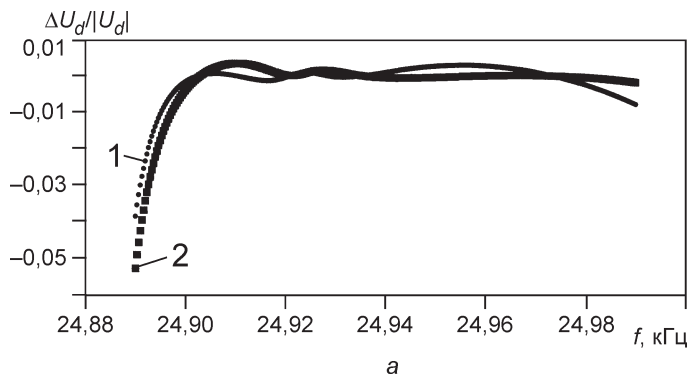


Рис. 3. Частотные зависимости относительного отклонения $\Delta U_d/U_d$ теоретически рассчитанной частотной зависимости акустического сигнала от выражения (1) при давлении гелия 101 кПа (а); 152 кПа (б):

1 — действительная часть; 2 — мнимая часть

нения при удалении от резонансного максимума в сторону высоких частот, которая указывает, что выражение (1) недостаточно точно описывает вклад в акустический сигнал от соседних резонансных максимумов. Отклонение в непосредственной близости от максимума может быть обусловлено реальным отличием формы частотной зависимости от формулы Лоренца.

Заключение. Показано, что отличие теоретически рассчитанных частотных зависимостей акустического сигнала от зависимостей, полученных лоренцевой функции (1), соответствует сдвигу температуры до 1 мК. Данный температурный сдвиг обусловлен как вкладом от соседних максимумов, так и отличием формы самого максимума от рассчитанного в выражении (1). Выявлено, что экспериментальные частотные зависимости акустического сигнала, полученные на сферическом акустическом резонаторе ВНИИФТРИ, описываются выражением (1). При этом значение температуры, определенное для моды (0,3) из аппроксимации экспериментальных частотных зависимостей, отличается от температуры, измеренной родий-железным термометром сопротивления, менее чем на 3 мК.

Л и т е р а т у р а

1. Moldover M. R., Gavioso R. M., Mehl J. B., Pitre L., M. de Podesta, Zhang J. T. Acoustic gas thermometry // Metrologia. 2014. V. 51. P. R1—R19.
2. Benedetto G., Gavioso R. M., Spagnolo R., Marcarino P., Merlone A. Acoustic measurements of the thermodynamic temperature between the triple point of mercury and 380K // Metrologia. 2004. V. 41. P. 74—98.

3. Pitre L., Moldover M. R., Tew W. L. Acoustic thermometry: new results from 273K to 77K and progress towards 4K // Metrologia. 2006. V. 43. P. 142—162.

4. Moldover M. R., Trusler J. P. M., Edwards T. J., Mehl J. B., Davis R. S. Measurement of universal gas constant R using a spherical acoustic resonator // J. Res. Natl. Bur. Stand. 1988. V. 2. P. 85—144.

5. Pitre L., Sparasci F., Truong D., Guillou A., Risegari L., Himbert M. E. Measurement of the Boltzmann constant k_B using a quasi-spherical acoustic resonator // Int. J. Thermophys. 2011. V. 32. P. 1825—1886.

6. Morse P. M., Ingard K. U. Theoretical Acoustics / McGraw-Hill, N. Y. 1968.

7. Кытин В. Г. Моделирование акустического резонанса в сферических резонаторах для прецизионного определения термодинамической температуры // Измерительная техника. 2015. № 1. С. 35—39.

8. Mehl J. B., Physique C. R. Ab initio properties of gaseous helium // C. R. Physique. 2009. V. 10. P. 859—865.

9. Mehl J. B., Moldover M. R. Measurement of the ratio of the speed of sound to the speed of light // Phys. Rev. A. 1986. V. 34. P. 3341—3344.

10. May E. F., Pitre L., Mehl J. B., Moldover M. R., Schmidt J. W. Quasi-spherical cavity resonators for metrology based on the relative dielectric permittivity of gases // Rev. Sci. Instrum. 2004. V. 75. P. 3307—3317.

Дата принятия 23.10.2015 г.

621.317.794

Измерения тепловых потоков высокой плотности с помощью автоматизированной установки

А. В. ШАРКОВ¹, В. А. КОРАБЛЕВ¹, Д. С. МАКАРОВ¹, Д. А. МИНКИН^{1, 2},
А. С. НЕКРАСОВ^{1, 2}, А. А. ГОРДЕЙЧИК¹

¹ Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий механики и оптики, С.-Петербург, Россия, e-mail: sharkov@grv.ifmo.ru

² Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы Министерства РФ по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий, С.-Петербург, Россия, e-mail: post@nekrasov.as

Рассмотрены проблемы измерений высокоинтенсивных тепловых потоков, возникающих при моделировании пожаров. Проанализированы методы и средства измерений потоков в пожарных лабораториях, выявлены недостатки существующих решений. Предложена схема устройства и метод его калибровки.

Ключевые слова: радиометр, датчик теплового потока, тепловой поток, калибровка.

The problems of measurement of high density heat fluxes in fire modeling are considered. The existing methods and devices for heat flux measurement in fire laboratories are analyzed. The disadvantages of existing solutions are described. The device and method of its calibration are suggested.

Key words: radiometer, heat flux sensor, heat flux, calibration.

Несмотря на развитие техники и технологий в области пожарной безопасности, невозможно избежать крупных природных и техногенных пожаров. Задачи исследования процессов их возникновения и развития в условиях высоких

давлений и температур достаточно актуальны. Тепловое излучение является одним из поражающих факторов пожара. Доля энергии, приходящаяся на лучистую составляющую, при пожаре может достигать 90 %, поэтому высокоинтенсивное